紡績双糸の強伸度について

信州大学繊維学部 久 間 秀 彦 (会員)

信州大学繊維学部 小 林 みつ子 (会員)

特 許 庁 風 間 武 彦 (会員)

Strength and Elongation of the Two-fold Staple Yarn

Hidehiko Kyuma*, Mitsuko Kobayashi* and Takehiko Kazama**

*Faculty of Textile Science and Technology,

Shinshu University, Ueda, Nagano-ken

**The Japanese Patent Bureau, Kasumigaseki, Chiyoda-ku, Tokyo

Abstract

The strength and elongation of two-fold staple yarn have been analyzed here. Experimental data obtained show that the calculated strength and elongation agree well with the observed one. The main results are what follows :

1) When a two-fold staple yarn is broken, a pressure is produced in the yarn. The pressure is determined mainly by following function. This function is called pressure function.

$$F(\theta_R', \beta) = 1 + \{(\log \cos \theta_R' / \tan^2 \theta_R') (2 - 4\pi \Delta \sin^2 \beta)\}$$

And, θ_R' : Bottom twist angle of the single yarn in the two-fold yarn.

β : Ply twist helix angle.

Δ : Coefficient

The pressure function of single yarn is :

$$F(\theta_R) = 1 + 2 \log \cos \theta_R / \tan^2 \theta_R$$

where θ_R is the twist helix angle of single yarn, and θ_R is the twist helix angle of single yarn.

2) The strength-twist curve of single yarn can be converted into the strength-pressure function curve, and the strength-bottom twist, ply twist curve of two-fold yarn into the strength-pressure function curve. The two strength-pressure function curve are the same essentially. So that, from the strength-twist curve of single yarn the strength-bottom twist, ply twist curve of two-fold yarn can be explained.

(Received November 8, 1969)

摘 要

目 的 紡績双糸の強伸度を解析し、計算値と実験値を比較しようとしたものである。

成 果 (1) 双糸の切断時における、糸内の平均圧力 $\bar{P}$ を支配する次式を双糸の圧力関数と称する。

$$F(\theta_R', \beta) = 1 + \{(\log \cos \theta_R' / \tan^2 \theta_R') (2 - 4\pi \Delta \sin^2 \beta)\}$$

ただし、 θ_R' : 双糸中の単糸の撚り角度

β : 上撚り角度

Δ : 係数

なお、単糸の圧力関数は次式で示される。

$$F(\theta_R) = 1 + 2 \log \cos \theta_R / \tan^2 \theta_R$$

(2) 単糸の強力—撚り係数曲線を、強力—圧力関数曲線に変換し、双糸の強力—下撚り係数、上撚り係数曲線を、強力—圧力関数曲線に変換すれば両曲線は本質的に同一であり、単糸の強力—撚り係数曲線から双糸の強力—下撚り係数、上撚り係数曲線を求めることができる。

(昭和44年11月8日 受理)

1. 緒 言

紡績双糸の強伸度は上撚り数と下撚り数によって複雑¹⁾な変化をする。これに対する実験的研究は、S. Kershaw,²⁾ A.F.W. Coulson and G. Dakin, L.A. Fiori, J.J. Brown and J.E. Sand³⁾らにより行なわれているが、解析的な研究はきわめて不十分な状態である。したがって、筆者らは双糸の強力⁴⁾の発生機構は単糸の強力⁵⁾の発生機構と基本的に同一であるとの立場から解析的研究を行ない、Shirley Miniature Spinning Plant により紡出された スフ 糸 30/2S について得られた実験結果と対比しようとしたものである。

2. 理 論

2.1 双糸強力⁴⁾の発生機構

2.1.1 単糸の強力⁵⁾

双糸強力⁴⁾の発生機構を単糸強力⁵⁾の発生機構と対比して説明するために、まず簡単に単糸の強力について述べる。

単糸の強力は最初は撚り係数の増加と共に上昇する。これを J.F. Bogdan⁴⁾ は第 1 図に示すように繊維間の結

(第 1 図) 紡績単糸強力⁵⁾の発生の機構

合力⁶⁾の増加によるとしているが、これは R.R. Sullivan⁶⁾ 筆者らが行なったように、撚り係数の増加と共に糸の切断時における糸内部の圧力が上昇し、糸断面中の繊維の切断比が次第に増加し 1 に近づくためであると考えられる。

一方撚り係数の増加は繊維の糸軸に対する傾斜を増加させて糸強力を減少させる。この効果は連続繊維糸の場合と全く同様であり、M.M. Platt は component effect と称している。

この 2 つの現象を合計したものが単糸の強力であると

考えられる。

ある撚り係数で繊維切断比は最大値に達し単糸の強力は最大値を示す。この撚り係数を限界撚り係数と称する。

限界撚り係数以上においては、撚り係数を増加しても近似的に繊維切断比の増加はないと考えてもよいと思われる。前述の component effect¹⁷⁾により糸強力は減少して行くのであるが、筆者の実験によれば、実際の糸強力⁶⁾の低下の割合は、component effect による低下の割合より大きい。この原因として、限界撚り係数以上においては、糸の硬化の程度が大きく、したがって、糸内部の繊維は複雑な組合せ応力を受けやすく、繊維の引張強力はその種類により程度の差はあるが次第に低下するためでないかと考えられる。

この状態を第 2 図に示した。すなわち曲線(1)は実際の

(1) 実際の強力曲線

(2) 繊維の傾斜の効果を除いた強力曲線

(第 2 図) 単糸強力と平行繊維束強力⁶⁾の関係

強力—撚り角度曲線であり、曲線(2)は繊維の傾斜の効果を除いた強力—撚り角度曲線である。曲線(2)において最高の強力指数を 0.975 としたのは、達し得る最高の繊維切断比 λ は約 0.95% であり、これに滑り繊維 $(1-\lambda) = 0.05$ が示す摩擦力の糸強力への寄与 $0.05 \times 1/2 = 0.025$ を加えたものである⁶⁾。

