—報 文—

リブ構造をもつ編布の構造モデルに関する研究

京都大学工学部 川 端 季 雄 (会員)

奈良女子大学 丹 羽 雅 子 (会員)

京都大学工学部 河 合 弘 廸 (会員)

Structure Models for Theoretical Analysis of the Uni- and Bi-axial Tensile Properties of Weft Knitted Fabrics Having a Rib Structure

Sueo Kawabata*, Masako Niwa** and Hiromichi Kawai*

*Department of Polymer Chemistry, Kyoto University, Kyoto

**Department of Clothing Science, Nara Women's University, Nara

Abstract

Structure models of weft knitted fabrics having a rib structure are presented here for the purpose of theoretical calculation of the tensile properties of the fabrics. Each of the models must have a simple structure to make the calculation be easy, also enough structure for accurate calculation.

In this paper, the models of 1×1 rib and interlock structures are presented and a simple method to decide their structure constants explained.

Firstly, the structure of each fabric in a critical state of deformation is exactly decided, and then the model for the bending effective region of stretching is derived from this structure. This model has such a simple structure that the yarns in the fabric are transformed to some elements of arc or column. And the deformation of this model by extension takes with bending of the arcs, twisting of the arcs and the columns and slippage between those elements in the bending effective region. And when the arcs are straightend, that is in the critical state of stretching, the structure of the model coincident with the structure in its critical state. This simplification will make easy the theoretical calculation of the tensile properties.

After the critical stretching, yarns of the model are generally stretched with slipping at the crossing point of yarns.

Using these models, the uni- and bi-axial tensile properties of the fabrics can be calculated if the yarn properties, $e \cdot g$, tensile, bending, torsional, frictional and compressive properties, are given.

The structure constants of the models can be derived from following structural constants of a given fabric. W : the wales per cm; C or R : the courses or ribs per cm; G : weight of fabrics per unit area; Y : linear density of yarn; Z_f : spacing between loops in front side; Z_b : spacing between loops in back side; d : mean diameter of fibers; N : mean number of fibers in the cross section of yarn.

(Received July 15, 1971)

摘 要

目 的 リブ構造をもつ編布の伸長特性を編布構造と糸の性質とから計算するには適切な構造モデルの設定が必要である。簡単でしかも精度の高い理論式を導くための構造モデルとそのモデルの構造定数の設定法について述べる。

成 果 1) 力学計算を容易にするため、ウェールとコース方向にそって二軸伸長したときの境界伸長状態を基準として、この状態での立体的幾何学形状に忠実な構造モデルを設定し、この構造モデルと構造定数とから境界伸長比を誘導した。

2) 変形前の構造モデルは境界伸長状態を基準として組み立てられ、このモデルは変形初期の伸長特性の計算に大きく寄与するが伸長と共に糸のねじり、曲げを伴って変化する過程の計算が容易に行ない得る、単純でしかも実際の構造に忠実なモデルを組み立てた。

3) 境界伸長以後の領域では、境界伸長状態における形状を保って糸のみが伸長するような構造モデルを設定した。

4) これらの各モデルの構造定数は、実際の編布の構造から簡単に決定することができる。

(昭和46年7月15日 受理)

1. 緒 言

リブ構造をもつ編布を平編布と比較すると表裏編目を結ぶリンクを持つため、その幾何学的構造は一層複雑である。平編布の基本構造モデルはすでに報告し¹⁾、この構造モデルが力学的性質の計算に妥当であることはすでに確認している^{2,3)}。

リブ構造をもつ編布についても、その伸長特性を編布構造と糸の性質から計算し得る、簡単かつ精度の高い理論式を導くための構造モデルの設定が必要である。これが決まれば、すでに平編布などで試みられてきた方法により直ちに引張特性が計算できる。

本報告では、精度よい理論計算を目的とした構造モデルと構造定数の決め方を検討したい。

リブ構造編布の基本的構造は 1×1 リブ構造で、ついでアウトウェアとしても最近広く用いられるようになった両面組織をもつインターロック編布であるが、この2つの組織の編布の構造モデルとその設定方法を提出する。

