牽切過程の解析的研究

(第5報) 有限長繊維牽切過程における繊維長変化の基礎的考察

三菱レイヨン(株) 繊維加工研究所 平 松 峻

Analytical Studies on Draft Breaking Process Part 5: Fundamental Theory of Change of Staple Length on Draft Breaking Process of Staple Fibers of Finite Length

Takashi Hiramatsu

Textile Application Research Center, Mitsubishi Rayon Co. Ltd., Nagoya

Abstract

(1) The article shows how to calculate the distribution and mean value of the staple length of output slivers from the density function of breaking points, breaking delivery points and staple length of input slivers.

(2) The ratio of the number of staples produced after draft breaking of input long staples, in the distribution of staple length of the output sliver, is much influenced not only by the ratio of the number of long staples in the input sliver but also by the length of the long staples. The longer the length, the larger the ratio. For instance, even if the number of long staples to be draft broken in the input sliver is small and if their length is very long, the distribution of breaking points and of breaking delivery points influence greatly the distribution of staple length of the output slivers.

(3) Some examples of calculation of the density function and mean value of staple length of the output slivers are shown.

(Received November 28, 1967)

摘 要

目 的 有限長繊維牽切過程における繊維長の変化を基礎的に考察し、紡出繊維束における繊維長の分布と平均値の算出法を求める。

結 果 (1) 紡出繊維束の繊維長の分布と平均値を、供給繊維束の繊維長分布、切断点分布、切断送出点分布から算出する方法を示した。

(2) 供給繊維束中に存在した長い繊維が牽切された後、その牽切後の繊維が紡出繊維束の繊維長分布に占める本数割合は供給繊維束中のその長い繊維の本数割合だけでなく、その長さにも大きく依存し、長いほどその占める割合は大きくなる。したがってたとえば、供給繊維束中の牽切される繊維の本数割合が小さくてもその繊維の長さが大きいと切断点分布や切断送出点分布の影響が紡出繊維束の繊維長分布に大きく現われる。

(3) 紡出繊維束における繊維長の分布と平均値の具体的な計算例をいくつか示した。

(昭和42年11月28日受理)

1. 緒 言

有限長繊維の牽切過程が現実の牽切工程にとっていかに重要な地位を占めるものであるかは、その基礎的事項

を検討した前報¹⁾において述べた。本報ではこの牽切過程の諸特性のうち、まず繊維長について理論的検討を行なう。繊維長もその決定の機構が現在のところよくわかっていないのでほとんど経験にたよるのみで、工程の合理

化あるいは新品種開発のためにトウ品質を含め新しい設計を行なうに際してはその迅速さと正確さにおいて大きく欠けるところがある。もちろん、この種の研究は従来も多くあったのであるが、前報緒言においても述べたようにまだ部分的な問題しか明らかにされていない。

なお、本報に使用する諸記号、前提などは第1報において述べたと同じである。

2. 単位挙動群

バックローラー速度によって表わされた有限長 l_1 の繊維が牽切過程を経ることによって新しく生じた繊維長 l_2 は基本牽切過程における同様にフロントローラー速度で表わすものとする。

「 (x_b+x_0) より短い繊維」による繊維長密度関数を $P_a(l_2)$ 、その繊維本数を K_a とし、「牽切された繊維」の繊維長密度関数を $P_b(l_2)$ その繊維本数を K_b とし、また「後端が離れた繊維」の繊維長密度関数を $P_c(l_2)$ 、その繊維本数を K_c とする。そのとき正確な本数表示による単位挙動群の繊維長密度関数は

$$\frac{K_a P_a(l_2) + K_b P_b(l_2) + K_c P_c(l_2)}{K_a + K_b + K_c} \quad \dots\dots\dots (1)$$

である。

これは単位挙動群のみについて考察した結果であるが、繊維束は単位挙動群の集まりであるから、紡出繊維束の繊維長密度関数 $P_2(l_2)$ は結局(1)式によって完全に表わされることになる。