2.1.2 限界圧力

単糸の切断時における糸内部の圧力は後述の(1)式に示すように、撚り数の関数であり、撚り数の増加と共に増加する。したがって、第 1 図の横軸の撚り係数は圧力に換算できる。

なお、糸が最高の強力を示す、限界撚り係数における圧力を限界圧力と称することにする。

撚りのない平行繊維束になんらかの方法で横圧力を加

えた場合の強力曲線は第2図の曲線(2)において、横軸の撓り係数を圧力に換算したものと考えられる。しかし、限界圧力以上における曲線の低下の割合は、2.1.1で述べた加撓の影響が存在しないために、曲線(2)ほど著しくないとと思われる。

双糸の場合の糸内部の圧力は後述の(18)式に示すように、下撓り数と上撓り数により決定され複雑な変化を示すが、単糸の場合と同様な限界圧力が考えられ、限界圧力以下においては圧力の増加と共に繊維切断比が増加し、双糸強力は増加するが、限界圧力以上においては圧力の増加と共に双糸強力は減少すると考えられる。

2.1.3 双糸の強力

本報では上撓りと下撓りの加撓方向が異なる双糸を取り扱うので、上撓りを増加させると下撓りは解撓されるために下撓りによる圧力は減少し、上撓りによる圧力は増加すると考えられる。下撓り係数の小さい糸に上撓りを加えていくと、一般に大きな強力を示すのは、下撓りの減少による圧力の低下より、上撓りによる圧力の増加が大きく、糸内部の圧力は次第に限界圧力に達するためと思われる。しかし、最初から限界圧力以上にある、下撓り係数の大きな単糸に上撓りを加えた場合に双糸は大きな強力を示さないのは、最初下撓りの減少による圧力の減少が上撓りの増加による圧力の増加より大きく強力は増加するが、次第に上撓りによる圧力の増加が著しくなり、一般に常に限界圧力以上にあるためと思われる。これを第3図に示す。これらの曲線は一見複雑であ

(第3図) 双糸強力と下撓り係数、上撓り係数の関係

るが単糸の強力曲線と大きな関係があると考えられる。すなわち、単糸の撓り係数—番手強力積曲線を後述の(1)式により圧力—番手強力積曲線に変換した曲線と、双糸の上撓り数下撓り数を後述の(19), (20)式により圧力に変換して求められる圧力—番手強力積曲線を本質的に同一な

ものであるとすれば、一見複雑な双糸の強力曲線は容易に説明できる。すなわち、第4図の実線は単糸の撓り係

(第4図) 平行繊維束強力—圧力曲線と双糸強力の関係

数—番手強力積曲線から求められる平行繊維束の圧力—番手強力積である。たとえば下撓り係数7のような大きな下撓り係数の単糸から作られる双糸は破線(2)で示すように最初から限界圧力以上であり、上撓りを増加するにつれて、下撓りが減少し、圧力はある程度までは減少して強力は増加するが、限界圧力以下にはならない。なお、上撓りを増加すると、上撓りによる圧力の増加が著しくなり強力は減少する。したがって、下撓り係数の大きな単糸から作られる双糸は大きな強力を示さない。

これに対し、下撓り係数2のような小さな下撓り係数の単糸から作られる双糸は破線(1)で示すように、最初限界圧力以下にあるが、上撓りの増加と共に、上撓りによる圧力の増加が著しくなり、次第に限界圧力に達し双糸は大きな強力を示す。なお、上撓りを更に増加すると限界圧力以上になり強力が減少することは当然である。

以上において双糸強力の定性的な説明を行なったが、これは単糸強力と密接な関係があり、したがって、2.2以下において述べる双糸強力^{6,15,16)}の解析においては筆者が先行^{6,15,16)}を行なった単糸強力についての研究が、再三引用されるが、双糸強力の特異性は後述の(20)式に示されるように、糸の切断時における圧力は上撓り、下撓りにより決定されることと、2.3.1に示すように双糸の糸むらの変動係数は単糸に比べて $1/\sqrt{2}$ になるので、糸むらが糸強力に及ぼす影響も考慮せねばならないことであると思われる。

2.2 紡績双糸の強伸度の解析

2.2.1 限界圧力以下における双糸の強伸度

単糸の外周繊維の撓り角度を θ_R 、切断時における糸内部の圧力は各層により異なるが平均圧力を $\bar{p}$ とする。なお、糸内部の繊維は両端を把んで伸ばされる場合と異なり、各部分は他繊維との摩擦力により伸ばされるために両端部分と中央部分とでは張力が異なる。この張力の

平均値を $\bar{T}_b$ とすると次式が成立する⁶⁾。

$$\bar{p} = \alpha \bar{T}_b F(\theta_R) / 2A + p_R \text{ (g/mm}^2\text{)} \dots\dots\dots (1)$$

$$\bar{T}_b = (1 + \lambda) T_b / 2 \text{ (g)} \dots\dots\dots (2)$$

$$F(\theta_R) = 1 + 2 \log \cos \theta_R / \tan^2 \theta_R \dots\dots\dots (3)$$

ただし α : 糸断面中の繊維の充実度

A : 繊維の断面積 (mm²)

p_R : 糸の最外層における圧力であり単糸の場合には無視できるが、双糸の場合には無視できない。(g/mm²)

$F(\theta_R)$: 単糸の圧力を求める場合の重要な撓り角度の関数であるので、これを圧力関数と称する。

λ : 繊維切断比

T_b : 繊維の強力 (g)

双糸中の単糸の最外層における圧力 p_R は第5図に示

(第5図) 双糸のモデル構造

すように、単糸間の法圧力により生ずると考えられるが、符号を次のように定めて、これを解析する。

P を単位撓り間の法圧力の総和、すなわち、双糸の中心方向の力の総和とすれば次式が成立する。

$$P = 2F_b \pi \sin \beta \text{ (g)} \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 F_b は単糸の強力、 β は上撓り角度である。

