平織物の伸長特性における力学的異方性の理論的解析

奈良女子大学 丹 羽 雅 子 (会員)
 京都大学工学部 川 端 季 雄 (会員)
 京都大学工学部 河 合 弘 廼 (会員)

Analysis on the Anisotropic Tensile Properties of Plain Weave Fabrics

Masako Niwa*, Sueo Kawabata** and Hiromichi Kawai**

**Department of Clothing Science, Nara Women's University, Nara*

***Department of Polymer Chemistry, Kyoto University, Kyoto*

Abstract

The anisotropic tensile property of plain weave fabrics is theoretically analyzed as a development of the shear deformation theory and the biaxial deformation theory developed by the authors.

By this theory, the anisotropic properties of plain weave fabrics in the biaxial tensile field, including uniaxial tensile state, can be calculated. The conditions for this calculation are three mechanical properties of yarns, i.e., tensile, lateral compressive and frictional properties, and fabric structure. For uniaxial anisotropic property, some approximated methods are used in the theory.

When the principal tensile axis is rotated by θ from the structure principal axis on the fabric plane, the tensile forces along the biased principal tensile axis are given by the following formulas for given λ and λ_L , where λ and λ_L are stretch ratios along two principal tensile axes, respectively

$$F_{\theta} = F_1 \cos \psi_1 + F_2 \cos \psi_2 + F_{tr1} \sin \psi_1 + F_{tr2} \sin \psi_2$$

$$F_{\theta L} = F_1 \sin \psi_1 + F_2 \sin \psi_2 - F_{tr1} \cos \psi_1 - F_{tr2} \cos \psi_2$$

where

$$\psi_1 = \tan^{-1} \frac{\tan \theta \lambda_L}{\lambda}$$

$$\psi_2 = \tan^{-1} \frac{\lambda_L}{\lambda \tan \theta}$$

F_1 and F_2 are introduced as a function of λ and λ_L by the biaxial deformation theory. F_{tr1} and F_{tr2} are introduced as a function of λ and λ_L by the biaxial deformation theory and by yarn frictional property described in the shear deformation theory.

For uniaxial :

$$F_{\theta} = \frac{F_{tr1}}{\sin \psi_1} + \frac{F_{tr2}}{\sin \psi_2}$$

and

$$\lambda = \frac{y_{01} \cos \psi_1 + y_{02} \cos \psi_2}{y_{01} \cos \theta + y_{02} \sin \theta}$$

where

$$\psi_2 = \tan^{-1} \left[\frac{y_{01} k_2}{y_{02} k_1} \tan \psi_1 \right]$$

$$\phi = \frac{\pi}{2} - (\psi_1 + \psi_2)$$

y_{01} , y_{02} ; yarn spacing for warp and weft respectively. k_1 and k_2 are constants and introduced from the biaxial deformation theory.

To calculate the relation between F_{θ} and λ , take ψ_1 as a parameter. By varying the value of ψ_1 , the corresponding values of F_{θ} and λ can be calculated. This means that the value of F_{θ} is a value corresponding to λ . Thus, the relation between F_{θ} and λ can be obtained.

Experimental researches are also carried out for confirming theoretical calculation and good agreement between experimental and theoretical results is obtained.

(Received July 5, 1969)

摘 要

目 的 平織物の構造主軸から同じ面内で任意の角度回転した方向へ二軸伸長または一軸伸長したときの力学的異方性を理論的に解析する。他方、実験によって理論の精度を確かめる。

成 果 著者らによってすでに明らかにした平織物のせん断変形理論を拡張し、織物構造と糸の力学的特性とから平織物の伸長特性における異方性を理論的に誘導した。

二軸引張試験機を用いて二軸伸長および一軸伸長特性の異方性を測定し、理論計算値と実測値との間により一致を認め、本理論の精度のよさを確認した。

二軸伸長時の異方性は厳密解が得られ、いずれのバイアス角においても伸長の初期から破断点付近までの伸長過程を本理論でかなり精度よく計算できるのに対して、一軸伸長異方性は若干の近似を含んで誘導され、 45° バイアスにはかなりの適合性が認められた。しかし修正をほどこせば 45° 以外の特性もかなりの精度で計算できることをみいだした。

(昭和44年7月5日 受理)

1. 緒 言

織物は普通の連続体材料と違って、特異的な力学的異方性を示すことが大きな特徴の一つで、なかでも伸長特性の異方性が最も顕著である。

織物の構造主軸すなわちたて糸方向またはよこ糸方向にそってそれぞれ一軸伸長した場合、または各々の軸方向に任意の伸長比を与えた二軸伸長変形時の伸長特性については、すでに糸の力学的性質^(1~4)と織物構造とから精度よく理論計算できることを報告した。

本報では第1図に示すように織物の構造主軸から同じ

第1図 織物の構造主軸と伸長方向

面内で任意の角度 θ 回転した方向とそれに直交する方向を新しく主軸にえらび、この軸にそった二軸伸長異方性、または一軸伸長異方性を理論的に解析する。

第2図 一軸伸長異方性の測定例
#3 ポリエステル紡績糸織物

第2図は織物のたて糸方向を 0° とし、 15° 間隔に一軸伸長異方性を実測し、図示した一例で、等伸長比に対する張力の変化を示している。構造主軸から、すなわちたて糸またはよこ糸方向から偏した方向への伸長特性は構造主軸方向にくらべて同じ伸長比に要する張力は 10^{-1} から 10^{-2} 程度に極端に低下する傾向がみられる。

このような極端な異方性は、織物が比較的わずかのせん断力でせん断変形するためである。

従来から、織物の一軸伸長異方性に関して 1949 年に

K. Weisseberg^{5,6)}らの研究があり、織物のたて糸、よこ糸の交差角度化を交差点でピン止めた格子模型に近似する方法を提案し、織物を均質な材料として解析した。その後 W. F. Kilby⁷⁾は織物がボアソン効果をもつ等方性の薄層とみなして織物の伸長異方性を単純なこの格子モデルを応用して解析し、深谷⁸⁾によっても同一の解析が試みられている。

これらは織物を直交異方性弾性体として扱う方法で、任意方向の性質をたて、よこ、 45° 方向の値をパラメーターとして推定する方法である。しかし、織物は連続体弾性学で要求される物質の連続性および均一性を欠いている。したがって織物の伸長特性における異方性にこの直交異方性理論をたとえ現象論的といえどもそのまま適用することは非現実的であると考えられる。