そこで、次章以降にこの K_a 、 K_b 、 K_c および $P_a(l_2)$ 、 $P_b(l_2)$ 、 $P_c(l_2)$ を順次求める。

3. (x_b+x_0) より短い繊維

「 (x_b+x_0) より短い繊維」はその挙動からつぎの2種類に大別される。

その1つは $l_1 < x_b$ の繊維群である。他の1つは $x_b \leq l_1 < x_b + x_0$ の繊維群である。前者は(前報第1図(b)、(c)から明らかなように)バックローラー速度で進んできた繊維配置のまま、フロントローラー速度に移る。その繊維量は

$$\int_0^{x_b} P_1(l_1) dl_1 \quad \dots\dots\dots (2)$$

であるから、これによって生じる繊維長密度関数 $P_{a,x_b}(l_2)$ は

$$P_{a,x_b}(l_2) = \frac{1}{\int_0^{x_b} P_1(l_1) dl_1} D \cdot P_1(Dl_2) \left\{ u(l_2) - u\left(l_2 - \frac{x_b}{D}\right) \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

である。

つぎに $x_b \leq l_1 < x_b + x_0$ の繊維は切断には至らないがフロントローラー、バックローラー間で引き伸ばされる。この繊維量は、

$$\int_{x_b}^{x_b+x_0} P_1(l_1) dl_1 \quad \dots\dots\dots (4)$$

であるから、もしどの繊維についても伸長弾性率が100%であるなら、これによって生じる繊維長密度関数 $P_{a(x_b+x_0)}(l_2)$ は

$$P_{a(x_b+x_0)}(l_2) = \frac{1}{\int_{x_b}^{x_b+x_0} P_1(l_1) dl_1} D \cdot P_1(Dl_2) \cdot \left\{ u\left(l_2 - \frac{x_b}{D}\right) - u\left(l_2 - \frac{x_b}{D} - \frac{x_0}{D}\right) \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

である。

また、もしどの繊維についても伸長弾性率が0%であれば

$$P_{a(x_b+x_0)}(l_2) = \frac{1}{\int_{x_b}^{x_b+x_0} P_1(l_1) dl_1} P_1\left(l_2 + \frac{D-1}{D}x_b\right) \left\{ u\left(l_2 - \frac{x_b}{D}\right) - u\left(l_2 - \frac{x_b}{D} - x_0\right) \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

である。

上記(5)、(6)各式のどちらをとるかは(4)式が大きい値をとるとき十分考慮を要はらねばならない。

(4)式が大きい値をとるときは x_0 がきわめて大きい場合か、 l_1 がほとんど x_b と x_b+x_0 の間に入る場合かのどちらかであるが、 x_0 は現実にはほとんど、 $x_b/10D$ 程度で小さく、したがって l_1 が x_b と x_b+x_0 の間に全部入っている場合、影響が大きい場合でも、 $x_b/10D$ の繊維長の分布が $x_b/10D^2$ 程度の分布に変化するだけであまり大きい影響はない。そこで簡単のために繊維群はまだ切断していないのだから近似的に伸長弾性度は100%であるとして(5)式をとることとし、これを(3)式と合わせれば

$$P_a(l_2) = \frac{1}{\int_0^{x_b+x_0} P_1(l_1) dl_1} D \cdot P_1(Dl_2) \left\{ u(l_2) - u\left(l_2 - \frac{x_b}{D} - \frac{x_0}{D}\right) \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

を得る。

その繊維本数 K_a は

$$K_a = \int_0^{x_b+x_0} P_1(l_1) dl_1 \quad \dots\dots\dots (8)$$

である。

さらに x_0 が $q(x_0)$ の密度分布をもてば (7) 式は

$$P_a(l_2) = \frac{1}{\int_0^\infty \int_0^{x_b+x_0} P_1(l_1) dl_1 dx_0} \int_0^\infty D P_1(D l_2) \cdot \left\{ u(l_2) - u\left(l_2 - \frac{x_b}{D} - \frac{x_0}{D}\right) \right\} q(x_0) dx_0 \quad (9)$$