双糸を構成する単糸内部の圧力は単糸が単独で存在するときの圧力より大きいと考えられるが、この圧力の増大を(1)式における最外層の圧力 p_R の増大で考える。

(4)式の P は単位撓り間の力の増加であるので、単糸の単位長さについては、単糸の直径を $2R$ とすれば

$$P / (2\pi R / \sin \beta) = F_b \sin^2 \beta / R \text{ (g/mm)} \dots\dots\dots (5)$$

簡単のために、この力を双糸中の単糸の最外層の圧力 p_R に換算して考える。 p_R は(5)式より $F_b \sin^2 \beta / R^2$ に比例すると考えられるので

$$p_R = \Delta F_b \sin^2 \beta / R^2 \text{ (g/mm}^2\text{)} \dots\dots\dots (6)$$

双糸中の単糸の状態は、上撓り数、下撓り数によりか

なり異なるなどの理由により上式中の Δ は各撓り係数および繊維により異なる係数であると考えられるが、スフ糸に対しては次の実験式が得られた。

$$K \leq 5$$

$$\Delta = (1.177 - 0.345K_1 + 0.028K_1^2) [K - 0.274$$

$$(4.5 + 0.20K - 0.18K^2)(K_1 - 2)] \dots\dots\dots (7)$$

$$K > 5$$

$$\Delta = 0.197(1.177 - 0.345K_1 + 0.028K_1^2)K \dots\dots\dots (8)$$

ただし、 K 、 K_1 はそれぞれ下撓り係数、上撓り係数である。

(6)式を(1)式に代入して

$$\bar{p} = \alpha \bar{T}_b F(\theta_R') / 2A + \Delta F_b \sin^2 \beta / R^2 \text{ (g/mm}^2\text{)} \text{ (9)}$$

ただし、 θ_R' は上撓りにより変化した双糸中の単糸の撓り角度であり、上撓りを加える前の撓り角度 θ_R 、1 in 間の下撓り数 u_1 、および上撓り角度 β 、1 in 間の上撓り数 U_1 から次のように求められる。

$$q(\theta_R') = \{1 - (U_1/u_1) \cos^2 \beta\} q(\theta_R) \dots\dots\dots (10)$$

ただし $q(\theta_R)$ の関数形は次のとおりである。

$$q(\theta_R) = \tan \theta_R \{ -(\log \cos \theta_R) \cos \theta_R / (1 - \cos \theta_R) \}^{1/2} \dots\dots\dots (11)$$

なお、上撓り角度 β と上撓り係数 K_1 との関係を次式に示す。

$$\tan \beta \cos^{1/2} \beta = CK_1 \dots\dots\dots (12)$$

ただし $C = 0.0758 \delta \sqrt{v}$

δ : 形状係数

v : 糸の比容積

次に、双糸中の単糸の強力 F_b は繊維の平均切断強力 $\bar{T}_b$ の関数であり、単糸の断面中の繊維数を N 、糸中の繊維の単糸軸に対する傾斜の平均値を $\overline{\cos \theta_R'}$ とすれば、次式が成立する⁶⁾。

$$F_b = N \bar{T}_b \overline{\cos \theta_R'} = N T_b (1 + \lambda) \overline{\cos \theta_R'} / 2 \text{ (g)} \dots\dots\dots (13)$$

また、糸断面中の繊維数 N は次式で示される。

$$N = 2\pi \alpha R^2 (1 - \cos \theta_R') / A \tan^2 \theta_R' \cos \theta_R' \dots\dots\dots (14)$$

以上の関係式から

$$F_b / R^2 = N \bar{T}_b \overline{\cos \theta_R'} / R^2 = \frac{2\pi \alpha (1 - \cos \theta_R') \bar{T}_b \overline{\cos \theta_R'}}{A \tan^2 \theta_R' \cos \theta_R'} \text{ (g/mm}^2\text{)} \dots\dots\dots (15)$$

(1)、(6)、(15)式から双糸の圧力 $\bar{p}$ は次式で示される。

$$\bar{p} = \frac{\alpha \bar{T}_b F(\theta_R')}{2A} + \frac{2\pi \Delta \alpha (1 - \cos \theta_R') \bar{T}_b \overline{\cos \theta_R'} \sin^2 \beta}{A \tan^2 \theta_R' \cos \theta_R'} \text{ (g/mm}^2\text{)} \text{ (16)}$$

$\overline{\cos \theta_R'}$ は次式で示される。

$$\overline{\cos \theta_R'} = (-\log \cos \theta_R') \cos \theta_R' / (1 - \cos \theta_R') \dots\dots\dots (17)$$

また、 $F(\theta_R')$ は(3)式で示される関数であるから、 $\bar{p}$ は次式のように変形される。

$$\begin{aligned} \bar{p} &= \frac{\alpha \bar{T}_b}{2A} \left[1 + \frac{2 \log \cos \theta_{R'}}{\tan^2 \theta_{R'}} + 4\pi \Delta (1 - \cos \theta_{R'}) \right. \\ &\quad \left. (-\log \cos \theta_{R'}) \times \frac{\cos \theta_{R'} \sin^2 \beta}{(1 - \cos \theta_{R'}) \tan^2 \theta_{R'} \cos \theta_{R'}} \right] \\ &= \frac{\alpha \bar{T}_b}{2A} \left[1 + \frac{\log \cos \theta_{R'}}{\tan^2 \theta_{R'}} (2 - 4\pi \Delta \sin^2 \beta) \right] \\ &\quad (\text{g/mm}^2) \cdots (18) \end{aligned}$$

上式中の $\left[1 + \frac{\log \cos \theta_{R'}}{\tan^2 \theta_{R'}} (2 - 4\pi \Delta \sin^2 \beta) \right]$ は(3)式で示される、単糸の圧力関数 $F(\theta_R)$ に対応する 双糸の圧力関数であり、これを $F(\theta_{R'}, \beta)$ で示す。