従来から、 1×1 リブ編布の構造に関しては、J.A. Smirfitt⁴⁾が G.A.V. Leaf⁵⁾の平編の構造モデルを少し変更したリブ構造モデルを採用して伸長特性の解析を試み、単純エラスチカに基づいて引張特性を計算しているが、ループ長 l と糸直径 d の比 $l/d=21.0$ のときのみ厳密に適用し得るようなモデルであって、この条件下でしかもコース方向の一軸伸長の、それもきわめて初期の伸長特性しか計算できない⁶⁾。

インターロック編布に関しては、J.M. Jacob⁷⁾や J.F. Knapton⁸⁾、D.L. Munden⁹⁾らによって変形前の構造の寸法が経験式を主にして研究されている以外はほとんど研究がなされていない。そして、構造の詳細に関して P. Grosberg¹⁰⁾は G.A.V. Leaf の平編の構造モデルなどを用いて、きわめて簡単なモデルを提出しているにすぎない。

これらはいずれも寸法的な性質を検討するためのものであり、伸長特性の解析に適用するにはあまりにも現実の構造からかけ離れている。さらに糸の曲がり形状をエラスチカの理論によって決めているが、その形状はかなり複雑な形状となり、その引張特性の解析をきわめて煩雑化することが予想される。本研究におけるモデル設定の目的は、一軸、二軸伸長特性の計算がそのモデルを用いて直ちに実行することができ、かつ幾何学的構造をできるだけ忠実に表現し得るようなモデルを決めることにある。

2. 構造理論

2.1 1×1 リブ編布の単位構造と構造定数

第1図はリブ構造をもつ編布の基本組織である 1×1 リブ編布構造を糸の中心線で示したもので、表目のウエ

(第1図) 1×1 リブ編布の構造

ールと裏目のウエールが交互に並んでいる。その単位構造は図中で糸に太さを与えて示した部分で、これの繰り返して編組織が形成される。第2図にこの単位構造のみを示している。

リブ構造をもつ編布は平編構造を基準としているが、 1×1 リブ編布では図のように平編布の表目が表裏に現われる構造で、表裏を連結する糸が存在する。

いま、直交座標軸 X_1 , X_2 , X_3 をを設定し、 X_1 はウエール、 X_2 はコース方向に、 X_3 は厚み方向にとる。 X_2 X_3 面は第2図(b)に示す表裏を結ぶ糸が表目(図で手前の面を表とする)の糸との接触を終える接触分離点を含むようにとり、この面が図で上方へ向かう表目ウエールの糸を切てできる糸断面の中心を原点にとり、 X_1 , X_2 , X_3 軸を図のように定める。

(第2図) 1×1 リブ編布の単位構造

(a) 表面

(b) 裏面

(c) コース方向にそった断面
(第3図) 1×1リブ編布の形状 (第4図) 変形前における1×1リブ編布の X_2, X_3 平面

第4図は X_2X_3 平面で切られる組織の断面で、図示のように表裏を結ぶ糸の2つの断面中心をそれぞれ P, S とする。

第3図は1×1リブ編布の表、裏面および断面形状の写真である。

構造定数は次のようになる。

y_{01} ; ウェール方向の単位構造長さ

y_{02} ; コース方向の単位構造長さ

L ; 単位構造中の糸の長さ

D ; 糸の太さ

θ_0 ; 表裏を連結する糸の X_2 軸からの傾き角

これら構造定数は観測量から次式で計算する。

$$y_{01} = \frac{1}{C} \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$y_{02} = \frac{1}{2R} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$L = \frac{G}{2RCY} \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここで、

C ; 単位長さ(cm)当たりのコース数

R ; 単位長さ(cm)当たりのリブ数

G ; 編布の単位面積当たりの重量 (g/cm^2)

Y ; 編布を構成する糸の単位長さ当たりの重量

(g/cm)

糸の太さは繊維が六角形最密充填^{1)~8)}したときの長径と短径の平均値で表わす。すなわち

$$D = \frac{D_{CL} + D_{CS}}{2} \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$D_{CL} = \frac{d\sqrt{12N-3}}{3} \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$D_{CS} = D_{CL} \cos 30^\circ \quad \dots\dots\dots(6)$$

ここで、

d ; 糸を構成する繊維の平均直径 (cm)