であり (8) 式は

$$K_a = \int_0^\infty \int_0^{x_b+x_0} P_1(l_1) q(x_0) dl_1 dx_0 \quad (10)$$

である。

4. 牽切された繊維

長さ $l_1 \geq x_b + x_0$ の繊維は単位挙動群の先端がフロントローラー位置にきた時刻 t をゼロとすると前報に述べたように、時刻 $l_1 - x_b$ まで繊維長密度関数 $P_b(l_2)$ を

$$P_b(l_2) = D \int_0^\infty f(D(l_2 - x_0)) q(x_0) dx_0 \quad (11)$$

のように生じる。これの求め方その他は第1報、第2報を参照されたい。

その繊維本数は、全繊維が $l_1 \geq x_b + x_0$ であって l_1 , x_b , x_0 とも定数であれば

$$\int_0^{l_1-x_b-x_0} n(t) dt \quad (12)$$

である。ここに $n(t)$ は紡出の繊維先端密度関数であったとせば

$$n(t) = \mathcal{L}^{-1} \frac{1}{1 - f(s) \cdot q(s)} \quad (13)$$

である。

また

$$\int_0^{l_1-x_b-x_0} n(t) dt = \varphi(t) \quad (14)$$

とすれば (12) 式は

$$\varphi(l_1 - x_b - x_0) \quad (15)$$

である。切断点と切断送出点の密度関数が定まれば (14) 式はあらかじめ求めておくことができるから (15) 式は簡単に求められる。したがってこの「牽切された繊維」の先端数 K_b は一般に x_0 と l_1 にそれぞれ $q(x_0)$ と $P_1(l_1)$ の密度分布があるとして

$$K_b = \int_{x_b+x_0}^\infty \int_0^\infty \varphi(l_1 - x_b - x_0) q(x_0) P_1(l_1) dx_0 dl_1 \quad (16)$$

である。

現実には、 K_b が全量を占めることはなく、また x_0 は $x_b/10D$ 程度で小さいので x_0 は一定であると考えても大きい間違いはない。そしてそのとき $\varphi(t)$ と $P_1(l_1)$ を第1図のようにえがくことができるから K_b は簡単に求

(第1図) K_b を求める手法

められる。さらに $P_1(l_1)$ がきわめて大きい l_1 においてのみ値をもち、 $\varphi(l_1 - x_b - x_0)$ の直線部分にしか関係していなければ l_1 の平均値を $\bar{l}_1$ として K_b は

$$K_b = \varphi(\bar{l}_1 - x_b - x_0) \quad (17)$$

となる。

5. 後端の離れた繊維

前2章では、繊維の後端位置により繊維長密度関数を考察してきたが、本章ではこれを先端位置によって検討する。これは後端が離れたときの先端位置が長さを決めているからである。当然、 $l_1 - x_b - x_0 \geq 0$ であるが、まず l_1 は一定の場合から考察を始める。本章に属する繊維群は前報第2図より明らかなように、その挙動から2種類に大別される。その1つは、フロントローラーバックローラー間で切断はしていないが引き伸ばされた繊維群、すなわち $l_1 - x_b \leq t < l_1 - x_b - x_0$ の時刻にフロントローラー位置を通過した繊維先端であり、他の1つは、まだフロントローラー位置に到達していない繊維先端、すなわち前報で述べた $N_{l-x_b}(x)$ に関するものである。