すなわち、

$$\bar{p} = \frac{\alpha \bar{T}_b}{2A} F(\theta_{R'}, \beta) \quad (\text{g/mm}^2) \cdots (19)$$

$$F(\theta_{R'}, \beta) = 1 + \frac{\log \cos \theta_{R'}}{\tan^2 \theta_{R'}} (2 - 4\pi \Delta \sin^2 \beta) \cdots (20)$$

なお、(20)式の近似式は次のように求められる。

$$\begin{aligned} F(\theta_{R'}) &\doteq 1 - \cos \theta_{R'} \\ \therefore F(\theta_{R'}, \beta) &= F(\theta_{R'}) + 4\pi \Delta (-\log \cos \theta_{R'}) \sin^2 \beta / \tan^2 \theta_{R'} \\ &= 1 - \cos \theta_{R'} + 4\pi \Delta \left\{ \frac{1 - F(\theta_{R'})}{2} \right\} \sin^2 \beta \\ &= 1 - \cos \theta_{R'} + 2\pi \Delta \cos \theta_{R'} \sin^2 \beta \\ &= 1 - \cos \theta_{R'} (1 - 2\pi \Delta \sin^2 \beta) \cdots (21) \end{aligned}$$

したがって、下撚り角度 $\theta_{R'}$ と上撚り角度 β が求められれば、(20)式より $F(\theta_{R'}, \beta)$ が定まり、また、繊維性質として、デニール D 、密度 w (g/cm^3) 繊維長 L_0 (mm)、摩擦係数 μ 、伸度 ε_b が与えられ、また、 α 、 β 、 γ の3定数が定められれば、繊維切断比 λ を次式から求めることができる。

$$\begin{aligned} F(\theta_{R'}, \beta) &= 0.01689 \sqrt{D/\alpha, \beta, \gamma L_0 \mu \{1 - (\nu \lambda)^2\}} \\ &\quad \sqrt{\varphi w} \cdots (22) \end{aligned}$$

上式中、 φ は繊維の断面形状に関する定数であり、円の場合は 4π である。なお、通常のスフ糸の場合には $\alpha\beta\gamma = 0.285$ 、 $\nu = 0.92$ として求められる。

繊維切断比 λ が求められれば双糸の強力 F_{2b} は次式から求められる。

$$F_{2b} = N T_b (1 + \lambda) \cos \theta_{R'} \cos \beta \quad (\text{g}) \cdots (23)$$

なお、単糸の切断伸度を ε_b とすれば次式で示される。

$$\varepsilon_b = \varepsilon_b (1 + \lambda) / 2 \cos \theta_{R'} \cdots (24)$$

ただし、 ε_b は繊維の切断伸度である。

双糸の切断伸度を ε_{2b} とすれば、M.M. Platt により

$$\varepsilon_{2b} = \varepsilon_b / \cos^2 \beta \cdots (25)$$

2.2.2 限界圧力以上における双糸の強伸度

限界圧力において達しうる最高の繊維切断比は、 $\lambda = 0.95$ と仮定している⁶⁾ので、(23)式において $\lambda = 0.95$ とし、これに対する β および $\theta_{R'}$ の値を代入すれば双糸の強力が求められるはずである。しかし、限界圧力以上の圧力においては繊維強力 T_b は 2.1.1 において述べたように

低下すると考えられるが、これは下撚り数と上撚り数の複雑な影響によると思われ、実験的に定められるものと考えられる。

2.3 糸の重量むらが紡績糸の強伸度に及ぼす影響

紡績糸の重量むらの変動係数は糸断面中の繊維数の平方根に逆比例する。したがって双糸の重量むらは単糸の場合に比べて減少し、むらによる強伸度の低下の割合は減少する。

単糸と双糸の強伸度の関係を考察するのに、むらが糸の強伸度に及ぼす影響を知ることが必要であるので、次のようにこれを解析した。

2.3.1 紡績糸の切断点

紡績糸の切断点について、J. Gregory⁹⁾ は試長内の最も細い個所で切断すると述べている。これに対しては異論があるとしても、重量むらがより大きな紡績糸の切断点の太さは、より小となり、糸の強力は低下することは容易に想像できる。

したがって、試長 Q の紡績糸の切断点について次の仮定を置く。

$$\bar{N}_{Qb} = \bar{N} - \delta_c \bar{S}_Q \cdots (26)$$

ただし $\bar{N}_{Qb}$ ：試長 Q の紡績糸の切断点における糸断面中の繊維数の平均値

$\bar{N}$ ：糸断面中の繊維数の平均値

$\bar{S}_Q$ ：試長 Q の紡績糸の、糸断面中の繊維数の標準偏差の平均値

δ_c ：比例定数

J. Gregory⁹⁾ は紡績糸の試長が長くなれば、試長内の最低重量の平均値は小となり、これが試長の増大により紡績糸の強伸度が低下する原因であると述べている。

試長と変動の関係について、試長内変動は試長の増大と共に増大し、試長間変動は試長の増大と共に減少することは周知のことであるが、試長の増大による紡績糸の強伸度の低下の現象は試長内変動の増加により説明できると考えられる。

2.3.2 むらによる糸強力の低下率

紡績糸の強力は切断点における断面繊維本数 $\bar{N}_{Qb}$ に比例するとすれば、むらによる糸強力の低下比 η_2' は次式で示される。

$$\eta_2' = \bar{N}_{Qb} / \bar{N} \cdots (27)$$

なお、糸断面中の繊維数の分散を σ_N^2 、試長 Q 内の糸断面中の繊維数の分散 S_Q^2 の平均値を $\bar{S}_Q^2$ 、試長 Q の紡績糸の断面中の繊維数の平均値の分散を σ_Q^2 とすると次式が成立する。

$$\sigma_N^2 = \bar{S}_Q^2 + \sigma_Q^2 \cdots (28)$$

$$\eta_2' = 1 - \delta_c \sigma_N [1 - (\sigma_Q / \sigma_N)^2]^{1/2} / \bar{N} \cdots (29)$$

