走行糸布の送りの制御における検出について

(第1報) 検出部の特性

大阪府立大学会員 中 島 衆 男 (会員)

栗 林 勝 利

Problems Concerning Detection Device in Speed and Tension Control of Running Yarn and Fabric Part 1: Dynamic Properties of Detector Itself

Kumeo Nakajima, Katsutoshi Kuribayashi

University of Osaka Prefecture, Member

Abstract

Dancer rollers are widely used in textile, paper and other industries to detect the difference in the running speed of a material between let-off and take-up rollers.

As the running speed of the material increases, and the materials processed are more stretchable, then use of dancer rollers as a detector of the speed difference in a control loop is accompanied by the phenomena described below. Such phenomena are inexplicable by considering the static characteristics alone of dancer rollers but call for their dynamic characteristics also.

- (1) The amplitude of variations in tension of the material and dancer roller displacement increases due to the roller mass and the elasticity of the material.
- (2) The material slackens and dancer roller jumps.
- (3) Slip occurs between the dancer roller and the material, resulting in variations in the running speed and tension of the material.

Assuming the deformation property of the material to be that of linear elasticity, the phenomena mentioned above can be analysed theoretically. The theoretical results are described and compared with experiments and fairly good agreement between them is shown.

(Received November 8, 1968)

摘 要

目 的 糸や布を送る工程において、ダンサ ローラーが走行糸布の速度、張力の検出に使用されている。その質量と走行糸布の変形特性が無視できない場合について、その検出器としての動特性を周波数応答の立場から解析する。

結 果 (1) 走行糸布の変形特性とダンサ ローラーの質量とにより、ダンサ ローラー系は振動系を構成する。したがってダンサ ローラーの上下方向、回転方向に共振現象が存在し、これが速度、張力の検出時には誤差となる。

- (2) 共振周波数付近においては走行糸布がたるみ、ダンサ ローラーがジャンプする。
- (3) ダンサ ローラーの回転方向の共振周波数付近ではダンサ ローラーと走行糸布との間ですべりが発生する。
- (4) ダンサ ローラーに外部ばねをつけると張力の検出に有効であるが、ダンサ ローラーの質量と外部ばねによる共振現象を生じ、その周波数では張力の検出器としての機能を失う。

(昭和44年11月8日受理)

1. 緒 言

走行糸布の送りの制御は単に繊維工業のみならず、製

紙工業、プラスチック工業、伸線工業などにおいても重要な問題のひとつである。この場合送り出しローラーと巻き取りローラーとの同調が必要となる。2本のローラ

一に速度差があるかどうかを検出するには、原理的にいくつかの方法が考えられるが、従来から浮遊ローラーを用いて、速度差をこのローラーの変位に変換する方法がひろく採用されている。ここではこの種のローラーを総称してダンサ ローラーと呼ぶことにする。

これまでは糸布の走行速度が比較的遅かったので、ダンサ ローラーにより2本のローラー¹⁾の速度差の積分値の $\frac{1}{2}$ がその変位に変換され、たとえば走行糸布の張力はダンサ ローラーの自重あるいはこれとカウンタ ウェイトの自重との差の $\frac{1}{2}$ に等しいと考え、静的に扱われてきた。プロセス ダイナミックスの著書においても、議論は静特性から一步も出ていない。わずかにWaesterberg²⁾がローラーを用いた張力測定装置の特性を動力学的に取扱っている程度である。比較的最近張力装置、織機³⁾のテンション ローラーなどについての研究がみられるが、これらもダンサ ローラーの動特性を直接対象としたものではない。

ところが近年の生産性の向上の動きに対応して糸布加工機械の送りの速度は上昇し、高い周波数で変動の加わる可能性が増大した。さらに加工すべき糸布も非常に伸びやすいものにまで範囲が拡っている。このような場合走行糸布に慣性による変動伸びが生じるため、ジャンプ現象が発生したり、ダンサ ローラーと走行糸布との間ですべりがおこったりする。このような現象の解析には動特性を考える必要がある。

糸布は一般には粘弾性物質と考えられ、その変形特性は複雑である。また長さ方向に諸性質が不規則に変動するものも多い。このような複雑な現実の糸をいきなり取り扱うことは容易でないので、糸布の性質は長さ方向に一定であり、変形特性を線形ばねで近似してよいと仮定すれば、理論的解析が容易となる。こうして得られた結果は現実の結果とはやや遊離するが、それでもなお考え方の基礎として有意義であることは明らかであろう。

このような考え方のもとに、ダンサ ローラーの質量、走行糸布の弾性を考慮した場合のダンサ ローラーの動特性を周波数応答の立場から解析し、その結果を実験によって検証し、理論の適用範囲を検討した。

2. ダンサ ローラー系の構成と用いた仮定

本論文で解析するダンサ ローラー系の概略を第1図に示した。図には示していないが、これ以外にダンサローラーの自重を軽減するためにカウンタ ウェイトをつけたような系やレバー式の揺動形の系などが実際によく用いられている。しかしこれらの系は第1図の系と等価と考えられるから、第1図の系でこのような場合も含めて考える。ダンサ ローラーは上下方向に自由に動けるようになっており、その変位は静的には送り出し、

第1図 ダンサ ローラー系

巻き取りローラーA, Bの駆動速度の差の関数である。またダンサ ローラーの外部にばねをつけた場合、走行糸布に働く張力は外部ばねのばね定数とダンサ ローラーの変位との関数となる。したがってダンサ ローラーの変位を検出することにより、走行糸布の速度、張力を検出することが可能であるから、ダンサ ローラーを速度、張力制御の検出装置として使用することができる。

基礎方程式の誘導にあたって次の仮定をおく。

- (1) 走行糸布の変形特性を線形ばねであらわす。
- (2) 走行糸布の質量および外部ばねの質量はダンサローラーの質量に比べて小さいとして無視する。
- (3) ダンサ ローラー系には粘性抵抗、摩擦抵抗が働かず、エネルギー保存系であるとする。
- (4) ローラーAとローラーBによる糸布の駆動速度の定常設定値は等しいとし、またローラーA, Bに駆動される糸布の定常線密度も等しいとする。
- (5) 第1図において④, ⑤点をローラーA, Bと走行糸布との接点(駆動点), ③点をダンサローラーと走行糸布との接触部中点として、④⑤点間の走行糸布をA側走行糸布, ③⑤点間の走行糸布をB側走行糸布と呼ぶ。これらの接点ではすべりはないものとし、張力はこの間の走行糸布に均一に作用するものとする。ただしすべり周波数を計算する際は、ダンサローラーと走行糸布との接触部全体に摩擦力が作用し、張力はこの部分で変化しているものとして解析する。

3. 記号の説明

本論文で次にあげた記号を用いる。

m : ダンサローラーの質量とカウンタ ウェイトなどの

質量を加えた上下運動方向の等価質量

W : ダンサ ローラー部重量とカウンタ ウェイトの重量との差

J : ダンサ ローラーの慣性モーメント

r : ダンサ ローラーと走行糸布との接触部半径

k_0 : 走行糸布の単位長あたりのばね定数

K : ダンサ ローラーにとりつけた外部ばねのばね定数

k_A, k_B, k : A, B 側走行糸布の定常設定自然長でのばね定数, およびこれらの長さが等しい時のばね定数

h_0 : 走行糸布に変形がない場合の外部ばねの定常設定伸び量

θ : ダンサローラーと走行糸布との接触角

μ : ダンサ ローラーと走行糸布との間の静摩擦係数

γ : A, B 側走行糸布の張力比 ($\gamma > 1$)