そこで、筆者らは織物の特徴ある伸長特性における異方性に関して、著者らによって研究された平織物のせん断変形理論^{3,4,6)}を拡張し、織物構造と糸の力学的特性とからこの異方性を理論的に誘導¹¹⁾する方法について検討する。

一方、二軸引張試験機を用いて織物の二軸伸長変形時の異方性および一軸伸長時の異方性を実測し、理論計算結果と比較して理論の精度を確かめる。

2. 理 論

2.1 基本構造モデル

第3図のような一つの交差点を含む斜線でかこんだ平織物の単位構造を考える。第4図は変形前と変形時の座標系を示している。

変形前は直交座標系 X_1 , X_2 軸方向にたて糸、よこ糸の構造中心線がそっている構造から、 X_1 軸から同面

第3図 平織物の単位構造

(a)変形前 X_1, X_2 , 変形前の織物の構造主軸 x_1, x_2 , 変形時の織物の構造主軸
(b)変形時
第4図 伸長変形時の座標系

内で θ 回転した方向へ新しくとった主軸 X_θ , $X_{\theta L}$ にそってそれぞれ伸長変形を与えたとき、たて糸とよこ糸の構造中心線は新しい x_1 , x_2 軸方向にそった構造に織物が変化することとする。

仮定および構造モデルはすでに明らかにした平織物の二軸伸長変形およびせん断変形理論をそのまま適用する。そして同理論で用いられた仮定と同じように

1) 織物の構造主軸から織物の平面内で任意角度回転した方向に新しく主軸をとり、これにそって二軸または一軸伸長変形を与えたとき、たて糸、よこ糸に張力が生じ、交差点において交差圧が生じ、さらに糸の交差角変化が生じるが、糸の構造中心線は曲がらない。

2) 糸張力を一定に保った状態での交差角変化によって糸の屈曲角は変化しない。
の仮定を用いることにする。

第3図の P, Q, R, S をとり出し、第5図に変形前および変形時の単位構造モデルを示している。

たて糸密度を n_1 、よこ糸密度を n_2 とし、たて糸、よこ糸の織縮み率をそれぞれ S_1, S_2 としたとき、それぞれに対応する糸間隔 y_{01}, y_{02} および糸の屈曲角 θ_{01}, θ_{02} は次式のように求まる。

$$y_{01} = \frac{1}{n_2}, y_{02} = \frac{1}{n_1} \dots \dots \dots (1)$$

$$\theta_{01} = \sin^{-1} \left(\frac{1}{S_1 + 1} \right), \theta_{02} = \sin^{-1} \left(\frac{1}{S_2 + 1} \right) \dots \dots \dots (2)$$

また、それぞれの糸の屈曲点から織物の構造中心線までの距離 h_{m1}, h_{m2} は次式で求まる。

$$h_{m1} = \frac{y_{01}}{2 \tan \theta_{01}}, h_{m2} = \frac{y_{02}}{2 \tan \theta_{02}} \dots \dots \dots (3)$$

第5図 単位構造モデル

2.2 二軸伸長特性の異方性

一般的な場合として、第4図(a), 第5図(a)の単位構造について、第4図(b), 第5図(b)のような二軸伸長変形を与えた場合について考える。

第5図の X_1, X_2 軸および x_1, x_2 軸をとり出し、変形前を点線で変形時を実線で示したのが第6図である。

構造主軸 X_1 軸から角度 θ 傾斜した X_θ 軸方向へ伸長比 λ を与え、同時に X_θ 軸と直交する $X_{\theta L}$ 軸方向に伸長比 λ_L を与える一般的な伸長変形を考え、それぞれの方向の引張荷重を F_θ および $F_{\theta L}$ とする。

第6図にみられるように、変形前の P, Q, R, S 点

第6図 二軸伸長時の単位構造における力のつり合い

は二軸伸長変形によってそれぞれ p, q, r, s 点を取り、これらの点において外力 F_θ は F_a と F_b に分解され、 $F_{\theta L}$ は F_{aL} と F_{bL} に分解されて単位構造に作用している。これらの力が第6図のように糸の構造中心線上にその力 F_1 と F_2 、糸の交差角変化にともなう抵抗トルクから生じる力 F_{tr1} と F_{tr2} とにそれぞれつり合っている。

いま、伸長方向と変形状態での糸の構造中心線すなわち x_1, x_2 軸とのなす角度をそれぞれ ψ_1, ψ_2 とし、伸長変形によってたて糸とよこ糸の交差角は $\pi/2$ から ϕ 変化したとすると、これらの角度の間には第6図から明らかに次の関係がある。

$$\psi_1 + \psi_2 = \frac{\pi}{2} - \phi \quad (4)$$

$$\phi = \phi_1 + \phi_2, \quad \phi_1, \phi_2 > 0 \quad (5)$$

伸長比 λ, λ_L の伸長変形によって、上述の抵抗トルクに抗する偶力 F_{tr1}, F_{tr2} は後述する(16), (17)および(18)式からわかるように、この ϕ の関数である。

外力とモーメントのつり合いより次の平衡式が成立する。

$$F_\theta = F_a + F_b \quad (6)$$

$$F_{\theta L} = F_{aL} + F_{bL} \quad (7)$$

$$F_a = F_1 \cos \psi_1 + F_{tr1} \sin \psi_1 \quad (8)$$

$$F_b = F_2 \cos \psi_2 + F_{tr2} \sin \psi_2 \quad (9)$$

$$F_{aL} = F_1 \sin \psi_1 - F_{tr1} \cos \psi_1 \quad (10)$$

$$F_{bL} = F_2 \sin \psi_2 - F_{tr2} \cos \psi_2 \quad (11)$$

$$\frac{y_1}{2} F_{tr1} = \frac{y_2}{2} F_{tr2} \quad (12)$$

これらの平衡式より、伸長比 λ, λ_L での二軸伸長時の $F_\theta, F_{\theta L}$ が求められる。まず(6)式に(8), (9)式を代入して

$$F_\theta = F_1 \cos \psi_1 + F_2 \cos \psi_2 + F_{tr1} \sin \psi_1 + F_{tr2} \sin \psi_2 \quad (13)$$

また、(7)式に(10), (11)式を代入して

$$F_{\theta L} = F_1 \sin \psi_1 + F_2 \sin \psi_2 - F_{tr1} \cos \psi_1 - F_{tr2} \cos \psi_2 \quad (14)$$