まず、前者について考える。この繊維群はまだ切断していないのだから、第3章において考えたと同様に伸長弾性率を100%と考える。また Dx_0 は x_b にくらべて十分小さいとすると、その繊維長密度関数は近似的に

$$\delta\left(l_2 - \frac{x_b}{D}\right) \quad (18)$$

でありその本数は

$$\int_{l_1-x_b-x_0}^{l_1-x_b} n(t) dt \quad (19)$$

である。ここに $n(t)$ は (13) 式で表わされるものである。

また l_1 , x_0 に $p_1(l_1)$, $q(x_0)$ を考慮すれば (19) 式

は

$$\int_{x_b+x_0}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_{l_1-x_b-x_0}^{l_1-x_b} n(t) q(x_0) p_1(l_1) dt dx_0 dl_1 \quad \dots\dots\dots (20)$$

であり、さらに前章 (14) 式により (20) 式は

$$\int_{x_b+x_0}^{\infty} \int_0^{\infty} \{\varphi(l_1-x_b) - \varphi(l_1-x_b-x_0)\} P_1(l_1) \cdot q(x_0) dx_0 \cdot dl_1 \quad \dots\dots\dots (21)$$

とかける。

つきに $N_{l_1-x_b}(x)$ による繊維長を考察する。これは $l_1 \geq x_b + x_0$ で x_0 とともに一定であるとき

$$D \cdot N_{l_1-x_b} \left(D \left(\frac{x_b}{D} - l_2 \right) \right) \quad \dots\dots\dots (22)$$

であり、その繊維本数は

$$1 - \{\varphi(l_1-x_b) - \varphi(l_1-x_b-x_0)\} \quad \dots\dots\dots (23)$$

である。

また l_1 に $P_1(l_1)$ の密度分布を、 x_0 に $q(x_0)$ の密度分布を考慮する必要のあるときは、

$$\int_0^{\infty} \int_{x_b+x_0}^{\infty} D \cdot N_{l_1-x_b} \left(D \left(\frac{x_b}{D} - l_2 \right) \right) P_1(l_1) \cdot q(x_0) \cdot dl_1 dx_0 \quad \dots\dots\dots (24)$$

である。

したがって後端がバックローラーを離れることによって生じた繊維長密度関数 $P_c(l_2)$ は、結局 (18), (21), (24) 各式により、(25) 式となる。

もし x_0 が一定値で l_1 のすべてがかなり長くと $\varphi(l_1)$

$$P_c(l_2) = \frac{\int_0^{\infty} \int_{x_b+x_0}^{\infty} \left\{ \{\varphi(l_1-x_b) - \varphi(l_1-x_b-x_0)\} \delta \left(l_2 - \frac{x_b}{D} \right) + D \cdot N_{l_1-x_b} \left(D \left(\frac{x_b}{D} - l_2 \right) \right) \right\} P_1(l_1) q(x_0) dl_1 dx_0}{\int_0^{\infty} \int_{x_b+x_0}^{\infty} P_1(l_1) q(x_0) dl_1 dx_0} \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$P_c(l_2) = \{\varphi(\bar{l}_1-x_b) - \varphi(\bar{l}_1-x_b-x_0)\} \delta \left(l_2 - \frac{x_b}{D} \right) + D \cdot N_{\bar{l}_1-x_b} \left(D \left(\frac{x_b}{D} - l_2 \right) \right) \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$P_2(l_2) = \frac{\int_0^{\infty} D \cdot P_1(Dl_2) \left\{ u(l_2) - u \left(l_2 - \frac{x_b+x_0}{D} \right) \right\} q(x_0) dx_0 + \int_0^{\infty} \int_{x_b+x_0}^{\infty} \varphi(l_1-x_b-x_0) P_1(l_1) q(x_0) dl_1 dx_0 \cdot \int_0^{\infty} D \cdot f(D(l_2-x_0)) q(x_0) dx_0 + \int_0^{\infty} \int_{x_b+x_0}^{\infty} \left\{ \{\varphi(l_1-x_b) - \varphi(l_1-x_b-x_0)\} \delta \left(l_2 - \frac{x_b}{D} \right) + D N_{l_1-x_b} \left(D \left(\frac{x_b}{D} - l_2 \right) \right) \right\} p_1(l_1) q(x_0) dl_1 dx_0}{1 + \int_0^{\infty} \int_{x_b+x_0}^{\infty} \varphi(l_1-x_b-x_0) p_1(l_1) q(x_0) dl_1 dx_0} \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$P_{l_1 2}(l_2) = \frac{\varphi(l_1-x_b-x_0) \cdot D \cdot f(D(l_2-x_0)) + \{\varphi(l_1-x_b) - \varphi(l_1-x_b-x_0)\} \delta \left(l_2 - \frac{x_b}{D} \right) + D N_{l_1-x_b} \left(D \left(\frac{x_b}{D} - l_2 \right) \right)}{1 + \varphi(l_1-x_b-x_0)} \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$P_2(l_2) = \frac{D \cdot P_1(Dl_2) \left\{ u(l_2) - u \left(l_2 - \frac{x_b+x_0}{D} \right) \right\} + \int_{x_b+x_0}^{\infty} P_{l_1 2}(l_2) \{1 + \varphi(l_1-x_b-x_0)\} P_1(l_1) dl_1}{1 + \int_{x_b+x_0}^{\infty} \varphi(l_1-x_b-x_0) p_1(l_1) dl_1} \quad \dots\dots\dots (31)$$