スライバーの変動係数を V_r とすれば

$$V_r = \sigma_N / \bar{N} = h / \sqrt{\bar{N}} \cdots (30)$$

ただし h : Huberty の定数

なお, σ_q^2 は通常 $B(L)$ 曲線と称され, 多くの研究があるが, 三平の式を用い¹⁰⁾れば

$$(\sigma_q/\sigma_N)^2 = 2L^2 \{e^{-Q/L} + (Q/L) - 1\}/Q^2 \dots\dots\dots(31)$$

$$\therefore \eta_2' = 1 - \delta ch [1 - 2L^2 \{e^{-Q/L} + (Q/L) - 1\}/Q^2]^{1/2} / \sqrt{\bar{N}} \dots\dots\dots(32)$$

上式は糸断面中の平均繊維数 $\bar{N}$, および繊維長 L は増大すればするほど一定試長内の切断点の平均重量, すなわち, $\bar{N}_{q0}$ の $\bar{N}$ に対する割合の増加により, 糸強力は増加し, また, 試長 Q の増加と共に糸強力は減少することを示す。

紡績糸の強力に及ぼす試長の影響を示す理論は数多くあるが, これらの理論と厳密な比較をすることはできない。しかし, 通常用いられる Peirce の理論¹¹⁾式および藤野¹²⁾の理論式と次のように概略の比較を行なった。

②6式より試長 Q の糸に対し

$$\bar{N}_{q0} = \bar{N} - \delta c \bar{S}_q$$

試長 nQ の糸に対し

$$\bar{N}_{nq0} = \bar{N} - \delta c \bar{S}_{nq}$$

$$\therefore \bar{N}_{nq0} - \bar{N}_{q0} = -\delta c (\bar{S}_{nq} - \bar{S}_q) \dots\dots\dots(33)$$

試長 Q の紡績糸の強力の標準偏差を σ とすれば, σ は試長 Q の紡績糸の断面中の繊維数の平均値間の標準偏差である σ_q に比例すると仮定すれば

$$\sigma = z_A \sigma_q \quad (\text{ただし } z_A : \text{比例定数}) \dots\dots\dots(34)$$

$$\therefore \bar{N}_{nq0} - \bar{N}_{q0} = -\delta c \sigma (S_{nq} - S_q) / z_A \sigma_q \dots\dots\dots(35)$$

$\bar{N}_{nq0}$ および $\bar{N}_{q0}$ に糸により定められるある定数を乗ずれば糸強力に換算できるが, このとき比例定数 z_A は z_B に変わるとし, 試長が nQ のときの糸の強力の平均値を M_n , 試長が Q のときの糸の強力の平均値を M とすれば,

$$M_n - M = -\{\delta c (\bar{S}_{nq} - \bar{S}_q) / z_B \sigma_q\} \sigma \dots\dots\dots(36)$$

なお, Peirce の式¹¹⁾は近似的に次のように示される。

$$M_n - M = -\{4.2(1 - n^{-1/5})\} \sigma \dots\dots\dots(37)$$

なお, 藤野¹²⁾式は次のように示される。

$$M_n - M = -\{0.831 \log 1/2(1 - 2^{-1/n})\} \sigma \dots\dots\dots(38)$$

以上の3式を比較するためには, σ の係数を比較すればよいが, ③6式の係数を $Q=L$, $\delta c/z_B=3.25$ として, ②8, ③1式を用いて計算した値を $\nu_1(n)$, ③7式の係数を $\nu_2(n)$, ③8式の係数を $\nu_3(n)$ として計算される値を第1表に示す。

(第1表) 試長が強力に及ぼす影響

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\nu_1(n)$	0.544	0.816	1.040	1.173	1.276	1.341	1.400	1.441	1.486
$\nu_2(n)$	0.544	0.825	1.020	1.155	1.260	1.351	1.436	1.490	1.550
$\nu_3(n)$	0.444	0.735	0.951	1.122	1.265	1.386	1.491	1.590	1.677

上表より明らかなように, 適当な定数を与えれば③6式より求められる M_n の値は, 通常用いられる $n=2\sim 10$ 範囲ではとくに Peirce 式による値と良好な一致を示す。

しかし, 藤野式および Peirce 式よる値と比較して, n の増大による M_n の減少の程度は n の大きい範囲では比較的小さい。

2.3.3 単糸強力と双糸強力との関係

②9式より単糸の η_2' を $(\eta_2')_s$, 双糸の η_2' を $(\eta_2')_d$ とすれば, 試長 Q , 繊維長 L , および紡績条件もすべて同一とすれば

$$(\eta_2')_s = 1 - \delta ch [1 - 2L^2 \{e^{-Q/L} + (Q/L) - 1\} / Q^2]^{1/2} / \sqrt{\bar{N}} \dots\dots\dots(39)$$

$$(\eta_2')_d = 1 - \delta ch [1 - 2L^2 \{e^{-Q/L} + (Q/L) - 1\} / Q^2]^{1/2} / \sqrt{2\bar{N}} \dots\dots\dots(40)$$

$$\therefore (\eta_2')_d = 0.293 + 0.707(\eta_2')_s \dots\dots\dots(41)$$

したがって, ダブリングの効果は単糸の糸むらの状態によりかなり異なるがこの結果を第2表に示す。

(第2表) 双糸強力に及ぼすダブリングの効果

$(\eta_2')_s$	1.000	0.900	0.800	0.700	0.600	0.500
$(\eta_2')_d$	1.000	0.929	0.859	0.788	0.718	0.647
$(\eta_2')_d/(\eta_2')_s$	1.000	1.032	1.074	1.126	1.197	1.294

上表中 $(\eta_2')_d/(\eta_2')_s$ は強力の増加率を示す。

(第3表) 実験試料に用いた双糸強力に及ぼすダブリングの効果

繊維長	38 mm	44 mm	51 mm
$(\eta_2')_s$	0.549	0.578	0.608
$(\eta_2')_d$	0.681	0.702	0.723
$(\eta_2')_d/(\eta_2')_s$	1.240	1.215	1.189