となる。

ここで、 $\lambda = \lambda_L, \theta = 0, \frac{\pi}{2}$ のとき

$$F_{tr1} = F_{tr2} = 0 \quad (15)$$

それ以外のとき

$$F_{tr1} = \frac{T_r}{y_1} \quad (16)$$

$$F_{tr2} = \frac{T_r}{y_2} \quad (17)$$

で、 T_r は糸の交差角が変化するとき一般に(18)式で近似される値をとり、交差角が変化しないとき、すなわち

θ が 0 または $\frac{\pi}{2}$ のときおよび二軸均等伸長時 $\lambda = \lambda_L$ の F_{lr1} , F_{lr2} は 0 とする。

たて糸, よこ糸の交差点での糸の交差角変化に対する抵抗トルクの問題に関しては, せん断変形理論^{9,10,12)}ですでに明らかにしている。すなわち, T_r は交差点での交差圧 F_c と交差角変化 ϕ の関数であると考え, F_c と ϕ の線形項および一次の相互作用項を含む次式で近似する。

T_{r0} , C_1 , C_2 , C_3 , C_4 を定数とし

$$T_r = \pm T_{r0} \pm (C_1 + C_2 \phi) F_c + (C_3 + C_4 F_c) \phi \quad \cdots (18)$$

ただし, (18)式の右辺第1, 2項の正負の記号は ϕ の増加過程においては正, 減少過程に負をとるものとする。すなわち, 第1, 2項は摩擦成分で, 第3項は弾性成分とみなし得る。

(18)式に含まれるトルク定数は第7図に示すような方法

第7図 トルク測定装置の原理図

で, 実験的に糸に交差圧を与えてトルクの測定を行なうことにより直接求めることができ, また織物のせん断変形特性の実測値からも誘導できる。そして, 実測によって求めたトルク定数を糸の性質の一つとして与えられた特性値とする。

したがって, これら定数が与えられたとき, (13), (14)式によって F_θ , $F_{\theta L}$ を求めるには, さらに F_1 , F_2 , F_c を λ , λ_L の関数として与えなければならない。まず, λ , λ_L の伸長変形によって糸間隔 y_{01} , y_{02} は y_1 , y_2 に変化する。

$$y_1 = \sqrt{(y_{01} \sin \theta \lambda_L)^2 + (y_{01} \cos \theta \lambda)^2} \quad \cdots (19)$$

$$y_2 = \sqrt{(y_{02} \cos \theta \lambda_L)^2 + (y_{02} \sin \theta \lambda)^2} \quad \cdots (20)$$

また, たて糸およびよこ糸にそう構造主軸方向の織物の伸長比 λ_1 , λ_2 は次式で計算できる。

$$\lambda_1 = \frac{y_1}{y_{01}} = \frac{\sqrt{(y_{01} \sin \theta \lambda_L)^2 + (y_{01} \cos \theta \lambda)^2}}{y_{01}} \quad \cdots (21)$$

$$\lambda_2 = \frac{y_2}{y_{02}} = \frac{\sqrt{(y_{02} \cos \theta \lambda_L)^2 + (y_{02} \sin \theta \lambda)^2}}{y_{02}} \quad \cdots (22)$$

仮定1) および2) より, 織物が構造主軸方向のみの引張変形(伸長比 λ_1 , λ_2)を受けるときの引張荷重 F_1 , F_2 および糸交差点の圧力 F_c は織物の二軸伸長変形理論^{2~4)}を適用すると次式のように λ_1 , λ_2 の関数として求まる。

$$F_c = \phi(\lambda_1, \lambda_2) \quad \cdots (23)$$

$$F_1 = g_1(\lambda_1, \lambda_2) = \frac{F_c \lambda_1 y_{01}}{4(h_{m1} - h_1)} \quad \cdots (24)$$

$$F_2 = g_2(\lambda_1, \lambda_2) = \frac{F_c \lambda_2 y_{02}}{4(h_{m2} + h_2)} \quad \cdots (25)$$

ここで h は λ_1 , λ_2 の関数で次式で置く。また, h_{m1} , h_{m2} は(3)式から求まる。

$$h_i = K_i(\lambda_1, \lambda_2) \quad (i=1, 2) \quad \cdots (26)$$

h はこの λ_1 , λ_2 の伸長によって, 糸の屈曲点が織物の厚み方向に移動する量であるが, これも糸の伸長特性, 糸の圧縮特性と織物構造とから図式的に理論計算^{3,4)}できることはすでに報告している。

λ , λ_L の二軸伸長変形によって, たて糸, よこ糸の構造主軸 x_1 , x_2 軸と λ の引張方向すなわち X_θ 軸とのなす角 ψ_1 , ψ_2 は

$$\tan \psi_1 = \frac{\tan \theta \lambda_L}{\lambda} \quad \cdots (27)$$

$$\tan \psi_2 = \frac{\lambda_L}{\lambda \tan \theta} \quad \cdots (28)$$

したがって, たて糸, よこ糸の交差角の変化角度 ϕ は(4)式に(27), (28)式を代入して

$$\phi = \frac{\pi}{2} - \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{\tan \theta \lambda_L}{\lambda} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{\lambda_L}{\lambda \tan \theta} \right) \right\} \quad \cdots (29)$$

(23)式を用いて F_c , (29)式より ϕ が求まれば F_{lr1} , F_{lr2} は次式により計算できる。(16)式に(18), (19)式を代入して

$$F_{lr1} = \frac{\pm T_{r0} \pm C_1 F_c + (C_3 + C_4 F_c \pm C_2 F_c) \phi}{\sqrt{(y_{01} \sin \theta \lambda_L)^2 + (y_{01} \cos \theta \lambda)^2}} \quad \cdots (30)$$

また, (17)式に(18), (20)式を代入して

$$F_{lr2} = \frac{\pm T_{r0} \pm C_1 F_c + (C_3 + C_4 F_c \pm C_2 F_c) \phi}{\sqrt{(y_{02} \cos \theta \lambda_L)^2 + (y_{02} \sin \theta \lambda)^2}} \quad \cdots (31)$$

このように, F_θ , $F_{\theta L}$ は ψ_1 , ψ_2 を(27), (28)式で求め, 他方 F_c および F_1 , F_2 は織物の構造主軸方向への二軸伸長変形理論を適用して求め, さらに F_{lr1} , F_{lr2} は(30), (31)式で求めて, これらを(13), (14)式に代入して計算できる。