N ; 糸の平均断面繊維本数

次に θ_0 の決定法は、後述する境界伸長時の構造モデルに従い次式で決まる。

$$\theta_0 = \tan^{-1} \left\{ \frac{2\sqrt{(hD)^2 + (3D)^2} - \frac{1}{4}(Z_f + Z_b - 2y_{02})^2}{Z_f + Z_b - 2y_{02}} \right\} \quad \dots\dots\dots(7)$$

ここで、

Z_f ; 表編目間隔 (第3, 4図参照)

Z_b ; 裏編目間隔 (第3, 4図参照)

表裏編目を結ぶ糸 (第4図の $\overline{PS}$) は変形前においても第8図に示す境界伸長時の $\overline{PS}$ に等しいと近似して

$$\overline{PS} = \sqrt{(hD)^2 + (3D)^2} \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$h = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \quad \dots\dots\dots(9)$$

ここで

h ; 糸の交差部分の X_1 および X_2 軸上への投影長さで、平編布の場合の h と同じ値をとる。

θ_0 は厳密には緩和した編布の構造では表裏編目の糸の曲げ力と、表裏編目を結ぶ糸のねじり力が釣合った構造から定まり、仕上加工工程によって θ_0 は変化すると

とが予想される. T.S. Nutting¹¹⁾らは, 糸の曲げとねじり剛性が緩和された編目の形状を支配することを示しているが, この方法を適用して θ_0 を定めるにはあまりにも煩雑で現実性に乏しい. したがって, 本理論では編布の観測できる寸法から近似的に(7)式で推定する方法をとった.

2.2 構造モデル設定の条件

第3図のように変形前の曲がった糸が, 第5図のようにウエールとコース方向にそって二軸伸長したとき, 糸は伸長せずに曲げが伸ばされる変形を考える. すなわち単位構造を構成する糸の長さ L は一定値を保持したまま糸の交差部分を除いてまっすぐに伸びきる変形で, この

(a) $k_1=0$

(b) $k_1=k_2=1$

(c) $k_2=0$

(第5図) 1×1リブ編布の境界伸長状態

伸びきる状態を境界伸長状態と定義¹²⁾し, その立体的幾何学形状に忠実な構造モデルを設定するが, このモデルが伸長領域での構造モデルの基準となり, 以下の2つのモデルがこれより導かれる. まず, この状態を境にしてそれ以上の伸長では, 糸の伸長が主に寄与するが, この領域, すなわち糸伸長効果領域の構造モデルと, 次に糸の伸びが寄与せず曲げやねじりの効果が主になる曲げ効果領域での構造モデルを定める. すでに報告したようにこの2つの構造モデルが定まると, それらからそれぞれの領域での引張特性が独立に計算され, その両者を重ね合わせて編布の引張特性を計算する方法をとる^{11), 3)}. またモデルはすでに平編布の研究で行なったように円弧とまっすぐ棒の組み合わせで組み立てる方法をとる¹¹⁾.

第2図の単位構造を X_1 軸, X_2 軸の各方向にそれぞれ任意の伸長比 λ_1, λ_2 を与えて伸長するとき, 前述の2つの伸長過程では, 次のような変形が行なわれる.

曲げ効果領域: まず, 第3図にみられる X_2 軸方向の糸の曲がり伸びると同時に表面と裏面の編目を結ぶリンクの糸が X_2, X_3 面内で回転して X_3 軸となす角度 θ を増加させ, 編布が伸長して境界伸長比に達する過程, この伸長過程ではリンクの糸の回転で糸にねじれが生じて, これも伸長に対する抵抗力となる.

伸長効果領域: 第5図のように境界伸長状態に達したあとの, 境界伸長以上の伸長によって, 糸の伸長がはじまり, 糸の張力, 糸間の摩擦力, 糸の圧縮力によって伸長荷重が支配される過程.

これらの過程での伸長特性の計算に用いる構造モデルは境界伸長状態において連続的に連結されねばならない. これが第1の条件である. そのために, 変形前の構造モデルは境界伸長比のときにこの境界伸長状態をとるようなモデルであることが必要条件になる. 第2にそれぞれのモデルは, 前記2つの過程を正確に表現するようなモデルでなければならない. 第3に, これらモデルの構造定数は実際の編布の構造定数から簡単に決定できることが必要である.