$\gamma_{\max 1}, \gamma_{\max 2}$: B 側走行糸布の張力が最大値および最小値の時の張力比

u : 無次元周波数 $u = \omega / \sqrt{(K + 2k) / m}$

$G_x(ju), G_A(ju), G_B(ju)$: ダンサ ローラーの変位と A, B 側走行糸布の張力の無次元周波数伝達関数

$C_x(ju), C_A(ju), C_B(ju)$: ダンサ ローラーの変位, A, B 側走行糸布に働く張力についての慣性の影響係数

s : ラプラス演算子

$\omega_{n1}, \omega_{n2}, u_{n1}, u_{n2}$: 第 1, 2 次共振周波数および無次元第 1, 2 次共振周波数

$\omega_{x1}, \omega_{A1}, \omega_{A2}, \omega_{B1}, u_{x1}, u_{A1}, u_{A2}, u_{B1}$: ダンサ ローラーの変位, A, B 側走行糸布に働く張力の零点周波数およびそれらの無次元零点周波数, 添字は周波数の小さいものから 1, 2 とした

ω_j, u_j : ジャンプ周波数と無次元ジャンプ周波数

ω_s : すべり周波数

λ : A, B 側走行糸布のばね定数比 $\lambda = k_A / k_B$

λ_K : 外部ばねのばね定数と A, B 側走行糸布の長さが等しい場合のばね定数との比 $\lambda_K = K / k$

λ_J : ダンサ ローラーと走行糸布との接触部半径の所に質量 m が集中したとする慣性モーメントとダンサローラーの慣性モーメントとの比 $\lambda_J = mr^2 / J$

i, p, q : 整数

j : 虚数の単位

次に時間の関数である諸量の記号を示す。ただし本文中ではこれらの記号の上部に一をつけて定常設定値, 何もつけないのは入力速度による変動量およびダンサローラーの質量と慣性モーメントとによって生じる変動量を示す。ダンサローラーの変位の定常設定値は走行糸布の変形がない時の位置から測る。

v_A, v_B : ローラー A, B による走行糸布の駆動速度

x, ω : ダンサローラーの上下変位 (重力方向を正とする) と角速度

Z_A, Z_B : A, B 側走行糸布の伸び量

T_A, T_B : A, B 側走行糸布の張力

T : 外部ばねの張力

V : 系の周波数応答の入力 $\frac{dV}{dt} = v_A$

l_A, l_B : A, B 側走行糸布の自然長

ただし l_A, l_B を時間の関数として扱う理由は, ローラー A, B とダンサローラーの角速度, およびダンサローラーの位置が時間とともに変化すれば, A, B 側走行糸布の自然長も時間とともに変化するからである。

4. 基礎方程式

ダンサローラーの質量と慣性モーメントとを考慮しない場合と考慮した場合の特性をそれぞれ静特性, 動特性と定義し, 第 2 節の仮定のもとに第 3 節の記号を使って基礎方程式をたてる。

A, B 側走行糸布の伸びの変動量はローラー A, B による駆動速度, ダンサローラーの角速度およびダンサローラーの変位等により与えられ

$$\frac{dx}{dt} + r(\bar{\omega} + \omega) - (\bar{v}_A + v_A) = \frac{dZ_A}{dt} \quad (1)$$

$$\frac{dx}{dt} - r(\bar{\omega} + \omega) + (\bar{v}_B + v_B) = \frac{dZ_B}{dt} \quad (2)$$

運動方程式は, まずダンサローラーの上下方向については

$$md^2(\bar{x} + x)/dt^2 = \bar{T} + T + W - (\bar{T}_A + T_A) - (\bar{T}_B + T_B) \quad (3)$$

ダンサローラーの回転方向については

$$(J/r)d(\bar{\omega} + \omega)/dt = (\bar{T}_B + T_B) - (\bar{T}_A + T_A) \quad (4)$$

外部ばねのばね力とダンサローラーの変位との関係は

$$T = -Kx \quad (5)$$

走行糸布の伸びと張力との関係は

$$\bar{T}_A + T_A = \{k_0/(\bar{l}_A + l_A)\}(\bar{Z}_A + Z_A) \quad (6)$$

$$\bar{T}_B + T_B = \{k_0/(\bar{l}_B + l_B)\}(\bar{Z}_B + Z_B) \quad (7)$$

定常設定値は, まず速度については

$$\bar{v}_A - r\bar{\omega} = 0 \quad (8)$$

$$r\bar{\omega} - \bar{v}_B = 0 \quad (9)$$

張力については

$$\bar{T} + W - \bar{T}_A - \bar{T}_B = 0 \quad (10)$$

$$\bar{T}_B - \bar{T}_A = 0 \quad (11)$$

外部ばねの設定張力については

$$\bar{T} = K h_0 - K \bar{x} \quad (12)$$

$$\bar{x} = (\bar{Z}_A + \bar{Z}_B)/2 \quad (13)$$

設定張力と伸びとの関係は

$$\bar{T}_A = (k_0/\bar{l}_A)\bar{Z}_A, \quad \bar{T}_B = (k_0/\bar{l}_B)\bar{Z}_B \quad (14)$$

である。

5. 理論周波数伝達関数および慣性による影響係数

第 4 節の基礎方程式において, ダンサローラー系へ

の入力を

$$v_A = \frac{dV}{dt}, \quad v_B = 0 \quad (15)$$

とし、ダンサローラーの変位、 A 、 B 側走行糸布の張力を出力とした場合の周波数伝達関数を求める。

A 、 B 側走行糸布の自然長は時間的に変化するが、この変化分はもとの自然長に比べて小さいとして第1次近似をとると、(6)、(7)式のばね定数の値は

$$\left. \begin{aligned} (k_0/\bar{l}_A)\{1+l_A/\bar{l}_A\}^{-1} &\div k_0/\bar{l}_A = k_A \\ (k_0/\bar{l}_B)\{1+l_B/\bar{l}_B\}^{-1} &\div k_0/\bar{l}_B = k_B \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

(1)~(11)、(14)、(16)式より定常設定値を消去すると

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} + r\omega - v_A &= \frac{dZ_A}{dt} \\ \frac{dx}{dt} - r\omega + v_B &= \frac{dZ_B}{dt} \\ m d^2x/dt^2 &= -Kx - T_A - T_B \\ (J/r)d\omega/dt &= T_B - T_A \\ T_A &= k_A Z_A \\ T_B &= k_B Z_B \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

(17)式は第1図のダンサローラー系の動特性をあらわす基礎方程式である。

また定常設定値は

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} &= (\lambda_k h_0 + W/k)/(\lambda_K + 2) \\ \bar{T}_A = \bar{T}_B &= (K h_0 + W)/(\lambda_K + 2) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

今(15)式と(17)式とにより各伝達関数を求めると

$$x(s)/V(s) = \frac{k_A(s^2 + \omega_{x1}^2)}{m(s^2 + \omega_{n1}^2)(s^2 + \omega_{n2}^2)} \quad (19)$$

$$T_A(s)/V(s) = \frac{-k_A(s^2 + \omega_{A1}^2)(s^2 + \omega_{A2}^2)}{(s^2 + \omega_{n1}^2)(s^2 + \omega_{n2}^2)} \quad (20)$$

$$T_B(s)/V(s) = \frac{k_A k_B r^2 (\lambda_J - 1)(s^2 + \omega_{B1}^2)}{J(s^2 + \omega_{n1}^2)(s^2 + \omega_{n2}^2)} \quad (21)$$