F_θ , $F_{\theta L}$ は単位構造当たりの荷重であるが, 試料の単位幅当たりの荷重を f_θ , $f_{\theta L}$ とするとこれらは単位幅中の単位構造の数 n および n_L 倍して求まる。すなわち

$$f_\theta = n F_\theta \quad \cdots (32)$$

$$f_{\theta L} = n_L F_{\theta L} \quad \cdots (33)$$

ここで

$$n = \frac{1}{y_{01} \sin \theta + y_{02} \cos \theta} \quad \cdots (34)$$

$$n_L = \frac{1}{y_{01} \cos \theta + y_{02} \sin \theta} \dots\dots\dots (35)$$

2.3 一軸伸長特性の異方性

一軸伸長時の異方性は二軸伸長異方性の特別な場合である。すなわち、直交方向の荷重 $F_{\theta L}$ が 0 の場合に相当する。

二軸伸長変形の場合は二軸方向に強制変形が与えられるのに対して、一軸伸長変形の場合は伸長方向と直交する方向の荷重が 0 を保つという強制荷重変形方式が複合しているので誘導は複雑になる。しかも厳密解を得ることは困難で若干の近似を含んで以下のように誘導できる。

バイアス角 θ の方向への伸長比 λ の一軸伸長変形を与えたときの荷重を F_{θ} とすると、単位構造における力のつり合いは第 8 図に示すようになり、 p, q, r, s 点に

第 8 図 一軸伸長時の単位構造における力のつり合い

において外力 F_{θ} は F_a, F_b として作用し、 F_{aL}, F_{bL} は作用しない。すなわち

$$F_{\theta} = F_a + F_b \dots\dots\dots (6)$$

$$F_{\theta L} = F_{aL} + F_{bL} = 0 \dots\dots\dots (36)$$

そこで、平衡式(10), (11)式は(36)式の条件、ならびに F_{aL} と F_{bL} は同じ極性である条件を代入して次の(37), (38)式であらわされることになる。

$$F_1 \sin \psi_1 - F_{tr1} \cos \psi_1 = 0 \dots\dots\dots (37)$$

$$F_2 \sin \psi_2 - F_{tr2} \cos \psi_2 = 0 \dots\dots\dots (38)$$

したがって、一軸伸長変形時においては、(6), (36), (8) (9), (37), (38), (12)式の平衡式が成立する。これらの平衡式

より、(6)式に(8), (9)式を代入して

$$F_{\theta} = F_1 \cos \psi_1 + F_2 \cos \psi_2 + F_{tr1} \sin \psi_1 + F_{tr2} \sin \psi_2 \dots\dots\dots (13)$$

(37)式より

$$F_1 = \frac{F_{tr1} \cos \psi_1}{\sin \psi_1} \dots\dots\dots (39)$$

(38)式より

$$F_2 = \frac{F_{tr2} \cos \psi_2}{\sin \psi_2} \dots\dots\dots (40)$$

このように、織物は二軸伸長変形も受けている点に注意する必要がある。

(13)式に(39), (40)式を代入して、結局 F_{θ} は次式のように誘導できる。

$$F_{\theta} = \frac{F_{tr1}}{\sin \psi_1} + \frac{F_{tr2}}{\sin \psi_2} \dots\dots\dots (41)$$

ここで、 F_{tr1}, F_{tr2} は前述のように(16), (17)式であらわれ、また T_r は(18)式で近似する。

一般にバイアス方向への一軸伸長特性は第 2 図の例からもわかるようにきわめて小さい荷重で比較的大きな変形を示す。したがってこの場合 F_1, F_2 も比較的小さく、このため糸にかかる張力はきわめてわずかで、構造主軸方向への二軸伸長特性のうち特に微小変形域が関係する。この領域では F_c と F_1, F_c と F_2 との関係が次式のようにそれぞれ直線近似できることが二軸伸長理論から導くことができる。

$$F_c = k_1 F_1 \quad F_c = k_2 F_2 \dots\dots\dots (42)$$

ただし、 k_1, k_2 はいずれも定数で二軸伸長変形理論より決定できる。

ここで一つの近似を行なわなければ k_1, k_2 の決定が具体的に不可能である。すなわち、変形の様式は二軸均等引張 ($\lambda_1 = \lambda_2$) で代表させ、この様式での k_1, k_2 を用いるという近似を行なう。

(42)式を(18)式に代入して

$$T_r = \pm T_{r0} \pm (C_1 + C_2 \phi \pm C_4 \phi) k_1 F_1 + C_3 \phi \\ = \pm T_{r0} \pm (C_1 + C_2 \phi \pm C_4 \phi) k_2 F_2 + C_3 \phi \dots\dots\dots (43)$$

(16)式に(43)式を代入すると

$$F_1 = \frac{F_{tr1} y_1 \mp T_{r0} - C_3 \phi}{\pm (C_1 + C_2 \phi \pm C_4 \phi) k_1} \dots\dots\dots (44)$$

また、(17)式に(43)式を代入すると

$$F_2 = \frac{F_{tr2} y_2 \mp T_{r0} - C_3 \phi}{\pm (C_1 + C_2 \phi \pm C_4 \phi) k_2} \dots\dots\dots (45)$$

(44)式と(39)式より

$$F_{tr1} = \frac{\pm T_{r0} + C_3 \phi}{y_1 - \frac{\pm (C_1 + C_2 \phi \pm C_4 \phi) k_1}{\tan \psi_1}} \dots\dots\dots (46)$$

(45)式と(40)式より

$$F_{tr2} = \frac{\pm T_{r0} + C_3 \phi}{y_2 - \frac{\pm (C_1 + C_2 \phi \pm C_4 \phi) k_2}{\tan \psi_2}} \dots\dots\dots (47)$$

(12)式の平衡式に(46), (47)式を代入し変形すると

$$y_2 = \frac{\pm(C_1 + C_2\phi \pm C_4\phi)k_2}{\tan \Psi_2}$$

$$= \frac{y_2}{y_1} \left[y_1 - \frac{\pm(C_1 + C_2\phi \pm C_4\phi)k_1}{\tan \Psi_1} \right] \dots\dots\dots(48)$$

(48)式をさらに変形すると

$$\tan \Psi_2 = \frac{y_1}{y_2} \frac{k_2}{k_1} \tan \Psi_1$$

$$\Psi_2 = \tan^{-1} \left(\frac{y_1}{y_2} \frac{k_2}{k_1} \tan \Psi_1 \right) \dots\dots\dots(49)$$