2.3 1×1リブ編布の構造モデル

2.3.1 境界伸長状態の構造モデル

第2図の単位構造において, ウエールとコース方向にそって二軸伸長を与えるとき, その変形様式, すなわち二方向の伸長比の違いによって境界伸長状態の幾何学的形状は第5図のように異なる.

この境界伸長状態の構造は, 以下に述べるように曲げ効果領域や伸長効果領域の構造モデルを決める基準構造であるから, その決め方は精密さが要求される.

まず, 二軸変形様式を次のように定義される k_i によって表現する¹²⁾. すなわち, X_1, X_2 軸方向の伸長ひずみをそれぞれ $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ とし,

(第6図) 平編布と1×1リブ編布の境界伸長状態

$$\left. \begin{aligned} k_1 &\equiv \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{\lambda_1 - 1}{\lambda_2 - 1}, & \varepsilon_1 < \varepsilon_2 \text{ のとき} \\ k_2 &\equiv \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{\lambda_2 - 1}{\lambda_1 - 1}, & \varepsilon_1 > \varepsilon_2 \text{ のとき} \\ k_1 &= k_2 = 1, & \varepsilon_1 = \varepsilon_2 \text{ のとき} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

第6図(a)に示すように、平編構造ではその境界伸長状態は変形様式によらず、一定の糸の交差形状をとるが、1×1リブ構造では同図(b), (c)のように変形様式に依存する。

両者を比較するため、それぞれについて境界伸長時に

おける X_1 , X_3 平面で切った断面形状を第7図に、 X_2 , X_3 平面でのそれを第8図に示す。

1×1リブ構造では k_i によって表裏編目を結ぶ糸 PS と X_2 軸とのなす角度 θ が異なり、したがって交差部分での糸が互に巻きつき長さや、表編目から離れて裏編目へわたるリンクの長さ $\overline{QR}$ はこの角度 θ によって変化する。

ここで糸の直径 D で規格化して、

$$\text{糸の巻きつき長さ} = cD \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\overline{QR} = eD \quad \dots\dots\dots (12)$$

として、 c, e を次のように近似的に決める。

いま、変形様式 k_i での境界伸長時の θ の値を $\theta_c(k_i)$ とすると、第7, 8図に示すように $\theta_c(k_1=0)$, $\theta_c(k_2=0)$ は第8図の境界伸長時の PS が k_i に関せず $k_2=0$ のときの値 ((8)式で表わされる) に等しいと仮定して、第7, 8図の単位構造の立体的幾何学形態より

$$\theta_c(k_2=0) = \tan^{-1} \left(\frac{3}{h} \right) \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\theta_c(k_1=0) = \sin^{-1} \left(\frac{2}{\sqrt{h^2 + 3^2}} \right) \quad \dots\dots\dots (14)$$

$\theta_c(k_2=0)$ における S 点の X_2 軸への投影を S_2' , 同く $\theta_c(k_1=0)$ におけるそれを S_1' として、その中間の θ 値は、 $S_2' - S_1'$ を第9図のように k_i 値で配分し

(第7図) 平編布と1×1リブ編布の境界伸長状態における X_1 , X_3 平面での形状

(第8図) 平編布と1×1リブ編布の境界伸長状態における X_2 , X_3 平面での形状

(第9図) 1×1 リブ編布における k_i と α との関係

(第10図) 1×1 リブ編布における θ_c と k_i との関係

て θ 値を与える。

任意の k_i においては

$$S' = S'_1 + (S'_2 - S'_1)\alpha_i \quad \dots\dots\dots(15)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{k_1}{2}, & (\varepsilon_1 < \varepsilon_2) \\ \alpha_2 &= 1 - \frac{k_2}{2}, & (\varepsilon_1 > \varepsilon_2) \\ \alpha_1 &= \alpha_2 = \frac{1}{2}, & (\varepsilon_1 = \varepsilon_2) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(16)$$

以上をまとめて $i=1, 2$ に対し

$$\theta_c(k_i) = \sin^{-1}[\alpha_i \sin(\theta_c(k_2=0)) + \sin[(\theta_c(k_1=0))(1-\alpha_i)]] \quad \dots\dots\dots(17)$$

(17式より θ_c と k_i との関係を求めて第10図に示す。

次に、 c および e はいずれも上述の $\theta_c(k_i)$ の関数として以下のように定まる。

平編構造の交差部における糸の巻きつき形状は、第11図のように p から q へ直径 D のらせん状に巻きつくモデルをすでに採用している¹⁾が、1×1 リブ編布では、上記