(19)~(21)式において $s = j\omega$ において周波数伝達関数を求めると

$$x(j\omega)/V(j\omega) = \frac{-k_A(\omega^2 - \omega_{x1}^2)}{m(\omega^2 - \omega_{n1}^2)(\omega^2 - \omega_{n2}^2)} \quad (22)$$

$$T_A(j\omega)/V(j\omega) = \frac{-k_A(\omega^2 - \omega_{A1}^2)(\omega^2 - \omega_{A2}^2)}{(\omega^2 - \omega_{n1}^2)(\omega^2 - \omega_{n2}^2)} \quad (23)$$

$$T_B(j\omega)/V(j\omega) = \frac{-k_A k_B r^2 (\lambda_J - 1)(\omega^2 - \omega_{B1}^2)}{J(\omega^2 - \omega_{n1}^2)(\omega^2 - \omega_{n2}^2)} \quad (24)$$

ただし(19)~(24)式において ω_{n1}^2 、 ω_{n2}^2 、 ω_{A1}^2 、 ω_{A2}^2 、 ω_{x1}^2 、 ω_{B1}^2 はそれぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \omega_{n1}^2, \omega_{n2}^2 &= [mr^2(k_A + k_B) + J(K + k_A + k_B) \\ &\quad \pm \sqrt{\{mr^2(k_A + k_B) + J(K + k_A + k_B)\}^2 \\ &\quad - 4Jmr^2(Kk_A + Kk_B + 4k_A k_B)}]/2Jm \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \omega_{A1}^2, \omega_{A2}^2 &= [mr^2 k_B + J(K + k_B) \\ &\quad \pm \sqrt{\{mr^2 k_B + J(K + k_B)\}^2 - 4mr^2 k_B J K}]/2Jm \end{aligned} \quad (26)$$

$$\omega_{x1}^2 = 2k_B r^2/J, \quad \omega_{B1}^2 = K r^2/(mr^2 - J) \quad (27)$$

(25)、(26)式の複号は ω_{n1}^2 、 ω_{A1}^2 に対して負号、 ω_{n2}^2 、 ω_{A2}^2 に対して正号をとる。

(22)~(24)式の分母子を $\{(K+2k)/m\}^2$ で除し、無次元周波数 v および λ 、 λ_K を使って書きなおすと

$$x(ju)/V(ju) = \frac{-(1+\lambda)(u^2 - u_{x1}^2)}{2(\lambda_K + 2)(u^2 - u_{n1}^2)(u^2 - u_{n2}^2)} \quad (28)$$

$$T_A(ju)/V(ju) = \frac{-k_A(u^2 - u_{A1}^2)(u^2 - u_{A2}^2)}{(u^2 - u_{n1}^2)(u^2 - u_{n2}^2)} \quad (29)$$

$$T_B(ju)/V(ju) = \frac{k_A(1+\lambda)(\lambda_J - 1)(u^2 - u_{B1}^2)}{2\lambda(\lambda_K + 2)(u^2 - u_{n1}^2)(u^2 - u_{n2}^2)} \quad (30)$$

ただし u_{A1}^2 、 u_{A2}^2 、 u_{n1}^2 、 u_{n2}^2 、 u_{x1}^2 、 u_{B1}^2 は ω_{A1}^2 、 ω_{A2}^2 、 ω_{n1}^2 、 ω_{n2}^2 、 ω_{x1}^2 、 ω_{B1}^2 をそれぞれ $(K+2k)/m$ で除して無次元化した周波数であり、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} u_{n1}^2, u_{n2}^2 &= \frac{(1+\lambda)^2}{4\lambda(2+\lambda_K)} \left[\lambda_J + 1 + \frac{2\lambda\lambda_K}{(\lambda+1)^2} \right. \\ &\quad \left. \pm \sqrt{\left\{ \lambda_J + 1 + \frac{2\lambda\lambda_K}{(\lambda+1)^2} \right\}^2 - \frac{8\lambda_J(\lambda_K+2)\lambda}{(\lambda+1)^2}} \right] \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} u_{A1}^2, u_{A2}^2 &= \frac{1+\lambda}{4\lambda(2+\lambda_K)} \left[\lambda_J + 1 + \frac{2\lambda\lambda_K}{\lambda+1} \right. \\ &\quad \left. \pm \sqrt{\left\{ \lambda_J + 1 + \frac{2\lambda\lambda_K}{\lambda+1} \right\}^2 - \frac{8\lambda_J\lambda_K\lambda}{1+\lambda}} \right] \end{aligned} \quad (32)$$

$$u_{x1}^2 = \lambda_J(1+\lambda)/\{(\lambda_K+2)\lambda\} \quad (33)$$

$$u_{B1}^2 = \lambda_K\lambda_J/\{(\lambda_J-1)(\lambda_K+2)\} \quad (34)$$

また無次元周波数伝達関数を

$$G_x(ju) = \frac{-(u^2 - u_{x1}^2)}{(u^2 - u_{n1}^2)(u^2 - u_{n2}^2)} \quad (35)$$

$$G_A(ju) = \frac{-(u^2 - u_{A1}^2)(u^2 - u_{A2}^2)}{(u^2 - u_{n1}^2)(u^2 - u_{n2}^2)} \quad (36)$$

$$G_B(ju) = \frac{(u^2 - u_{B1}^2)}{(u^2 - u_{n1}^2)(u^2 - u_{n2}^2)} \quad (37)$$

において(28)~(30)式を書きなおすと

$$x(ju)/V(ju) = \{(1+\lambda)/2(\lambda_K+2)\} G_x(ju) \quad (38)$$

$$T_A(ju)/V(ju) = k_A G_A(ju) \quad (39)$$

$$T_B(ju)/V(ju) = \frac{k_A(1+\lambda)(\lambda_J-1)}{2\lambda(\lambda_K+2)} G_B(ju) \quad (40)$$

(38)~(40)式は一般の場合 ($k_A \neq k_B$, $K \neq 0$) であるが、($k_A = k_B$, $K \neq 0$)、($k_A = k_B$, $K = 0$)、($k_A \neq k_B$, $K = 0$) の場合の式を第1表に示した。

静特性での周波数伝達関数は(28)~(30)式において $u=0$ を代入することにより求められ

$$x(j0)/V(j0) = (1/(\lambda_K+2)) \quad (41)$$

$$T_A(j0)/V(j0) = T_B(j0)/V(j0) = -K/2(\lambda_K+2) \quad (42)$$

である。

慣性による影響をあらわす量として、慣性を考慮した場合の周波数伝達関数(38)~(40)式に対して、慣性を考慮しない場合の周波数伝達関数(41)、(42)式の比を考える。そしてこの比を慣性による影響係数と名付け、 $C_x(ju)$ 、 $C_A(ju)$ 、 $C_B(ju)$ とおくと

$$C_x(ju) = \{(1+\lambda)/2\} G_x(ju) \quad (43)$$

$$C_A(ju) = -\{(1+\lambda)(\lambda_K+2)/\lambda_K\} G_A(ju) \quad (44)$$

$$C_B(ju) = \{(1+\lambda)^2(\lambda_J-1)/2\lambda_K\lambda\} G_B(ju) \quad (45)$$