(49)式により一軸伸長変形時の Ψ_1 と Ψ_2 の関係が求まる。そしてこの場合 Ψ_1 と Ψ_2 はバイアス角 θ に関係なく、織物構造と織物の主軸方向への二軸伸長特性によって(49)式の関係が保たれる。このことは伸長がわずかでも与えられると、バイアス角 θ に無関係に(49)式の関係を保つよう試料片に面内回転が生じることになる。(第19図参照)

(41)式に(46), (47)式を代入し、さらに(48)式, (49)式を代入して整理すると、結局 F_θ は

$$F_\theta = \frac{\pm T_{r0} + C_3\phi}{y_1 - \frac{\pm(C_1 + C_2\phi \pm C_4\phi)k_1}{\tan \Psi_1}}$$

$$\left\{ \frac{1}{\sin \Psi_1} + \frac{y_1}{y_2} \frac{1}{\sin \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{y_1}{y_2} \frac{k_2}{k_1} \tan \Psi_1 \right) \right\}} \right\} \dots\dots(50)$$

(50)式により F_θ と Ψ_1 との関係がわかり、 Ψ_1 と Ψ_2 との関係は(49)式で求まる。ただし、

$$y_1 = y_{01} \lambda_1, \quad y_2 = y_{02} \lambda_2 \dots\dots\dots(51)$$

前述したように、一般に織物の一軸伸長特性の異方性はきわめて小さい荷重で比較的大きな変形を示すことからわかるように、糸は変形中に伸びない、すなわち

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 1 \dots\dots\dots(52)$$

と仮定する。したがって(51)式は

$$y_1 \approx y_{01}, \quad y_2 \approx y_{02} \dots\dots\dots(53)$$

と近似される。

(50)式に(53)式の近似を適用して F_θ と Ψ_1 との関係は次式で計算できる。

$$F_\theta = \frac{\pm T_{r0} + C_3\phi}{y_{01} - \frac{\pm(C_1 + C_2\phi \pm C_4\phi)k_1}{\tan \Psi_1}}$$

$$\left\{ \frac{1}{\sin \Psi_1} + \frac{y_{01}}{y_{02}} \frac{1}{\sin \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{y_{01}}{y_{02}} \frac{k_2}{k_1} \tan \Psi_1 \right) \right\}} \right\} \dots\dots(54)$$

単位試料幅当たりの荷重 f_θ は単位幅中に含まれる単位構造の数 n を(54)式で求め次式で計算できる。

$$f_\theta = n F_\theta \dots\dots\dots(55)$$

一方、荷重 F_θ を与えたときの伸長比 λ は y_1 , y_2 および Ψ_1 , Ψ_2 の関係が求まれば幾何学的に次式であらわされる。

$$\lambda = \frac{y_1 \cos \Psi_1 + y_2 \cos \Psi_2}{y_{01} \cos \theta + y_{02} \sin \theta} \dots\dots\dots(56)$$

(55)式に(49)式を代入し、(52), (53)式の近似を適用して

$$\lambda = \frac{y_{01} \cos \Psi_1 + y_{02} \cos \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{y_{01}}{y_{02}} \frac{k_2}{k_1} \tan \Psi_1 \right) \right\}}{y_{01} \cos \theta + y_{02} \sin \theta} \dots\dots(56)$$

(54), (56)式により織物の構造主軸方向から任意の角度 θ 傾斜した方向へ一軸伸長変形を与えたときの引張荷重 F_θ と伸長比 λ との関係が(52), (53)式の近似を含んで誘導される。

具体的な計算は、(54), (56)式ともに Ψ_1 が含まれていることを利用し、 Ψ_1 をダミーパラメーターとして、これに適当な値を与え、(54)式から F_θ を、(56)式から λ を計算し、 λ 対 F_θ の関係を求める方法をとる。煩雑なようであるが比較的簡単に計算できる。

3. 計算結果と実験結果の比較

理論の精度を確かめるために、二軸伸長変形の一例として $\lambda_L = 1$ とし、 λ の変形を与えたとき、すなわち一軸を拘束した二軸伸長変形様式による伸長特性の異方性および一軸伸長時の同異方性を実測した結果と理論計算結果を比較する。

実験に用いた試料は第1表に示すような織物構造定数をもち、いずれも 30'S の紡績糸ではほぼ近似した織物構造をもつ綿、羊毛、ポリエステル紡績糸の平織物である。

第1表 織物の構造定数

Fibre	Yarn Density (cm ⁻¹)		Yarn Crimp		Yarn Spacing (×10 ⁻² cm)	
	n_1	n_2	S_1	S_2	y_{01}	y_{02}
#1 Cotton	35.3	22.7	0.170	0.038	4.405	2.833
#2 Wool	34.1	22.5	0.118	0.036	4.444	2.933
#3 Polyester	34.9	21.0	0.130	0.018	4.762	2.865

第2表 理論計算に用いる定数

Fibre	k_1	k_2	Torque Constants (×10 ⁻³)			
			T_{r0} (g.cm)	C_1 (cm)	C_3 (g.cm)	C_4 (cm)
#1 Cotton	1.09	0.48	2.22	2.65	0.45	0.67
#2 Wool	0.84	0.28	0.85	1.85	0.22	0.44
#3 Polyester	0.99	0.29	2.85	3.50	0.41	0.59

これらの糸の力学的特性として伸長特性と圧縮特性を測定した結果を第9図に示している。また、計算に用いるトルク定数は第7図に示した方法で求め、二軸均等伸長特性を計算して、これより求めた定数 k_1 , k_2 とともに第2表に示している。

第9図 糸の力学的特性

3.1 二軸伸長特性の異方性

二軸伸長変形の一例として、第10図のように $X_{\theta L}$ 軸を拘束して、すなわち $\lambda_L=1$ として、これと直交する X_{θ} 軸方向に伸長比 λ の二軸伸長変形を与えたときの伸長荷重 F_{θ} と拘束荷重 $F_{\theta L}$ を計算し、かつ二軸引張試験機を用いて引張速度 20mm/min で測定した。二軸伸長特性の測定方法に関してはすでに明らかにしている。⁴⁾

第10図 一軸拘束による二軸伸長変形

理論計算は、前述の一般式に次の条件、すなわち

$$\lambda_L=1 \quad \dots\dots\dots(57)$$

を導入すると、まず(21), (22)式は

$$\lambda_1 = \frac{y_1}{y_{01}} = \frac{\sqrt{(y_{01} \sin \theta)^2 + (y_{01} \cos \theta \lambda)^2}}{y_{01}} \quad \dots\dots\dots(58)$$

$$\lambda_2 = \frac{y_2}{y_{02}} = \frac{\sqrt{(y_{02} \cos \theta)^2 + (y_{02} \sin \theta \lambda)^2}}{y_{02}} \quad \dots\dots\dots(59)$$