の関係する部分が直線であれば l_1 の平均値を $\bar{l}_1$ として、(26) 式である。

また、その量 K_c は $l_1 \geq x_b + x_0$ のとき

$$K_c = 1 \quad \dots\dots\dots (27)$$

である。一般的に x_0 と l_1 がそれぞれ $q(x_0)$, $p_1(l_1)$ の密度分布をもつとき

$$K_c = \int_0^{\infty} \int_{x_b+x_0}^{\infty} p_1(l_1) q(x_0) dl_1 dx_0 \quad \dots\dots\dots (28)$$

である。

6. 繊維長

紡出繊維束の繊維長密度関数 $p_2(l_2)$ は (1) 式に前 3 章で求めた各値を代入して得られる。

まず、最も一般的な記述をすれば、供給の繊維長 l_1 に密度分布 $P_1(l_1)$ があり、切断送出点 x_0 に密度分布 $q(x_0)$ がある場合 (9), (10), (11), (16), (25), (28) 各式により (29) 式を得る。

上記 (29) 式において x_0 と l_1 が一定値で $l_1 \geq x_b + x_0$ であれば、そのときの牽切後の繊維束の繊維長密度関数を $P_{l_1 2}(l_2)$ として (30) 式である。

これは分子の第 2 項、第 3 項より第 1 項がきわめて大きいとすれば $D \cdot f(D(l_2-x_0))$ となって基本牽切過程の繊維長密度関数と一致する。

上記 (29) 式は x_0 が一定値のときこの (30) 式を代入して (31) 式に簡単化される。

上記 (29) 式や (30) 式において $\varphi(l)$ は l_1 の増加関数であるから、たとえば $(x_b + x_0)$ より長い繊維が供給されたときその長さが長いほど紡出の繊維長にこの繊維の牽切結果が影響する度合は大きくなることがわかる。すなわち供給繊維束の繊維長分布の中に牽切されるような長い繊維長の繊維は少数本しか入っていないくてもその牽切された繊維が紡出の繊維束の繊維長分布に占める割合は長さに応じて大きくなる。