3. 図式解法

3.1 双糸強力の図式解法

第3図に示される, 双糸の強力曲線の大部分は限界圧力以上の場合であるので, 実験により求められる単糸の強力曲線を基にして作図により求めるほうが良好な結果を与える。

1) 単糸の強力—撚り係数曲線から, 平行繊維束の強力—圧力曲線を求める。

第2図において曲線(1)は実験により求められる単糸の強力—撚り角度曲線である。したがって⑬式に示される

曲線に相当する。

曲線(2)は曲線(1)から繊維の傾斜の効果を除いた曲線で、平行繊維束の強力曲線と考えられるが、この曲線は(13)式から明らかに、

$$F_b/\cos \theta_r = NT_b(1+\lambda)/2$$

に相当する。この曲線は限界撚り係数までは λ の増加と共に増加しているが、限界撚り係数においては $\lambda=0.95$ となり、以後 λ は増加せず、2.1.1で述べた因子のために繊維強力 T_b が低下し、糸強力は低下する。なお、撚り係数から撚り角度 θ_R を求め(3)式を用いて、撚り係数を圧力関数 $F(\theta_R)$ に換算する。

以上の方法により、単糸の強力—撚り係数曲線から平行繊維束の強力—圧力曲線が求められる。

2) 双糸中の単糸の強力を推定して、双糸強力 F_{2b} を求める。

上撚りにより変化した双糸中の単糸の撚り角度 θ_R' 、および上撚り角度 β から双糸の圧力関数 $F(\theta_R', \beta)$ を(20)式から求める。この $F(\theta_R', \beta)$ と等しい値の $F(\theta_R)$ に対応する平行繊維束の強力を第2図の曲線(2)から求める。この値は $NT_b(1+\lambda)/2$ に相当するので、(17)式から $\cos \theta_r'$ を求めれば、(23)式から双糸の強力 F_{2b} を求めることができる。

なお、第6図に実験に用いた、R.B. 1.5D 51, 44, 38

(第6図) 圧力関数と傾斜の効果を除いた双糸および単糸強力間関係

mm から紡出した、30/2S についての $F(\theta_R', \beta) - \theta_R'$ 曲線、および、単糸の強力—撚り係数曲線から求めた、平行繊維束の番手強力積— $F(\theta_R)$ 曲線を、双糸強力を求めるのに便利のように配列して示した。

なお、 $F(\theta_R', \beta) - \theta_R'$ 曲線は最初与えた各下撚り係数、すなわち下撚り角度 θ_R の双糸について示してあるが、 θ_R は(10)式に示すように、上撚りにより θ_R' に変化するものであり、この曲線は当然上撚り角度 β の変化も

考慮されている。

また、図中には51mmの繊維長のものに対する限界圧力関数値が示されているが、この値は(22)式において $\lambda=0.95$ として求められるものであるが当然繊維長により異なる。

また、A.F.W. Coulson²⁾らは、ある下撚り係数ではピークが2つある双糸強力—上撚り曲線の存在を綿について示している。これは、 $F(\theta_R', \beta) - \theta_R'$ 曲線において、ある下撚り係数では上撚りの変化につれて、限界圧力関数値の線を2度横切る可能性がある点より、当然起こるものと考えられる。綿の場合にはおそらく断面が円形でないなどの理由により、圧力関数値の撚り角度による変化の割合がスフの場合ほど急激でない点より、双峯の現象が明らかに表われたものと思われる。

なお、双糸強力を求めるにあたり、限界圧力以上の場合には、2.1.1に述べた因子による繊維強力 T_b の低下を考えなければならない。この低下率をスフ糸に対し、実験的に次のように定めた。

$$[1 - 3(\theta_R'' - \theta_m)K^3 \times 10^{-5}] \dots\dots\dots (42)$$

なお、上式中角度は度で表示される。 θ_R'' は双糸の圧力関数 $F(\theta_R', \beta)$ と等値の $F(\theta_R)$ から求められる θ_R であり、 θ_m は単糸の強力—撚り角度曲線から求められる限界撚り角度であり、これは第2図に示されている。

なお K は下撚り係数である。

3.2 双糸の伸度の図式解法

(23), (25)式から、双糸の伸度と強力の比を $\cos \theta_r' = \cos \theta_R'$ として求めれば、

$$e_{2b} = \epsilon_b(F_{2b}/2NT_b)/\cos^2 \theta_R' \cos^3 \beta \dots\dots (43)$$

上式は双糸の強力指数 $=F_{2b}/2NT_b$ を求めれば、容易に伸度 e_{2b} を求められることを示す。

なお、限界圧力以上においては、繊維の切断伸度 ϵ_b は、低下すると考えられるが、同時に切断強力 T_b も低下するので、簡単のためにこの影響は無視する。

4. 計算例

実験結果は三菱レーヨン製 R.B. 1.5D を51, 44, 38mmに切断したものを Shirley Miniature Spinning Plant により紡出して得られた30/2Sについてのものであり、これに対する計算結果は3.で示した図式解法によるものであるが、その手順を R.B. 1.5D×51mm から30/2Sを紡出する場合の計算について示せば次のとお