となる。

λ 伸長時の x_1, x_2 軸方向の織物の伸長比 λ_1, λ_2 はバイアス角 θ を与えて糸間隔 y_{01}, y_{02} とから(58), (59)式で計算できる。特に、 $\theta=45^\circ$ のときは

$$\lambda_1 = \frac{\sqrt{\frac{1}{2} y_{01}^2 (1 + \lambda^2)}}{y_{01}} \quad \dots\dots\dots(60)$$

$$\lambda_2 = \frac{\sqrt{\frac{1}{2} y_{02}^2 (1 + \lambda^2)}}{y_{02}} \quad \dots\dots\dots(61)$$

と簡単になる。

織物に λ_1, λ_2 の二軸伸長変形を与えたときの F_c および F_1, F_2 は第9図に示した糸の力学的特性と第1表の織物構造定数とから二軸伸長変形理論を用いて計算でき、計算法の詳細は既報⁴⁾を参照されたい。

次に、(27), (28)式に(57)式を代入して

$$\tan \psi_1 = \frac{\tan \theta}{\lambda} \quad \dots\dots\dots(62)$$

$$\tan \psi_2 = \frac{1}{\lambda \tan \theta} \quad \dots\dots\dots(63)$$

また、特に $\theta=45^\circ$ のときは

$$\tan \psi_1 = \frac{1}{\lambda}, \quad \tan \psi_2 = \frac{1}{\lambda} \quad \dots\dots\dots(64)$$

すなわち

$$\psi_1 = \psi_2 \quad \dots\dots\dots(65)$$

となる。

たて糸、よこ糸の交差角の変化角 ϕ は(4)式に (62), (63)式を入れて

$$\phi = \frac{\pi}{2} - \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{\tan \theta}{\lambda} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{1}{\lambda \tan \theta} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots(66)$$

$\theta=45^\circ$ のときは(4)式に(64)式を入れて

$$\phi = \frac{\pi}{2} - 2 \left(\tan^{-1} \frac{1}{\lambda} \right) \quad \dots\dots\dots(67)$$

となる。

このようにして F_c , ϕ が求まり、第2表に示した糸のトルク定数 T_{r0} , C_1 , C_3 , C_4^* (この場合 $C_2=0$) を用い、さらに y_1 , y_2 に(58), (59)式の関係を入れて F_{tr1} , F_{tr2} は次式で計算できる。

$$F_{tr1} = \frac{\pm T_{r0} \pm C_1 F_c + (C_3 + C_4 F_c) \phi}{\lambda_1 y_{01}} \dots (68)$$

$$F_{tr2} = \frac{\pm T_{r0} \pm C_1 F_c + (C_3 + C_4 F_c) \phi}{\lambda_2 y_{02}} \dots (69)$$

以上の計算値を(13), (14)式に入れて、 $\lambda_L=1$ とし、 λ 伸長したときの F_θ , $F_{\theta L}$ が計算できる。

単位幅当たりの単位構造の数 n および n_L を(34), (35)式

で求めると単位幅当たりの荷重 f_θ および拘束荷重 $f_{\theta L}$ が求まり、 $\theta=22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ$ における f_θ , $f_{\theta L}$ を λ の関数として第1表の試料について計算した結果を第11～13図に点線で示している。比較のためとの構造主軸 X_1 , X_2 軸方向への伸長特性すなわち $\theta=0^\circ, 90^\circ$ の場合も同図中に示している。

実験は第14図のように試料のたて糸方向を 0° として切り出し、それぞれ矢印の方向に一軸拘束二軸伸長を与え、伸長方向とそれと直交する方向の荷重-伸長比曲線を測定した。

二軸引張試験機に試料をクランプし、第15図は測定中

第11図 一軸拘束による二軸伸長異方性 #1 綿織物

第12図 一軸拘束による二軸伸長特性 #2 羊毛織物

第13図 一軸拘束による二軸伸長異方性 #3 ポリエステル紡績糸織物

の写真である。第15図(a)は $\theta=22.5^\circ$, (b)は $\theta=45^\circ$, (c)は $\theta=67.5^\circ$ の試料片に $\lambda_L=1$, $\lambda=1.2$ の伸長変形を与えたときの状態を示している。

このようにして測定した結果を試料別に第11～13図に実線で示している。

実測曲線と計算曲線とは各バイアス角ともよい一致がみられ、伸長の初期過程から極限変形付近までの伸長過程を織物構造と糸の力学的特性とから本理論を用いてかなり精度よく計算できることがわかる。

第12, 13図は糸が降状現象を示す織物の例であるが、これらの場合も伸長方向の荷重—伸長比曲線および拘束荷重—伸長比曲線ともに計算値と実測値との間にかなりの一致がみとめられ、理論の精度のよさを確認できる。

これらの結果を極座標上にとり、等伸長比 λ に対する

第14図 一軸拘束による二軸伸長変形

第15図 一軸を拘束した二軸伸長測定時の試料の外観 ($\lambda_L=1$, $\lambda=1.2$)

第16図 一軸拘束による二軸伸長異方性

張力 f_θ の変化を示したのが第16図である。

一軸を拘束した二軸伸長変形様式における異方性は、主軸方向の異方性と任意の角度 θ 斜いた方向への異方性との間に図にみられるような関係があり、ほぼ近似した織物構造をもつ三試料に共通してみとめられる。

3.2 一軸伸長特性の異方性

一軸伸長特性の異方性の計算は、糸は変形中に伸びない。すなわち、 $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ と仮定し、したがって

$$y_{01} \approx y_1, \quad y_{02} \approx y_2 \quad \dots \dots \dots (53)$$

の近似を適用して(54)式と(56)式で計算する。

この場合、まず Ψ_1 を 45° を中心として変化させて与え、(49)式に(53)式の近似を代入した次式で Ψ_2 を計算し

$$\Psi_2 = \tan^{-1} \left(\frac{y_{01} k_2}{y_{02} k_1} \tan \Psi_1 \right) \quad \dots \dots \dots (70)$$