7. 平均 繊維 長

前章 (29) 式で求められた $p_2(l_2)$ の平均繊維長 $\bar{l}_2$ は

$$\bar{l}_2 = \int_0^\infty l_2 P_2(l_2) dl_2 \quad (32)$$

で求められる。 x_0 が一定値としてもよい場合は (31) 式から (33) 式となる。

さらに供給繊維束の繊維長 l_1 が一定値のときの紡出繊維束の平均繊維長を $\phi(l_1)$ とすれば

$$l_1 < x_b + x_0$$

のときは

$$\phi(l_1) = \frac{l_1}{D} \quad (34)$$

であり

$$l_1 \geq x_b + x_0$$

のときは

$$\phi(l_1) = \int_0^\infty l_2 P_{l_1 2}(l_2) dl_2 \quad (35)$$

であるから (33) 式は (36) 式となる。

すなわち、 l_1 に分布があるときの紡出繊維束の平均繊維長は $\phi(l_1)$ の単純な平均ではない。(36) 式の $\bar{l}_2$ は $f(x)$ と $q(x_0)$ が定まると、 $\phi(l_1)$ 、 $\varphi(l_1)$ はただ 1 つ定まるからこれらをあらかじめ可能性のある範囲について求めておけば $P(l_1)$ を与えて簡単に求められる。

供給繊維束の $P_1(l_1)$ は一定で牽切域のブレイキングゲージ x_b を変えるようなとき、もし $\bar{l}_2$ が x_b に関して極大値または極小値をもてばそのときの x_b は

$$\frac{d\bar{l}_2}{dx_b} = 0 \quad (37)$$

を満たす x_b として求められる。

また、 x_b を固定した場合 $\bar{l}_2$ が最大となるような $P_1(l_1)$ の形を求めることも可能である。この場合 $P_1(l_1)$ をある定数を含む適当な関数形で表わし、その定数の値を $\bar{l}_2$ が最大となるように決定することになる。パーロック牽切機の第 1 牽切域と $P_2(l_2)$ との最適関係に関する問題はこの一例である (後報参照)。

8. 計 算 例

8.1 は じ め に

紡出繊維束の繊維長分布においても平均繊維長においても (31)、(36) 各式に示したように供給繊維束の繊維長 l_1 が一定値のときのそれらすなわち $P_{l_1 2}(l_2)$ や $\phi(l_1)$ が求まれば、供給繊維束の繊維長分布が一般の場合のそれらすなわち $P_2(l_2)$ や $\bar{l}_2$ は簡単に求められた。そこで本報では $P_{l_1 2}(l_2)$ や $\phi(l_1)$ をつぎの各組み合わせにおいて求めることとする。それは切断点の密度分布がフロントローラー、バックローラー間に均等な場合とフロントローラーからバックローラーに向けてしだいに減少する三角形の場合、および切断送出長が一定で $0.1 x_b$ の場合と 0 の場合の各組み合わせ 4 通りで、現実の問題はそのどれかで近似されると思われる。 l_1 が分布をもつ場合、たとえばパーロック牽切機の第 1 段牽切域から繊維束を供給する場合は後報において述べる。

なお、この計算過程で得られる $\varphi(l)$ は (31)、(36) 両式で明らかのように l_1 が分布をもつときの計算に再び必要になるのでそのグラフを示しておくこととする。

8.2 切断点均等分布のとき

A. $x_0 = 0.1 x_b$ のとき

基礎的諸量をつぎのように定める。

$$f(x) = \frac{1}{x_b} \{u(x) - u(x - x_b)\} \quad (38)$$

$$\bar{l}_2 = \int_0^\infty \frac{D l_2 \cdot P_1 \cdot (D \cdot l_2) \left\{ u(l_2) - u\left(l_2 - \frac{x_b + x_0}{D}\right) \right\} + \int_{x_b + x_0}^\infty l_2 \cdot P_{l_1 2}(l_2) \{1 + \varphi(l_1 - x_b - x_0)\} \cdot P_1(l_1) dl_1}{1 + \int_{x_b + x_0}^\infty \varphi(l_1 - x_b - x_0) P_1(l_1) dl_1} dl_2 \quad (33)$$

$$\bar{l}_2 = \frac{\int_0^\infty \phi(l_1) \{1 + \varphi(l_1 - x_b - x_0)\} P_1(l_1) dl_1}{1 + \int_{x_b + x_0}^\infty \varphi(l_1 - x_b - x_0) P_1(l_1) dl_1} \quad (36)$$