となる。

$C_x(ju)$ 、 $C_A(ju)$ 、 $C_B(ju)$ が1と異なる場合には慣性による影響が存在している。慣性の影響がない場合には、当然のことであるが、(43)~(45)式において $u=0$ の場合であり

$$C_x(j0) = C_A(j0) = C_B(j0) = 1 \quad (46)$$

この場合にはダンサローラーは走行糸布の速度、張力

(第1表) 無次元共振周波数, 零点周波数および周波数伝達関数の計算式

	$k_A = k_B = k$ $K \neq 0$	$k_A = k_B$ $K = 0$	$k_A \neq k_B$ $K = 0$
λ	1	1	k_A/k_B
λ_K	K/k	0	0
λ_J	mr^2/J	mr^2/J	mr^2/J
u_{n1}^2	1	1	$\frac{(\lambda+1)^2}{8\lambda} \left\{ \lambda_J + 1 - \sqrt{(\lambda_J+1)^2 - \frac{16\lambda\lambda_J}{(\lambda+1)^2}} \right\}$
u_{n2}^2	$2\lambda_J/(\lambda_K+2)$	λ_J	$\frac{(\lambda+1)^2}{8\lambda} \left\{ \lambda_J + 1 + \sqrt{(\lambda_J+1)^2 - \frac{16\lambda\lambda_J}{(\lambda+1)^2}} \right\}$
u_{s1}^2			$\lambda_J(\lambda+1)/2\lambda$
u_{s1}^2	$\frac{1}{2(\lambda_K+2)} \left\{ \lambda_J + \lambda_K + 1 - \sqrt{(\lambda_J + \lambda_K + 1)^2 - 4\lambda_J\lambda_K} \right\}$	0	0
u_{s2}^2	$\frac{1}{2(\lambda_K+2)} \left\{ \lambda_J + \lambda_K + 1 + \sqrt{(\lambda_J + \lambda_K + 1)^2 - 4\lambda_J\lambda_K} \right\}$	$(\lambda_J+1)/2$	$(\lambda+1)(\lambda_J+1)/4\lambda$
u_{s1}^2	$\lambda_K\lambda_J/[(\lambda_K+2)(\lambda_J-1)]$	0	0
$(\tilde{x}(ju) + x(ju))/V(ju)$	$\frac{-1}{(\lambda_K+2)(u^2-1)}$	$\frac{-1}{2(u^2-1)}$	$\frac{-(\lambda+1)(u^2-u_{s1}^2)}{4(u^2-u_{s1}^2)(u^2-u_{s2}^2)}$
$(\tilde{T}_A(ju) + T_A(ju))/V(ju)$	$\frac{-k(u^2-u_{s1}^2)(u^2-u_{s2}^2)}{(u^2-1)(u^2-u_{s2}^2)}$	$\frac{-ku^2(u^2-u_{s2}^2)}{(u^2-1)(u^2-\lambda_J)}$	$\frac{-kAu^2(u^2-u_{s2}^2)}{(u^2-u_{s1}^2)(u^2-u_{s2}^2)}$
$(\tilde{T}_B(ju) + T_B(ju))/V(ju)$	$\frac{k(\lambda_J-1)(u^2-u_{s1}^2)}{(\lambda_K+2)(u^2-1)(u^2-u_{s2}^2)}$	$\frac{k(\lambda_J-1)u^2}{2(u^2-1)(u^2-\lambda_J)}$	$\frac{kA(\lambda+1)(\lambda_J-1)u^2}{4\lambda(u^2-u_{s1}^2)(u^2-u_{s2}^2)}$

を忠実に検出することが可能である。

(43)~(45)式の右辺において周波数に関係しているのは無次元周波数伝達関数 $G_x(ju)$, $G_A(ju)$, $G_B(ju)$ のみであり, それらを除いた部分は定数項である。このことより無次元周波数伝達関数を調べれば, 慣性による影響係数の周波数特性を知ることができる。

次に入力

$$V = a \sin \omega t \quad (47)$$

とおいた場合のダンサ ローラーの変位, 走行糸布の張力を時間の関数として求める

$$x(t) = \{(1+\lambda)/2(\lambda_K+2)\}a|G_x(ju)|\sin\{\omega t + \angle G_x(ju)\} \quad (48)$$

$$T_A(t) = k_A a |G_A(ju)|\sin(\omega t + \angle G_A(ju)) \quad (49)$$

$$T_B(t) = \{ak_A(1+\lambda)/2\lambda(\lambda_K+2)\}(\lambda_J-1)G_B(ju)|\sin(\omega t + \angle\{(\lambda_J-1)G_B(ju)\}) \quad (50)$$

6. 理論すべり周波数

一般にローラーと走行材との間の接触部全体にすべりが発生しはじめる周波数をすべり周波数と呼ぶことにする。ローラーがころがり状態からすべり状態にうつる場合の摩擦係数は静摩擦係数にはば一致することが筆者らの研究によって確められている。すなわちすべり始める時には, ローラーの前後の走行材の張力比 η , ローラーと走行材との間の静摩擦係数 μ , 接触角 θ との間には

$$\eta = e^{\mu\theta} \quad (51)$$

の関係が成立する。またローラーの入口側, 出口側の走行糸布の張力が時間的に変動する場合, その間の張力比も時間の関数となる。しかるに1周期中の張力比には数個の極大値が存在するはずであるから, すべりが発生す

るのはそれらの極大値が $e^{\mu\theta}$ をこえる時であるといえる。そして極大値は周波数の関数であるから, 張力比の極大値が $e^{\mu\theta}$ に等しくなる周波数が存在し得る。今その周波数を ω_s とすると, すべりを発生する臨界張力比は

$$\eta(\omega_s) = e^{\mu\theta} \quad (52)$$

となる。

ダンサ ローラーの前後の走行糸布の張力は $\bar{T}_A + T_A$, および $\bar{T}_B + T_B$ であるから(18)式を考慮すると

$$\left. \begin{aligned} \bar{T}_A + T_A &= (Kh_0 + W)/(\lambda_K + 2) + T_A \\ \bar{T}_B + T_B &= (Kh_0 + W)/(\lambda_K + 2) + T_B \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

T_A , T_B を与える(49), (50)式からわかるように, 位相 $\angle T_A$, $\angle T_B$ は $-\pi$ の整数倍であるから

$$\angle T_A = -p \times \pi, \quad \angle T_B = -q \times \pi \quad (54)$$

(53)式を書きなおすと

$$\left. \begin{aligned} \bar{T}_A + T_A &= (Kh_0 + W)/(\lambda_K + 2) + |T_A|\sin(\omega t - p \times \pi) \\ \bar{T}_B + T_B &= (Kh_0 + W)/(\lambda_K + 2) + |T_B|\sin(\omega t - q \times \pi) \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

(55)式の式の形から見て, 走行糸布の張力比の極大値は, 位相 $\angle T_A$, $\angle T_B$ の大きさ, および振巾 $|T_A|$, $|T_B|$ の大小関係がわかれば, 付録の第5表により計算できる。

例えば外部ばねがなく, A , B 側走行糸布の長さが等しい場合の張力 T_A , T_B について, すべり周波数の計算式を求めてみる。(55)式に $\lambda_K = 0$, $K = 0$ を代入すると

$$\left. \begin{aligned} \bar{T}_A + T_A &= W/2 + |T_A|\sin(\omega t - p \times \pi) \\ \bar{T}_B + T_B &= W/2 + |T_B|\sin(\omega t - q \times \pi) \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