りである。なお簡単のために、下撚り係数 $K=5$ の単糸に、上撚り係数 $K_1=2, 3, 4, 5, 6, 7$ を加えて双糸にした場合についてのみ示す。

1) 下撚り係数 K 、上撚り係数 K_1 から θ_R と β を求める。 K と θ_R の関係式は次のとおりである。

$$K=9.33 \tan \theta_R / \sqrt{v}$$

K_1 と β の関係式は(12)式で示した。計算に必要な比容積 v は 1.1 とし、(12)式中の β を求めるに必要な形状係数 δ の値は次式によった。

$$\delta = x + \Psi K_1 + w K_1^2 \quad 2 \leq K_1 \leq 7$$

ただし

$$x=1.620$$

$$\Psi = -0.549 + 0.108K - 0.0083K^2$$

$$w = 0.057 - 0.015K + 0.0012K^2$$

2) θ_R から θ_R' を求める

(11)式から $q(\theta_R)$ を求め、(10)式より $q(\theta_R')$ を求めて、(11)式より θ_R' を求める。

3) 圧力関数 $F(\theta_R', \beta)$ の値を求める。

(21)式より $F(\theta_R', \beta)$ の値を求めるが、この値を求めるに必要な A は(7)式に示した。

以上の計算値を第4表の1～5欄に示した。

4) 第6図の作成

第4表に示した θ_R' と $F(\theta_R', \beta)$ の関係を第6図の右図の下撚り係数5の曲線で示した。

したがって、各下撚り係数について上と同様の計算を行えば同図全体が得られる。

5) 限界圧力関数値の計算

(22)式から求められる限界圧力関数値は $F(\theta_R', \beta) = 0.0573$ であるが、この際用いた定数は次のとおりである。繊維に関する定数

$$\text{デニール } D=1.5, \text{ 繊維長 } L_0=51\text{mm}$$

$$\text{摩擦係数 } \mu=0.24, \varphi=4\pi, \text{ 密度 } w=1.55 \text{ g/cm}^3$$

糸に関する定数

$$\alpha\beta\gamma=0.285, \nu=0.92$$

$$\text{限界圧力に対応する繊維切断比 } \lambda=0.95$$

6) 平行繊維束番手強力積の計算

単糸の撚り係数一番手強力積曲線の撚り係数軸を(3)式を用いて圧力関数 $F(\theta_R)$ の軸に変換し、番手強力積の

値を(17)式と同形である $\overline{\cos \theta_R} = (-\log \cos \theta_R) \cos \theta_R / (1 - \cos \theta_R)$ で除して、傾斜の効果を除き、なお、糸むらの影響を除くために、(9)式で示される糸むらによる糸強力の低下率 (η_2') を 0.608 とし、更にこの値で除したものを平行繊維束の強力とした。

これを第6図の左図に示してある。

なお、第3表の各値は繊維長 38mm の単糸の (η_2') を 0.549 と仮定し、(9)式から各繊維長の (η_2') を求めた。 (η_2') が定まれば $(\eta_2')_d$ は(41)式から求められる。

また、 $(\eta_2')_d / (\eta_2')$ で示したが、双糸の最高の番手強力積は単糸のに比べて20%程度増加する。

7) 双糸強力計算

下撚り係数と上撚り係数の組み合わせに対する $F(\theta_R', \beta)$ の値と等値の $F(\theta_R)$ の値に対応する平行繊維束の番手強力積を第6図より求める。この値は、(23)式中の $NT_b(1+\lambda)$ の値に相当する。

限界圧力以上の場合には、2.1.1に述べた因子による繊維強力 T_b の低下を考えるので、下撚り係数5の場合は、第6図から明らかにすべて限界圧力以上であるので、あらゆる上撚り係数との組み合わせに対して求められた値に(42)式から得られる値 $[1 - 3(\theta_R' - \theta_m)K^3 \times 10^{-5}]$ を乗じなければならない。

なお、傾斜の効果 $\overline{\cos \theta_R'} \cos \beta$ を乗ずれば、糸むらのない双糸の番手強力積が求まる。したがって、第3表に示す $(\eta_2')_d = 0.713$ を乗ずれば、糸むらの影響を考慮した双糸強力が求められる。この結果を第4表の6、7欄に示した。

8) 双糸伸度の計算

(43)式に双糸の伸度を示したが、式中の $(F_{2b}/2NT_b)$

(第5表) 下撚り係数5の双糸の伸度

上撚り係数	$F_{2b}/2NT_b$	$\cos^3 \beta \cos^2 \theta_R'$	$e_{2b}(\%)$
2	0.8461	0.8105	14.63
3	0.7640	0.8142	13.15
4	0.7561	0.8152	13.01
5	0.6887	0.8137	11.87
6	0.7236	0.8084	12.55
7	0.6621	0.7943	11.69

(第4表) 下撚り係数5の双糸強力

上撚り係数	θ_R	β	θ_R'	$F(\theta_R', \beta)$	$[1 - 3(\theta_R' - \theta_m)K^3 \times 10^{-5}]$	双糸強力(LBS)
2	29.33°	11.22°	22.06°	0.0900	0.9820	20.52
3	"	14.66°	18.50°	0.0912	0.9815	20.42
4	"	17.10°	14.95°	0.1029	0.9756	19.81
5	"	18.92°	11.35°	0.1223	0.9662	18.75
6	"	20.37°	7.90°	0.1498	0.9554	17.39
7	"	21.80°	4.55°	0.1888	0.9404	15.42

は、実験値から求められる強力指数であり、したがって簡単に伸度が求められる。

この値を第5表に示す。

5. 実験および考察

強力計算値および実験値を第7, 8, 9図に示した。

(第7図) 30/2 S (R.B. 51mm) 強力

(第8図) 30/2 S (R.B. 44mm) 強力

また伸度については代表的に繊維長44mmのものについて計算値を第10図に、実験値を第11図に示した。

(第9図) 30/2 S (R.B. 38mm) 強力

(第10図) 30/2 S (R.B. 44mm) 伸度計算値

(第11図) 30/2 S (R.B. 44mm) 伸度実験値

(第12図) 各下撚り係数における最高強力の上撚り係数

(第13図) 各下撚り係数における最高強力

なお各図から見られるように、計算値と実験値は、強力と伸度共に比較的良好な一致を示している。

また、各下撚り係数の糸に対し、最高強力を示す上撚り係数の計算値と実験値を第12図に示したが、一般に繊維長が短くなるほどより大きな上撚り係数を必要としていることは当然である。