(第2図) 切断点が均等分布で $x_0 = 0.1x_b$ のときの $\varphi(t)$

$$q(x_0) = \delta(x_0 - 0.1x_b) \quad \dots\dots\dots (39)$$

これから (13) 式により $n(t)$ を得、さらに (14) 式により $\varphi(t)$ を得る。その $\varphi(t)$ を第2図に示す。また $N_i(x)$ は同じく (38), (39) 式より前報 (19) 式により得られる。この $\varphi(t)$ と $N_i(x)$ を (30) 式に代入しいろいろの l_1 について $P_{l_1,2}(l_2)$ を計算した。ただし、 $D = 3$ である。 l_2 はフロント ローラー速度で得られるが供給された l_1 (バック ローラー速度で表わされている) と直接比較するために l_2 を D 倍して第3図に各 $P_{l_1,2}(l_2)$ を示す。これらの図は x_0 の値が少し変わればそれに応じて多少変化するが、基本的な形は大きくは変わら

(第3図) 繊維長の密度分布
(切断点が均等分布で $x_0 = 0.1x_b$ のとき)

(第4図) 切断点が均等分布で $x_0 = 0.1x_b$ のときの平均繊維長 $\phi(l_1)$

ない。したがって x_0 が分布する場合もそのおよその形を推定することができる。

また、平均繊維長 $\phi(l_1)$ は (34), (35) 各式により得られる。それを第4図に示す (ただし、第3図と同様 l_2 は D 倍してある) 図において $l_1 < x_b + x_0$ では切断が生じないから第3章に述べたように伸長弾性率は100%であるとして $D\phi(l_1) = l_1$ である。そして $l_1 = x_b + x_0$ になった瞬間から牽切が始まり、 $\phi(l_1)$ のグラフはこの点で不連続となる。このように $l_1 < x_b + x_0$ の繊維は牽切されないから現在の問題ではなくグラフをえがく必要もないように思われるが、後報に述べるように、一般に $P_1(l_1)$ を扱うときこのような $l_1 = 0 \sim \infty$ についてのグラフが重要な役割を果たすこととなる。これについては後報で詳述する。

B. $x_0 = 0$ のとき

前項 (38) 式および

$$q(x_0) = \delta(x_0) \quad \dots\dots\dots (40)$$

であるときの $\varphi(t)$ を第5図に、また $P_{l_1,2}(l_2)$ を第6図に示す。 $\phi(l_1)$ は第7図である。

8.3 切断点が三角分布のとき

A. $x_0 = 0.1x_b$ のとき

基礎的諸量をつぎのように定める。

$$f(x) = \left(-\frac{2}{x_b^2}x + \frac{2}{x_b} \right) \{u(x) - u(x - x_b)\} \quad \dots\dots\dots (41)$$

(第5図) 切断点が均等分布で $x_0 = 0$ のときの $\varphi(t)$

(第6図) 繊維長の密度分布 (切断点が均等分布で $x_0 = 0$ のとき)

(第9図) 繊維長の密度分布 (切断点が三角分布で $x_0 = 0.1x_b$ のとき)

(第7図) 切断点が均等分布で $x_0 = 0$ のときの平均繊維長 $\phi(l_1)$

(第10図) 切断点が三角分布で $x_0 = 0.1x_b$ のときの平均繊維長 $\phi(l_1)$

(第8図) 切断点が三角分布で $x_0 = 0.1x_b$ のときの $\varphi(t)$

$$q(x_0) = \delta(x_0 - 0.1x_b) \quad \dots\dots\dots (42)$$

このときの $\varphi(t)$ を第8図に, また $P_{l_1,2}(l_2)$ を第9図に示す. $\phi(l_1)$ は第10図である.