(第11図) 平編構造の交差部における糸の巻きつき形状

平編型の巻きつきから直径 $2D$ の円筒巻きつきへ移行し、巻きつきの2つの型が混在する。コース方向への変

形がウェール方向より大きい変形様式では平編型の部分が多く、ウェール方向の伸長比が大きい変形様式では後者の巻きつき型が主になる。前者の平編型巻きつきを第一種、後者の 2D 円管巻きつき型を第二種の巻きつき型とする。

この第一種から第二種への移行点(第12図P''点)を求めるのに次に示す方法をとる。

第12図に示す PS 間の糸の中心線を X_2, X_3 平面へ投影し、P点から発した糸が最初に PS を結ぶ直線 $\overline{PS}$

(第12図) 1×1 リブ構造の X_2, X_3 平面での糸の巻きつき形状

と交る点 P'' までは第11図に示す第一種巻きつき形状をとり、その長さを c_1D とする。次に点 P'' から Q 点までは直径 2D の真直円管へ入射角 γ 、巻きつき角 $\pi/2$ の第二種型で巻きつく。この部分の巻きつき長さを c_2D とする。すなわち $cD = \overline{PP''} + \overline{P''Q}$ である。P'' 点を求める計算法は次のような方法がある。

(第13図) 糸の巻きつき進入位置 P'' 点 (X 座標系は第2図の座標系とは異なる)

第11図のように第一種巻きつきでは、糸の中心線は直径 D のスパイラルで、またスパイラルの 1 ピッチの進みは πD である。その軸は X_1, X_2, X_3 軸に対し、それぞれ $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 傾いている。

いま、このスパイラルの X_2, X_3 平面への投影を求めるため、スパイラルの中心軸を x_1 軸、 X_3 軸に平行に x_3 軸、 X_2 軸から 45° 回転して x_2 軸をとる。(第13図)

x_i 系ではスパイラルの式は

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{D}{2} t \\ x_2 &= \frac{D}{2} \sin t \\ x_3 &= \frac{D}{2} \cos t \end{aligned} \right\} 0 < t < \pi \quad \dots\dots\dots(18)$$

(18)式を(19)式により X_i 系へ座標変換して X_2 と X_3 の関係の求めると、第14図の X_2, X_3 平面曲線上へのスパイラルの投影が得られる。

$$X_i = \sum_{j=1}^3 a_{ji} x_j (i=2, 3) \quad \dots\dots\dots(19)$$

ただし

$$a_{ij} = \cos(x_i, X_j) \quad (20)$$

この曲線と X_2 軸から角度 θ_c 傾いた $\overline{PS}$ との交点 P'' は第14図のように求まる。P 点と P'' 点間の糸の

(第14図) 平編型巻きつきの X_2, X_3 平面への軌跡

長さを求めるには x_i 座標系が容易であるから、 P'' 点の座標 (X_1, X_2, X_3) を再び(21)式で旧座標系へ変換して P'' に対応する p' 点(第13図)が決まる。

$$x_i = \sum_{j=1}^3 a_{ij} X_j \quad \dots\dots\dots(21)$$

p' 点における x_1 座標 $[x_1]_{p'}$ より、第一種の巻きつき長さ $\overline{pp'} (= c_1 D)$ が次式で求まる。

$$c_1 = \frac{\sqrt{2}}{D} [x_1]_{p'} \quad \dots\dots\dots(22)$$

次に、第二種の巻きつきは、第12図にもどり、 p' 点に対応する P'' 点より始まり、糸が巻きつきを離れ、直線部分 QR へ移る Q 点まで前述の第二種の巻きつきを行なう。Q 点は線 AA' と線 PS との交点であるか

ら変形様式 k_i によって AA' 線上を移動し, Q'' 点は P'' と Q 点が一致する場合はすべて第1種巻きつきになる. この場合の θ_c の値を θ_{cc} と定義する. したがって θ_{cc} は次式で表わされ, 完全に第一種の巻きつき形状をとって表編目から裏編目へ糸が移行する場合の θ_c の境界値である.

$$\theta_{cc} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{h}\right) \div 42^\circ \quad \dots\dots\dots(23)$$

巻きつき終了点 Q は, $\theta_c > \theta_{cc}$ のときは第12図のように, 線 PS と X_2 軸にそう表編目の糸の中心線 AA' とが交差する点をとる. また, $\theta_c < \theta_{cc}$ のときは $\theta_c = \theta_{cc}$ のときの終了点 Q'' に固定されるものとする.