さらに次式で ϕ を求める。

$$\phi = \frac{\pi}{2} - (\Psi_1 + \Psi_2) \quad \dots \dots \dots (4)$$

これらより、 Ψ_1 、 Ψ_2 、 ϕ の関係は θ に関係なく定まり、 Ψ_1 と Ψ_2 の上限と下限は(70)式からわかるように織物構造 y_{01} 、 y_{02} と二軸均等伸長特性より求まる定数 k_1 、 k_2 によって定まる。

また、 F_θ は第2表に示した糸の交差角変化に対する抵抗トルク定数および k_1 を用いてバイアス角 θ とは無関係に、 Ψ_1 に関して(71)で計算できる。

$$F_\theta = \frac{\pm T r_0 + C_3 \phi}{y_{01} - \frac{\pm (C_1 + C_4 \phi) k_1}{\tan \Psi_1} \left[\frac{1}{\sin \Psi_1} + \frac{y_{01}}{y_{02}} \frac{1}{\sin \Psi_2} \right]} \quad \dots \dots \dots (71)$$

一方、 λ はバイアス角 θ を与えると、やはり Ψ_1 に関して(72)式により計算できる。

$$\lambda = \frac{y_{01} \cos \Psi_1 + y_{02} \cos \Psi_2}{y_{01} \cos \theta + y_{02} \sin \theta} \quad \dots \dots \dots (72)$$

このようにして求めた λ と F_θ を Ψ_1 を介して両者の関係を結ぶことによって荷重—伸長比曲線を計算することができる。

さらに、単位幅当たりの荷重 f_θ は $n F_\theta$ として求めるが、この場合 n は

$$n = \frac{1}{y_{01} \sin \theta + y_{02} \cos \theta} \quad \dots \dots \dots (34)$$

で、したがって f_θ はバイアス角 θ に依存して求まることになる。

第17図は第1表、第2表の試料の定数を用いて 45° 方向引張における計算曲線を求めた結果を点線で示している。

実験は、試料長さに対する試料幅の比を $1:10$ とし、 $2 \times 20 \text{ cm}$ の試料をたて糸方向を 0° とし 15° 間隔または 22.5° 間隔に切り出し、引張速度 50 mm/min として測定した。

まずそのうち 45° 方向の特性を上記の計算結果と比較してみよう。第17図の実線はこの実験結果を示す。この場合は図のように荷重—伸長比曲線が急上昇する付近から実測値と計算値の間に不一致がみられる。両曲線の—

第17図 45° 方向の一軸伸長特性

致しない領域では糸伸びが加わる領域と考えられる。したがって③式の近似の適用される範囲で両曲線にはよい一致が得られている。

また、せん断変形特性にみられたと同様に変形のごく初期に階段状の立上がりが見られるが、これは一軸伸長特性に特に顕著に現われる現象で、理論でも計算されている。第17図の試料の違いによる初期伸長特性の差はほとんどが糸の交差角変化に対する抵抗トルク定数の違いにもとづくことも計算できる。

第18図も同様の比較で、やはり 45° 特性である。この

第18図 一軸伸長異方性のヒステリシス特性
#3 ポリエステル紡績糸織物の例

場合は特にヒステリシスも計算した。試料はポリエステル紡績糸織物の例である。すでに述べたように理論計算でもどり過程には③式の負の符号を用いる。

第19図 一軸伸長変形中の試料の外観
(左 $\theta = 22.5^\circ$, 中 $\theta = 45^\circ$, 右 $\theta = 67.5^\circ$)

45° 方向に伸長したときは第19図のような写真観測からもわかるように、 ψ_1 と ψ_2 はほぼ等しい値をとり、たて糸方向とよこ糸方向にそれぞれ均等に伸長して、ほとんど曲がらずに伸長されることから x_1, x_2 軸方向の二軸均等伸長特性を用いて k_1, k_2 を決定する近似の精度が高いことが推定できる。

第19図は織物の構造主軸 X_1 軸から $22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ$ 方向へ、 $\lambda = 1.1, 1.2$ の一軸伸長変形を与えたときの状態を示している。 $\theta = 45^\circ$ の場合はほとんどまっすぐに伸長されるのに対して、その他のバイアス角 θ の場合は写真のように蛇行して伸長されることがわかる。

45° バイアスの場合でも織物構造やたて糸、よこ糸方向の伸長特性の違いによってクランプ部付近で曲がりが生じていることは図から明らかである。

これらのことは、前述の理論で伸長方向とたて糸、よこ糸の構造中心線とのなす角度 ψ_1 と ψ_2 はバイアス角 θ とは無関係に④式の関係が保たれることを誘導したが、これを裏付けるもので、実験によってもこのように曲がる現象がとらえられた。

45° 以外の一軸伸長は上記の事実からもわかるように実際問題として測定が困難である。

4. 考 察

4.1 一軸伸長異方性の近似解とその精度

一軸伸長異方性は、バイアス角 θ とは無関係に④式により ψ_1 と ψ_2 が定まることについて前述した。④式に含まれる k_1, k_2 は x_1, x_2 軸方向へ λ_1, λ_2 , すなわち二軸均等伸長変形を仮定し、そのときの特性から求めることとした。

しかし、写真観測などからも明らかのように θ が 45° 付近の伸長変形にはこの仮定が適用できるが、 45° 方向から 0° または 90° 方向に近づくにしたがって x_1 または x_2 軸いずれかの一軸方向の伸長比が大きくなり、これと直交する方向の伸長比はほとんど変化しないとみなせる。したがって、 0° または 90° に近いバイアス角の場合には $\lambda_2 = 1$ または $\lambda_1 = 1$ とした一軸を拘束した二軸伸長特性より k_1, k_2 を求めてその値を用いてみた。

$\theta = 15^\circ$ の場合は $\lambda_2 = 1$ とし、 $\theta = 75^\circ$ の場合は $\lambda_1 = 1$ とした一軸拘束による二軸伸長特性を仮定し、二軸伸長変形理論を適用してそれぞれの場合について k_1, k_2 を求め、この値を④式に入れて ψ_1, ψ_2 を決定し、 f_θ と λ との関係を計算し、計算結果と実測曲線の一例を第20図に示している。 θ が $15^\circ, 75^\circ$

の場合は図からわかるように k_1 , k_2 に対する上述の仮定の妥当性が認められる。

これらより、一軸伸長異方性はバイアス角 θ によって定数 k_1 , k_2 を適宜選ぶ必要があり、第21図に示すような大まかな近似が適当ではないかと考えられる。