B. $x_0 = 0$ のとき

(41) 式および (40) 式であるとき 8.2 A 項と同様の

(第11図) 切断点が三角分布で $x_0 = 0$ のときの $\varphi(t)$

(第12図) 繊維長の密度分布 (切断点が三角分布で $x_0 = 0$ のとき)

(第13図) 切断点が三角分布で $x_0 = 0$ のときの平均繊維長 $\phi(l_1)$

手段で求めた $\varphi(t)$ を第11図に, $P_{l_1, l_2}(l_2)$ を第12図に, また $\phi(l_1)$ を第13図に示す。

8.4 考察および総括

切断点と切断送出点について現実を近似できるであろう2種類ずつ合計4種類の組み合わせを選び、一定繊維長 l_1 の繊維束をいろいろの l_1 につき供給した場合の紡出繊維束の繊維長分布と平均繊維長が求められた。そしてそれぞれの組み合わせによって分布や平均値はかなり異なることが明らかになった。従来求められている結果とこれらとの比較は、密度分布については従来ないのでできないが、平均繊維長についてはつぎのとおりである。「 $x_b + x_0$ 」より長い繊維のみで切断点が均等分布のときについての平均繊維長が文献(2) P384第9-37

図に示されているが、これと本報の対応する結果は第4図、第7図であり、従来の結果では x_0 の値にかかわらず $\phi(l_1)$ の値に $l_1 = 1.5(x_b + Dx_0)$ で極大値を示しているが本報の結果では x_0 が大きくなるとそのようなはっきりした極大値がみられない。これは従来の計算過程において繊維の切断回数から繊維長を求める段階の式に本報の切断送出長をゼロとしたことに相当する項があるためである。

切断点が三角分布のときは、従来の報告はないが本報の結果によれば第10図、第13図のように均等分布の場合にくらべるとかなり異なった値を示しており、現実には均等分布であるというより三角分布に近いことの方が多と思われるから応用に関しては十分注意を要するべきところであろう。

9. 総括

(1) 有限長繊維で構成される繊維束を牽切して得られる繊維束には大別してつぎの3種の繊維がある。それは「ブレイキング ゲージ+切断送出長」より短かった繊維、牽切された繊維、牽切後後端がバックローラーを離れた繊維の3つである。

(2) 上記(1)項に述べた3種の繊維の長さや繊維束中の本数は、供給繊維束の繊維長分布、切断点分布と切断送出点分布がわかれば理論的に求めることができる。

(3) 上記(2)項により紡出繊維束の繊維長分布、平均繊維長は理論的に求められる。

(4) 紡出繊維束の繊維長密度関数は最も一般的に(29)式であり、供給繊維束の繊維長が一定のとき(30)式であり(29)式は(30)式によって簡単に(31)式と書ける。

(5) 平均繊維長は一般に(32)式で求められるが供給繊維束の繊維長が一定のときのそれがわかると簡単に(36)式で表わされる。

(6) 供給繊維束中に存在する牽切されるような長い繊維が牽切されて後、その牽切された繊維が紡出の繊維束の繊維長分布に占める割合は、供給繊維束中に存在した長い繊維の本数割合だけでなく、その牽切前の長さに大きく依存し、長いほどその占める割合は大きくなる。

(7) 切断点と切断送出点について現実を近似できると思われる2種類ずつ合計4種類の組み合わせを選び、一定繊維長 l_1 の繊維束を供給した場合について紡出繊維束の繊維長密度関数と平均繊維長が求められた。そして

それぞれの組み合わせによって分布や平均値はかなり異なることが明らかになった。

おわりに本研究に対し種々のご指導とご激励を賜った京都大学河合弘廸教授，川端季雄助教授，三菱レイヨン（株）井内亮顧問，同繊維加工研究所小沢五郎所長，同小口登研究第二課長の諸氏に深く感謝の意を表する。

文 献

- 1) 平松；本誌，21，T153 (1968)
 - 2) 日本繊維機械学会編「ドラフトの理論と実際」P351, 1958.
 - 3) E. Honegger; J. Text. Inst., 42, P57(1951)
H. Olerup; J. Text. Inst., 43, P290 (1952)
 - 4) 小沢，平松；本誌，20，T179 (1967)
-