そして(49), (50)式において $\lambda = 1$ ($k_A = k_B = k$), $\lambda_K = 0$ を代入すると(56)式中の振巾と位相は

$$|T_A| = ak|G_A(ju)|, \quad |T_B| = \{ak/2\}(\lambda_J-1)G_B(ju)| \quad (57)$$

$$-p \times \pi = \angle G_A(ju), \quad -q \times \pi = \angle \{(\lambda_J - 1)G_B(ju)\} \quad (58)$$

周波数範囲を各共振周波数，零点周波数の間の周波数範囲に分ければ，振巾の大小と位相の値は第2表のようになる。したがって付録の第5表において張力 T_0, T_1, T_2 に対して $\bar{T}_A (= \bar{T}_B)$, T_A , T_B を対応させると，第2表

(第2表) 最大張力比 ($\lambda=1, \lambda_K \neq 0$)

周波数範囲	$u < 1$	$1 < u < \sqrt{\frac{mr^2 + J}{2J}}$	$\sqrt{\frac{mr^2 + J}{2J}} < u < r\sqrt{\frac{m}{J}}$	$r\sqrt{\frac{m}{J}} < u$
A, B側張力の位相角	$\angle(\bar{T}_A + T_A) = 0$ $\angle(\bar{T}_B + T_B) = 0$	$\angle(\bar{T}_A + T_A) = -\pi$ $\angle(\bar{T}_B + T_B) = -\pi$	$\angle(\bar{T}_A + T_A) = -2\pi$ $\angle(\bar{T}_B + T_B) = -\pi$	$\angle(\bar{T}_A + T_A) = -3\pi$ $\angle(\bar{T}_B + T_B) = -2\pi$
A, B側張力の振幅の大小関係	$ \bar{T}_A + T_A > \bar{T}_B + T_B $	$ \bar{T}_A + T_A < \bar{T}_B + T_B $	$ \bar{T}_A + T_A < \bar{T}_B + T_B $	$ \bar{T}_A + T_A > \bar{T}_B + T_B $
最大張力比	$\eta_{\max 1}$	$\frac{\bar{T}_A + \bar{T}_A + T_A }{\bar{T}_A + \bar{T}_B + T_B }$	$\frac{\bar{T}_A + \bar{T}_B + T_B }{\bar{T}_A + \bar{T}_A + T_A }$	$\frac{\bar{T}_A + \bar{T}_B + T_B }{\bar{T}_A - \bar{T}_A + T_A }$
	$\eta_{\max 2}$	$\frac{\bar{T}_A - \bar{T}_B + T_B }{\bar{T}_A - \bar{T}_A + T_A }$	$\frac{\bar{T}_A - \bar{T}_A + T_A }{\bar{T}_A - \bar{T}_B + T_B }$	$\frac{\bar{T}_A + \bar{T}_A + T_A }{\bar{T}_A - \bar{T}_B + T_B }$
$\eta_{\max 1}$ と $\eta_{\max 2}$ との大小関係	$\eta_{\max 1} < \eta_{\max 2}$	$\eta_{\max 1} < \eta_{\max 2}$	$\eta_{\max 1} < \eta_{\max 2}$	$\eta_{\max 1} > \eta_{\max 2}$

7. 近似理論ジャンプ周波数

走行糸布の張力の振巾が大きくなるにつれ，1周期中の張力の最小値はだんだん小さくなる。張力の振巾と定常設定張力とが等しくなると張力の最小値は零になり，それ以上振巾が大きくなると走行糸布は緊張状態から解放されたるんでしまう。張力の振巾が定常設定張力に等しくなる時の周波数をその走行糸布のジャンプ周波数と称する。

ここで注意しなければならないことは，ジャンプしている時には張力値が零であるから，この時すでに張力比は $\eta = \infty$ でありすべっていることになる。このことは厳密なジャンプ周波数は，第4節の理論式のかわりにすべりを考慮した理論式を作り，この厳密な式により求めなければならないことを意味する。しかし実際には相当複雑な計算になるので，一応の目安として第4節の理論式より理論ジャンプ周波数を求めることにする。

第1図のダンサローラー系については，A, B側走行糸布のジャンプ周波数はそれぞれ

$$\bar{T}_A + T_A = 0, \quad \bar{T}_B + T_B = 0 \quad (60)$$

で計算できる。(18式の $\bar{T}_A$, $\bar{T}_B$ を60式に代入すると

$$\left. \begin{aligned} (Kh_0 + W)/(\lambda_K + 2) + T_A &= 0 \\ (Kh_0 + W)/(\lambda_K + 2) + T_B &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (61)$$

ジャンプは変動張力の振巾が定常設定張力に等しい時におこるから，61式を書きなおすと

$$\left. \begin{aligned} |T_A| &= (Kh_0 + W)/(\lambda_K + 2) \\ |T_B| &= (Kh_0 + W)/(\lambda_K + 2) \end{aligned} \right\} \quad (62)$$

となる。

(49), (50)式より $|T_A|$, $|T_B|$ を求め62式に代入すると

に示すような張力比の計算式が得られる。そしてこの計算式の中で $|T_A|$, $|T_B|$ などは周波数の関数であるから，第2表の張力比を62式に代入すれば

$$\eta_{\max 1}(u_s) = e^{i\mu\pi}, \quad \eta_{\max 2}(u_s) = e^{i\mu\pi} \quad (59)$$

59式よりそれぞれの周波数範囲において無次元理論すべり周波数 u_s が求まる。ただし $\theta = \pi$ とおいた。

$$\left. \begin{aligned} ak_A |G_A(ju)| &= (Kh_0 + W)/(\lambda_K + 2) \\ \{ak_A(1 + \lambda)/2\lambda(\lambda_K + 2)\} |(\lambda_J - 1)G_B(ju)| &= (Kh_0 + W)/(\lambda_K + 2) \end{aligned} \right\} \quad (63)$$

63式によりジャンプ周波数が求め得る。

例えばA, B側走行糸布長が等しく，外部ばねのない場合について，B側走行糸布のジャンプ周波数を求める。今63式の第2の式に $\lambda=1, \lambda_K=0, K=0$ を代入すると無次元ジャンプ周波数は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} u_J^2 &= [1 + \lambda_J \pm ak(\lambda_J - 1)/W \\ &\quad - \sqrt{\{1 + \lambda_J \pm ak(\lambda_J - 1)/W\}^2 - 4\lambda_J}] \\ u_J^2 &= [1 + \lambda_J \mp ak(\lambda_J - 1)/W \\ &\quad + \sqrt{\{1 + \lambda_J \mp ak(\lambda_J - 1)/W\}^2 - 4\lambda_J}] \end{aligned} \right\} \quad (64)$$

この式で複号は同順である。

また63式を変形して両辺の $20 \log_{10}$ をとると

$$\left. \begin{aligned} 20 \log_{10} |G_A(ju)| &= 20 \log_{10} \{ (Kh_0 + W)/(\lambda_K + 2)(ak_A) \} \\ 20 \log_{10} |G_B(ju)| &= 20 \log_{10} \{ (Kh_0 + W)/2\lambda/(ak_A(1 + \lambda)|\lambda_J - 1|) \} \end{aligned} \right\} \quad (65)$$

となる。したがってジャンプ周波数は，張力の無次元周波数伝達関数のゲイン曲線と65式の右辺に示す定数の水平線との交点から図上で求めることも可能である。このことは減衰のない系では最小共振周波数以下に最小ジャンプ周波数が存在することを意味する。