一軸伸長異方性における λ の決定は(56)式からわかるようにバイアス角 θ に関係すると同時に Ψ_1 , Ψ_2 とも関連して決定される。一軸伸長時に実際には第19図の写真にみられるような曲がりが生じることからも厳密な λ を決定することは困難であり、かつバイアス角 θ によって有効試料長さを補正して決定しなければならない。

本実験に用いた試料の場合は第22図に示す長さを有効

第20図 一軸伸長特性の異方性
#3 ポリエステル紡績糸織物
($\theta = 15^\circ, 75^\circ$ は修正理論計算曲線)

第21図 バイアス角 θ と織物の構造主軸方向への二軸伸長変形様式との関係

第22図 一軸伸長異方性測定時の有効試料長さ

試料長さとして実測値をとらえている。すなわち、 $2 \times 20\text{cm}$ の試料片において、二つのクランプ間にとめられた試料はクランプの一つで糸の端がつかまれている糸とフリーの状態にある糸とがあるため、両端がフリーの状態にある部分について考える。

4.2 二軸伸長異方性と一軸伸長異方性の比較

伸長変形様式の違いによる異方性の相違をみるためにポリエステル紡績糸織物を例として第23図のように極座標に示した。荷重軸を対数目盛とし、第23図(a)は一軸伸長時、同図(b)は一軸を拘束した二軸伸長時の荷重 f_θ を示している。

二軸伸長異方性は構造主軸方向するわち、 0° と 90° 方向に大きな異方性が認められない場合は同心円からの偏りが小さいのに対して、一軸伸長時には構造主軸からわずかに回転しただけで極端な異方性を示すことが特徴的で、いずれの変形様式においても伸長の初期過程、すなわち λ の小さい範囲で実測値と計算値との適合度が大きいことが認められる。

4.3 伸長特性における異方性とせん断変形特性との関係

S.M. Spivak¹⁴⁾ らは 45° バイアス方向の一軸伸長特性の測定値から単純せん断¹⁵⁾(この場合はせん断変形前の糸糸軸方向に強制荷重を与えた状態でのせん断変形)における織物のせん断応力一ひずみ特性を直接予測しようと試みたが、それは厳密には不可能であると結論づけている。

本理論においても 45° 方向の一軸伸長特性だけからせん断変形特性を予測することは、一軸伸長特性が多くの変形様式のうちの限られた一つの変形様式であること、

第23図 伸長特性における力学的異方性 #3 ポリエステル紡績糸織物

また理論もこの場合は近似を含むなどの理由から困難であることは当然予想される。

しかし、二軸伸長異方性理論を適用すれば、たとえば本実験に用いた変形様式における実測値から逆に F_{tr1} , F_{tr2} を計算し、糸の交差角変化に対する抵抗トルク定数を求めてせん断変形特性を予測することができる。すなわち、伸長時に x_1 , x_2 軸方向に働く張力 F_1 , F_2 を二軸伸長変形理論または主軸方向の二軸伸長特性を実測して、これらより F_1 , F_2 を求め、(13), (14)式から F_θ および $F_{\theta L}$ に寄与する張力の寄与分を差し引いた残りから F_{tr1} , F_{tr2} が計算できる。これは交差圧 F_c と交差角変化 ϕ の関数として求め、さらにこれより(18)式のトルク定数 T_{r0} , C_1 , C_2 , C_3 , C_4 を決定できる。これとせん断変形理論からせん断変形特性の計算ができる。

5. 結 語

織物の構造主軸から同じ面内で任意の角度回転した方向と、それに直交する方向を新しく主軸として、これらの軸にそった二軸伸長異方性または一軸伸長異方性を理論的に解析した。

これらの伸長特性における異方性は、すでに開発した織物のせん断変形理論を拡張して理論的に誘導でき、織物構造と糸の力学的特性として糸の伸長特性、糸の横圧に対する圧縮特性に加えて糸の交差角変化に対する抵抗トルクを糸の特性として与え、これらから理論計算する方法をみいだした。

一方、実験によってそれらの異方性を実測し、理論計算結果と実験結果との間かなりの一致を認めた。そして、二軸伸長特性における異方性は近似を含まず厳密解が得られるため、任意のバイアス角 θ に関して伸長の初期過程から大変形域まで本理論で精度よく計算できる

ことを確かめた。一軸伸長変形の場合は二軸伸長変形の特別な場合であるが、この場合は若干の近似を含んで誘導でき、45° 付近のバイアスの伸長に関してかなりよい一致が得られ、修正をほどこせば45° 以外の方向の特性もかなりの近似度で計算でき、一軸伸長特性の極端な異方性も本理論を用いて予測できる。

以上のような織物の力学的異方性は連続体の力学理論では予測できないことであるが、本理論で織物構造と糸の力学的特性とから平織物の伸長特性における異方性の推測が可能となった。

終わりに、本研究に対し種々の有益な御討論、示唆をいただいた京都大学工学部高分子化学教室、集合体力学研究会の諸氏に深く感謝の意を表したい。

なお、本研究の一部は昭和44年5月の第22回日本繊維機械学会年次大会で発表した。

文 献

- 1) 丹羽, 川端, 河合; 織機誌, **19**, T157 (1966), **20**, T12, T258, T279, T317 (1967)
- 2) 川端, 丹羽, 河合; 第20回繊維学会年次大会講演前刷, 180 (1967)
- 3) S. Kawabata, M. Niwa, H. Kawai; J. Text. Inst., 投稿中
- 4) 丹羽, 川端, 河合; 織機誌, **22**, T85, T133 (1969)
- 5) K. Weissenberg; J. Text. Inst., **40**, T89 (1949)
- 6) G. E. Chadwick, S. A. Shorter, K. Weissenberg; J. Text. Inst., **40**, T111 (1949)
- 7) W. F. Kilby; J. Text. Inst., **54**, T9 (1963)
- 8) 深谷; 青山学院女子短大紀要, No. 7 (1957)
- 9) 川端, 丹羽, 河合; 織機学会講演論文集, No.21, 124 (1968)
- 10) 丹羽; 京都大学工学博士論文 (1968)
- 11) 坂口, 川端, 河合, 裕; 材料, **17**, 356 (1968)
- 12) 丹羽, 川端, 河合; 織機学会講演論文集, No.21, 130 (1968)
- 13) 丹羽, 川端, 河合; 織機誌, 投稿予定
- 14) S.M. Spivak, L.R.G. Treloar; Text. Res. J., **38**, 963 (1968)
- 15) S.M. Spivak; Text. Res. J., **36**, 1056 (1966)