なお、各下撚り係数に対する最高の番手強力積の計算値と実験値を第13図に示した。図から明らかなように、繊維長のいかににかかわらず下撚り係数が小さいほど強力が大きいことが認められる。しかし、特に下撚り係数が大きい場合には、繊維長 51 mm のように長くなるとかえって、強力が低下することが認められる。下撚り係数が小さい場合にも、この傾向が認められるようであるが、前の場合は明確でない。これはおそらく、下撚り数と上撚り数のために双糸中の単繊維は非常に複雑な曲線を描き、単糸の場合よりも複雑な組合せ応力を受けると考えられるが繊維長が長い場合には撚糸中に糸中で繊維が滑る可能性が繊維長が短い場合に比べて少なくなり、組合せ応力の影響をより多く受け、したがって繊維の切断強力が低下するためであると考えられる。

伸びについては(43)式に示すように、各下撚り係数において、最高強力を示す撚り係数で一応ピークを示すが、上撚り角度の影響が大きいため一般に U_1 (上撚り係数/in)/ u_1 (下撚り係数/in) の増加と共に増加する。

しかし、実験値と計算値の比較から明らかなように、上撚り係数の影響は(43)式が示すより大きい。

6. 結 論

1) 双糸の切断時における糸中の平均圧力 $\bar{p}$ は次式で示され、単糸の場合と同様の形である。

$$\bar{p} = (\alpha \bar{T}_b / 2A) F(\theta_R', \beta)$$

$$\text{ただし } F(\theta_R', \beta) = 1 + (\log \cos \theta_R' / \tan^2 \theta_R') (2 - 4\pi \Delta \sin^2 \beta)$$

$$\bar{T}_b = T_b (1 + \lambda) / 2$$

T_b : 繊維の強力

λ : 繊維切断比

A : 繊維の断面積

α, Δ : 係数

θ_R' : 双糸中の単糸の撚り角度

β : 上撚り角度

単糸の平均圧力は次式で示される。

$$\bar{p} = (\alpha \bar{T}_b / 2A) F(\theta_R)$$

$$\text{ただし } F(\theta_R) = 1 + 2 \log \cos \theta_R / \tan^2 \theta_R$$

また、 $F(\theta_R', \beta)$ と $F(\theta_R)$ をそれぞれ双糸および単糸の、圧力関数と称する。

なお、単糸および双糸に糸が最高強力を示す撚り係数と対応する限界圧力が考えられ、この圧力に対応する圧

力関数値をそれぞれ限界圧力関数値と称する。この関数値は構成繊維が同一ならば単糸の場合も双糸の場合も同一とする。

2) 双糸の強力 F_{2b} , 伸度 e_{2b} は次式で示される。

$$F_{2b} = NT_b(1+\lambda)\overline{\cos\theta_R'} \cos\beta$$

$$e_{2b} = \varepsilon_b(1+\lambda)/2 \cos\theta_R' \cos^2\beta$$

上式中の $\overline{\cos\theta_R'}$ は単糸軸に対する繊維の傾斜の平均値であり、繊維切断比 λ は次式から定められる。

$$F(\theta_R', \beta) = 0.01689\sqrt{D/\alpha, \beta, \gamma} L_0 \mu \{1 - (\nu\lambda)^2\} \sqrt{\varphi w}$$

ただし $\alpha, \beta, \gamma, \nu, \varphi$: 常数

D, L_0, ε_b : 繊維のデニール, 繊維長, および伸度

μ, w : 繊維の摩擦係数および密度

N : 単糸の断面中の繊維数

なお、限界圧力においては $\lambda=0.95$ であり、限界圧力以上においては λ は 0.95 で一定であり、繊維は組合せ応力を受けるために、 T_b , および ε_b は低下すると考えられる。

また、 e_{2b} は次式でも示される。

$$e_{2b} = \varepsilon_b(F_{2b}/2NT_b)/\cos^2\theta_R' \cos^3\beta$$

ただし、 $F_{2b}/2NT_b$ は双糸の強力指数と考えられる。

3) 単糸の強力一撚り係数曲線を強力一圧力関数曲線に変換し、双糸の強力一撚り係数、上撚り係数曲線を強力一圧力関数曲線に変換すれば、両曲線は本質的には同一のものと考えることができる。すなわち単糸の強力

一撚り係数曲線から双糸の強力一撚り係数、上撚り係数曲線を求めることができる。

4) 単糸および双糸の糸むらによる強力の低下率をそれぞれ $(\gamma_2')_s, (\gamma_2')_d$ として次式を得た。

$$(\gamma_2')_d/(\gamma_2')_s = 0.293 + 0.707(\gamma_2')_s$$

上式および実験結果から、双糸の最高の番手強力積は単糸の最高の番手強力積に比べて、糸むらの効果のために、約20%増加することを認めた。

文 献

- 1) S. Kershaw; J. Text. Inst., **27**, P263 (1936)
- 2) A.F.W. Coulson, Dakin; J. Text. Inst. **48**, T203 ~332 (1957)
- 3) L.A. Fiori, J.J. Brown, J.E. Sand; Text. Res. J., **24**, 267, 428 (1954)
- 4) J.F. Bogdan; Text. Res. J., **26**, 720 (1956)
- 5) R.R. Sullivan; J. Appl. Phys., **13**, 3, 157 (1942)
- 6) 久間; 織機誌, **13**, 305 (1960)
- 7) M.M. Platt; Text. Res. J., **20**, 1 (1950)
- 8) M.M. Platt; Text. Res. J., **24**, 2 (1954)
- 9) J. Gregory; J. Text. Inst., **41**, T 1 (1950)
- 10) 三平; 織学誌, **9**, 541 (1953)
- 11) E.T. Peirce; J. Text. Inst., **17**, T 355 (1926)
- 12) 藤野; 繊維機械 [1] 日本機械学会
- 13) Bruce Gardner Hood; Tex. Res. J., **23**, 495 (1953)
- 14) 久間, 風間, 小林; 織機誌, **21**, 14 (1968)
- 15) 久間; 織機誌, **13**, 560 (1960)
- 16) 久間; 織機誌, **13**, 710 (1960)
- 17) 真後, 久間; 織機誌, **10**, 713 (1957)