8. 理論特性

慣性による影響係数およびジャンプ周波数の値は無次元周波数伝達関数 $G_x(ju)$, $G_A(ju)$, $G_B(ju)$ によってきまることが第4, 7節でわかったから，それらの値については無次元周波数伝達関数のゲイン曲線を知れば大

体の傾向を知ることができる。またすべり周波数については、ゲイン曲線より求めることはできないが、無次元周波数伝達関数に支配されている。したがってダンサローラーの動特性を知るためには、無次元周波数伝達関数の傾向を知ることが重要である。

無次元周波数伝達関数は(35)~(37)式によって与えられ、これらはパラメータ λ , λ_K , λ_J , u の関数となっているため、これらのパラメータによる影響を全部含めた傾向を1平面上で示すことは不可能である。そこで実用上比較的多い場合 ($\lambda=1$) をとりあげ、無次元周波数伝達関数のゲイン曲線の具体例を第2図(a), (b), (c)に示した。第2図(a), (b), (c)はそれぞれダンサローラーの変位、パラメータ λ_K を固定して λ_J を変化させた場合の張力、およびパラメータ λ_J を固定して λ_K を変化させた場合の張力等についての無次元周波数伝達関数のゲイン曲線を示した。

慣性による影響係数は(43)~(45)式で与えられるから、第2図(a), (b), (c)から影響係数のゲイン曲線を求めるには(43)~(45)式の右辺の係数値だけゲイン曲線を移動させればよい。影響係数のゲイン値は無次元周波数 u の値により変化するが、 u が小さい場合にはゲイン曲線は平坦であり、この部分では影響係数はほとんど変化がないことがわかる。このことについて(46)式を考慮すれば、平坦部では影響係数のゲイン値は約 0 dB であるから、走行糸布の速度、張力の忠実な検出が可能であるということを示している。しかるに走行糸布の速度と張力とをダンサローラーで検出する場合には、無次元周波数伝達関数の共振周波数、零点周波数のうち一番小さいものが平坦部の上限、つまり検出器の使用可能周波数上限を与えることになるから、これら共振周波数、零点周波数の大小関係が重要である。このような理由により ($\lambda=1$) の場合について λ_K , λ_J をパラメータにした無次元共振周波数、無次元零点周波数の計算結果を第2図(d)に示した。

ジャンプ周波数は(65)式に示したように、張力の無次元周波数伝達関数のゲイン曲線と(65)式の右辺の定数の水平線との交点から求められる。今仮に第2図(b)に(65)式の右

第2図(a) 変位の無次元周波数伝達関数のゲイン

第2図(b) $\lambda_K=1$, $\lambda_J=1$ の場合の張力の無次元周波数伝達関数ゲイン

第2図(c) $\lambda_J=4$, $\lambda_K=1$ の場合の張力の無次元周波数伝達関数ゲイン

辺の定数に相当する水平線を入れてあるが、水平線とゲイン曲線との交点（黒点）により横軸の値を読めばジャンプ周波数を知ることができる。数個のジャンプ周波数のうちで問題となるものは最小ジャンプ周波数である。最小ジャンプ周波数を大きくするためには、水平線を上げるか、または最小共振周波数を大きくする必要がある。水平線を上げるということは、(65)式の右辺からわかるように、 Kh_0+W を大きくすること、すなわち設定張力を大きくすることである。また最小共振周波数を大きくすることについては、パラメータ λ_K , λ_J を適当に操作することが必要である。

第2図(d) $\lambda=1$ の場合の無次元零点周波数および無次元共振周波数の計算図

9. 実験および考察

第1図のダンサローラー系について忠実に実験しようと思えば、ローラーBに一定角速度の回転を与えて糸布を走行させ、ローラーAにローラーBの周速度と同じ周速度を与えると同時に、さらに正弦波状に変動する角速度を重ね合わせねばならない。しかしすでに述べたように、糸布は一般に長さ方向に変形特性が変化してお

り、理論の仮定と一致しない。しかし点④、⑤で定常設定線密度が同じであれば一定速度での走行は、力に関する限り静止と等価である。そうするとむしろ糸布を走行させず、一端はローラーBのところで固定し、他端はローラーAのところで上下に正弦波運動させればよいことになる。

このように考え、第3図の実験装置を用いて、定常設定速度零の場合を実験した。第1図の系の基礎方程式が(17式)に変換され、 $\bar{v}_A$, $\bar{v}_B$, $\bar{\omega}$ が消えてしまうことはこの考え方の正しいことを示している。

第3図の実験装置では、機械式無段変速機により偏心輪を駆動し、A点に振幅0.5cmの正弦波上下運動を与えて変動入力速度とした。B点は完全固定し、非接着型歪ゲージを取付け張力 T_B を測定した。またダンサローラーの上下変位は差動トランスにより測定した。使用したダンサローラーは、外輪はアルミニウム製、軸は鋼製で、軸受部は摩擦抵抗をさけるためピボット軸受とした。寸法は外径3cm、テープ用溝巾1.2cm、糸および線用にさらにV字型溝をつけた。実験に使用した走行糸布の諸特性を第3表に、実験条件を第4表に示した。

第3図 第1図のダンサローラー系の実験装置

9.1 ダンサローラーの変位、走行糸布の張力の周波数応答

第4図(a), (b), 第5図(a), (b)にダンサローラーの変

(第3表) 走行糸布の特性

走行糸布名	単位長さあたりのばね定数[g/cm/cm]	備考
ナイロンテープ	38.5×10^3 (0~200g荷重) 112×10^3 (200~400g荷重)	テープ幅 11[mm]
ポリエステルテクスチャード糸	1.38×10^3	線密度 0.007[g/m]
ポリウレタン弾性糸	0.0355×10^3	ナイロン糸で被覆 線密度 0.103[g/m]

位 x および走行糸布の張力 T_B の無次元周波数応答の実験結果の 1 例と理論値とを示した．図中実線は第 1 表の

($k_A=k_B, K=0$) と ($k_A=k_B, K\neq 0$) の条件の式で計算した無次元周波数伝達関数の理論曲線である．実験は

(第 4 表) 実 験 条 件

	ポリウレタン弾性糸	ポリエステル テクスチュアド糸	ナイロンテープ
走行糸布の本 (枚) 数	10, 20, 30	5	1
走行糸布の全長 [cm]	20, 30, 50, 60	20, 40, 60	20, 40, 60
走行糸布のばね定数 [g/cm]	$k = 23.65 \sim 106.3$	$k = 173.4 \sim 690$	$k = 1283 \sim 11,200$
ダンサローラーの質量 [g・s ² /cm]	$m = 0.163$	$m = 0.163$ 0.190	$m = 0.163$ 0.190
外部ばねのばね定数 [g/cm]	$K = 0$	$K = 0$ 255	$K = 0$ 255

ダンサ ローラーの慣性モーメント $J = 0.03435$ [g・s²・cm]

ばね定数の異なった走行糸布について行ない，それぞれ無次元周波数応答のゲインと位相とを示した．

第 4 図(a), (b)は外部ばねがなく，ダンサ ローラーの両側の走行糸布長が等しい場合のダンサ ローラーの変位 x および走行糸布の張力 T_B の無次元周波数応答である．まず(a)のダンサ ローラーの変位 x の周波数応答については，共振周波数はダンサ ローラーの質量と走行糸布のばね定数とで決まる第 1 次共振周波数のみで，第 2 次共振周波数はあらわれない．この図中ナイロンテープとポリエステルテクスチュアド糸については，周波数が高くなるにつれ第 1 次共振周波数の手前でジャンプを始めたため，その周波数で実験を中止した．ポリウレタン弾性糸は糸の粘性のため第 1 次共振周波数付近で振巾が

押えられ，ジャンプ現象がひどくなく，張力についてあらわれる第 2 次共振周波数までデータがとれた．次に(b)の張力 T_B の周波数応答については，第 1 次共振周波数のほかにダンサ ローラーの慣性モーメントと走行糸布のばね定数とによる第 2 次共振周波数が存在する．変位，張力とも実際の走行糸布には減衰が存在するため，共振周波数付近では実験値は理論曲線よりずれているが，それを除けば全体として実験と理論曲線とはよく一致している．

第 5 図(a), (b)は外部ばねがあり，ダンサ ローラーの両側の走行糸布長が等しい場合のダンサ ローラーの変位 x および走行糸布の張力 T_B の周波数応答である．まず(a)のダンサ ローラーの変位 x の周波数応答について

第 4 図(a) 外部ばねがない場合のダンサ ローラーの変位 x の無次元周波数応答

第 4 図(b) 外部ばねのない場合の張力 T_B の無次元周波数応答

第5図(a) 外部ばねのある場合のダンサ ローラーの変位 x の無次元周波数応答

は、共振周波数は第1次共振周波数のみである。ただしこの共振周波数は外部ばねのばね定数の関数にもなっており、大きさは外部ばねのあるときの方が大きい。実験値にポリウレタン弾性糸がないのは、外部ばねのばね定数がポリウレタン弾性糸のばね定数より大きすぎるため、ポリウレタン弾性糸が伸び切ってしまって実験が行えなかったためである。次に(b)は張力 T_B の周波数応答で、共振周波数には第1次共振周波数および第2次共振周波数の2つがある。第2次共振周波数は外部ばねの有無いずれの場合も同じ式 ($\omega_{n2} = r\sqrt{2k/J}$) で与えられる。零点周波数には外部ばねによる第1次零点周波数がある。図中零点周波数以下の周波数で位相が $+180^\circ$ になっているのは、低周波域ではダンサ ローラーの質量や慣性モーメントによる変動量よりも外部ばねによる張力の変動量の方が大きいためである。

全体に実験値と理論値とはかなりよく一致していると考えられる。

9.2 すべり周波数

第6図(a), (b), (c)にばね定数 $k=37.5\text{g/cm}$ のポリウレタン弾性糸を走行糸布に使用した場合の張力 T_B の理論振巾と実験振巾とを周波数を横軸にとり示した。

第6図(a)は周波数に対する張力 T_B の理論振巾を示した。同図中の黒点は第2表の計算式で計算したすべり周波数の位置を示した。そしてその間の破線はすべり状態にあることを意味する。同図によればすべり状態は3箇所あり、第1次共振周波数前後で張力 T_B が最小値ですべる場合と、第2次共振周波数前後で張力 T_B が最小値、および最大値ですべる場合とである。

第5図(b) 外部ばねがある場合の張力 T_B の無次元周波数応答

第6図(b)は上記走行糸布を使用した場合の実験値である。これは入力周波数を連続的に上げて行った時の振巾である。ただしこの場合の実験はダンサ ローラーと走行糸布との間ですべりが発生しないように、ダンサ ローラーの角変位の中点で走行糸布をダンサ ローラーに結びつけて実験した。

第6図(c)はダンサ ローラーと走行糸布とを結びつけて

第6図(a) B側走行糸布の理論張力

第6図(b) すべりのない場合のB側走行糸布の張力の振巾

第6図(c) すべりがある場合のB側走行糸布の張力の振巾

ず普通の状態を実験した記録図である。したがって第6図(b)と(c)との振巾の差はすべりによるものと考えられる。第6図(c)の矢印と矢印との間以外の周波数では、(b)と(c)の振巾は良く一致しているが、矢印と矢印の間では(c)の振巾が(b)に比べて小さく、この間ですべっていることがわかる。またジャンプしている場合は張力波形が張力零でクリップされるのに対して、すべっている場合には正の張力の値でクリップされる。したがって第6図(c)とは別に記録した張力波形によっても正の張力の値でクリップされており、すべり現象ははっきり確認できた。

第6図(a)の理論振巾と(c)の実験振巾とを比較すると、第1次共振周波数付近でのすべりは実験振巾にはあらわれていない。そして第2次共振周波数付近のすべりについては、すべっている周波数帯が理論値に比べて実験値の方が小さいことがわかる。これらの理由は、理論値の振巾は減衰を無視したのに対し、実験に使用した走行糸布には減衰があるため、実験値の振巾が理論値ほど大きくないことによる。つまり実験での張力比が理論張力比よりも小さいためと考えられる。また第1次共振周波数付近においてよりも第2次共振周波数付近においてすべり現象が明瞭に観測できた理由は、張力 T_A , T_B が第1次共振周波数では同位相であるが、第2次共振周波数では逆位相であるためと思われる。全体の傾向として実験値は理論とかなりよく一致しており、第2表の計算式が妥当であるといえる。

またローラーの慣性モーメントと走行糸のばね定数とについての動特性を研究した報告では、共振周波数付近ですべりが発生した場合、ローラーはゆっくりした回転運動をおこし、その方向は共振周波数を境として、その前後で逆回転すると報告している。本研究でのダンサローラーのすべりについて観測した結果でも、すべりの発生している第2次共振周波数付近で、まずその周波数の少し手前でダンサローラーが増速方向へ、そのあとでは減速方向へ回転しているのが観測できた。これはダンサローラーの両側の走行糸布の張力比の値が、張力 $T_B + T_B$ の最大値、最小値の時に異なるためと思われる。すなわち第2表に示すように、第2次共振周波数以下では $\eta_{\max 1} < \eta_{\max 2}$ であり、張力比は張力 T_B の最小値の時の方が最大値の時よりも大きい。このことは張力 T_B の最小値でのすべり量が、最大値でのすべり量よりも大きいことを意味する。すべり方向は張力 T_B の最小値では増速方向、最大値では減速方向であるから、両方合計したすべり量は増速方向となり、全体として増速方向に回転していることになる。また第2次共振周波数より上では $\eta_{\max 1} > \eta_{\max 2}$ で回転方向は減速方向となる。

9.3 ジャンプ周波数

第7図に外部ばねがなく、 A , B 側走行糸布の長さが等しい場合 ($\lambda_K=0$, $\lambda=1$) についてのジャンプ周波数の理論値と実験結果とを示した。(64)式において λ_f , a , W を与えれば無次元ジャンプ周波数は走行糸布のばね定数 k の関数となる。 $\lambda_f=10.68$, $W=159.74\text{g}$, $a=0.5\text{cm}$

第7図 無次元ジャンプ周波数

を(64)式に代入して無次元ジャンプ周波数を計算したのが第7図の実線である。この条件のもとでは、走行糸布のばね定数 $k=166\text{g/cm}$ を境として、それより小さい場合は4個、大きい場合は2個のジャンプ周波数がある。今これらの無次元ジャンプ周波数の小さいものから1～4番、または1, 2番の番号をつける。ジャンプは1, 2番の間の周波数および3, 4番の間の周波数において発生しており、それ以外の周波数ではジャンプ現象は存在しない。実験値についてはデータ記録紙上で変動張力が張力零の線と接した周波数を求め、これを無次元化したものを第6図にプロットした。ある k の値に対して無次元ジャンプ周波数の実験値のように必ずしも4個または2個全部そろっていない。これは1, 2番または3, 4番の間の周波数でジャンプ現象が相当はげしく、その周波数以上では実験を中止したのが1つの理由であり、今1つはデーターの中にはジャンプが明瞭でない場合があったため、これらの実験値は除いたためである。

また第6図(c)と(b)について、高周波域でのジャンプとすべりとに注目すると、ジャンプ周波数領域はすべり周波数領域に含まれており、ジャンプ現象は既にすべっている状態で発生することが実験的に知ることができた。

10. 結 論

第1図に示すダンサローラー系について、走行糸布の変形特性を線形ばねと仮定し、ダンサローラーの質量を考慮した特性を動特性、考慮しない場合を静特性と定義することにより静特性のみでは解析できない諸現象を動特性を考えることにより解析することができた。

ダンサローラーの慣性が無視できない場合には動特性を考える必要があり、その影響は次の3項に要約することができる。

- (1) 静特性に対して慣性による影響係数を考慮する必要がある。
- (2) 共振周波数付近においてジャンプ現象が存在する。
- (3) 主にダンサローラーの回転方向の共振周波数付近でダンサローラーと走行糸布との間にすべりが発生する。

まず(1)については影響係数が1から相当ずれる共振周波数, 零点周波数付近ではダンサローラーは走行糸布の速度と張力の検出器としての機能を全く失ってしまう。また(2),(3)のジャンプ現象とすべり現象についても, 共に共振周波数付近で発生し, これらの現象が発生するとダンサローラーによる走行糸布の速度と張力の忠実な検出は不可能となる。ダンサローラーの変位を測定して, 走行糸布の速度, 張力の忠実な検出ができる周波数範囲は無次元周波数伝達関数のゲイン曲線の平坦な部分(共振周波数または零点周波数以下の周波数)である。

したがってダンサローラーを走行糸布の速度と張力の検出器として使用する場合は周波数上限は最小共振周波数または最小零点周波数であると考えて実用上はぼさしつかえない。

なお実験試料の入手は東洋レーヨンKK田畑昌顕氏の御好意によった。記して謝意を表する。

文 献

- 1) G. Kadegge ; Melliand Textilber., **37**, 702 (1956)
- 2) D. P. Campbell ; Process Dynamics, p. 316, 1958, J. Wiley
- 3) L. Waesterberg ; Text. Res. J., **27**, 925 (1957)
- 4) 酒井, 久世 ; 本誌, **14**, 250 (1961)
- 5) 乾 ; 本誌, **17**, 582 (1964)
- 6) 乾 ; 本誌, **20**, 307 (1967)
- 7) 中島, 栗林 ; 本誌, **18**, 691 (1965)

付録 張力比の計算式

第8図に示す走行材とローラーとのところがり接触において, ローラーの両側の走行材の張力が次の式の形で与えられる場合を考える。

$$\begin{aligned} T_0 + T_1 &= T_0 + |T_1| \sin(\omega t + \angle T_1) \\ T_0 + T_2 &= T_0 + |T_2| \sin(\omega t + \angle T_2) \end{aligned} \quad [1]$$

$$\angle T_1 = -p\pi, \angle T_2 = -q\pi (p, q \text{ は正の整数}) \quad [2]$$

ここで T_0 は平均張力であり, T_1, T_2 は変動張力とす

第8図 走行材と円筒とのところがり接触図

る。また T_1 と T_2 の振巾は T_0 より小さいものと仮定する。

両走行材に働く張力の張力比は

$$\eta_1 = \frac{T_0 + |T_1| \sin(\omega t + \angle T_1)}{T_0 + |T_2| \sin(\omega t + \angle T_2)} \quad (\text{ただし } T_1 > T_2) \quad [3]$$

または

$$\eta_2 = \frac{T_0 + |T_2| \sin(\omega t + \angle T_2)}{T_0 + |T_1| \sin(\omega t + \angle T_1)} \quad (\text{ただし } T_2 > T_1) \quad [4]$$

[3], [4]式に[2]式を代入すると

$$\eta_1 = \frac{T_0 + |T_1| \sin \omega t \cos p\pi}{T_0 + |T_2| \sin \omega t \cos q\pi} > 1 \quad [5]$$

$$\eta_2 = \frac{T_0 + |T_2| \sin \omega t \cos q\pi}{T_0 + |T_1| \sin \omega t \cos p\pi} > 1 \quad [6]$$

η_1, η_2 が極値をとるのは

$$\frac{d\eta_1}{dt} = \frac{T_0 \omega \{ |T_1| \cos p\pi - |T_2| \cos q\pi \} \cos \omega t}{\{ T_0 + |T_2| \sin \omega t \cos q\pi \}^2} = 0 \quad [7]$$

$$\frac{d\eta_2}{dt} = \frac{T_0 \omega \{ |T_2| \cos q\pi - |T_1| \cos p\pi \} \cos \omega t}{\{ T_0 + |T_1| \sin \omega t \cos p\pi \}^2} = 0 \quad [8]$$

のときであり, $\cos \omega t = 0$ すなわち $\sin \omega t = \pm 1$ のときに極値をとる。

$\sin \omega t = \pm 1$ を[5], [6]式に代入すると

$$\eta_1 = \frac{T_0 \pm |T_1| \cos p\pi}{T_0 \pm |T_2| \cos q\pi} > 1 \quad [9]$$

$$\eta_2 = \frac{T_0 \pm |T_2| \cos q\pi}{T_0 \pm |T_1| \cos p\pi} > 1 \quad [10]$$

[9], [10]式において複号は同順である。

今 $|T_1|$ と $|T_2|$ との大小関係および $(p \sim q)$ の値の奇数, 偶数のいずれであるかを与えた場合, [9], [10]を満足する η_1, η_2 の最大値が求まり, 第5表のようになる。

この表では, $T_0 + T_2$ が最大値, 最小値の時のについての張力比をそれぞれ $\eta_{\max 1}, \eta_{\max 2}$ であらわしている。

(第5表) 最大張力比

条 件 最大 張力比	$\angle T_1 \sim \angle T_2 = 2k\pi$		$\angle T_1 \sim \angle T_2 = (2k+1)\pi$	
	$ T_1 > T_2 $	$ T_1 < T_2 $	$ T_1 > T_2 $	$ T_1 < T_2 $
$\eta_{\max 1}$	$\frac{T_0 + T_1 }{T_0 + T_2 }$	$\frac{T_0 + T_2 }{T_0 + T_1 }$	$\frac{T_0 + T_2 }{T_0 - T_1 }$	$\frac{T_0 + T_2 }{T_0 - T_1 }$
$\eta_{\max 2}$	$\frac{T_0 - T_2 }{T_0 - T_1 }$	$\frac{T_0 - T_1 }{T_0 - T_2 }$	$\frac{T_0 + T_1 }{T_0 - T_2 }$	$\frac{T_0 + T_1 }{T_0 - T_2 }$
$\eta_{\max 1}$ と $\eta_{\max 2}$ との大小関係	$\eta_{\max 1} < \eta_{\max 2}$	$\eta_{\max 1} < \eta_{\max 2}$	$\eta_{\max 1} > \eta_{\max 2}$	$\eta_{\max 1} < \eta_{\max 2}$