P 点から Q 点まで, すべて第二種の巻きつきをするときは, 第14図の直線 PQ がその投影で, このときの巻きつき角は 90° である.

ここで, 第二種への移行時の入射角 γ は θ_c の関数であり, θ_c はすでに(17式で与えられるように変形様式 k_i により定まる.

Q 点における X_2 座標を $[X_2]_Q$ として

$$\tan \gamma = \frac{[X_2]_Q}{\frac{\pi D}{2}} \quad \dots\dots\dots(24)$$

または次の関係を利用して求める方法もある.

$$[X_2]_Q = D \tan \left[\frac{\pi}{2} - \theta_c(k_i) \right] \quad \dots\dots\dots(25)$$

(24式に25式を代入して

$$\gamma = \tan^{-1} \left\{ \frac{2}{\pi} \tan \left[\frac{\pi}{2} - \theta_c(k_i) \right] \right\} \quad \dots\dots\dots(26)$$

次に, 第二種巻きつきの $P''Q$ 点間の巻きつき長さ c_2D は, P'' , Q 点の X_2 座標 $[X_2]_{P''}$, $[X_2]_Q$ より

$$c_2D = \frac{\pi D}{2} \frac{1}{\cos \gamma} \left(1 - \frac{[X_2]_{P''}}{[X_2]_Q} \right) \quad \dots\dots\dots(27)$$

(27式に24式を代入して

$$c_2 = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\cos \gamma} - \frac{[X_2]_{P''}}{D \sin \gamma} \quad \dots\dots\dots(28)$$

変形様式 k_i における交差部分での糸の巻きつき長さは(22), (28式を用いて,

$$cD = c_1D + c_2D \quad \dots\dots\dots(29)$$

以上は表編目側について計算したが, 表編目にも同じように巻きついている. すなわち, P 点が S 点に, Q 点が R 点に対応する.

一方, 第12図で表裏編目を結ぶ糸が表編目との交差を離れて裏編目との交点に至る間すなわち QR は, 境界伸長状態であるからまっすぐに糸がわたる. PS は変形様式に関せず(8式で表わされるので, θ_{cc} の定義に従って $\theta_c > \theta_{cc}$ のときの $\overline{QR}$ は

$$\overline{QR} = e(k_i)D = \sqrt{h^2 + 3^2} D - \frac{2D}{\sin \theta_c(k_i)} \quad \dots\dots\dots(30)$$

$\theta_c \leq \theta_{cc}$ のときの $\overline{QR}$ は,

$$\overline{QR} = e(k_i)D = \sqrt{[\sqrt{h^2 + 3^2} D \cos \theta_c(k_i) - 2hD]^2 + [\sqrt{h^2 + 3^2} D \sin \theta_c(k_i) - 2D]^2} \quad \dots\dots\dots(31)$$

以上のように, 1×1 リブ構造では c_1 , c_2 , c , e は θ_c と一定の関係にあり, それぞれ k_i の関数として誘導される. その関係を第15図に示す.

(第15図) 1×1 リブ編布における θ_c と c および e との関係

k_i を与えたときに θ_c は(17式で, または第10図で与えられ, 第15図より直ちに c_1 , c_2 , e を求め, 糸の巻きつき長さ $c(k_i) \cdot D$ および表裏編目を結ぶ糸の長さ $e(k_i) \cdot D$ が求まる. ただし, 境界伸長時の巻きつき形状によっては糸の圧縮効果のため直径 D が変化する効果を無視できない. 後述するように, $c_2(k_i) \cdot D$ に関しては点線で示した経験的な修正曲線を用いるほうが理論計算の精度は高い.

次に, 上記で計算した糸の交差部およびリンクを除く部分の糸の長さを求める.

いま,

y_{c1} ; 境界伸長時のウエール方向の単位構造長さ

y_{c2} ; 境界伸長時のコース方向の単位構造長さ

φ_c ; ウエール方向の糸と X_1 軸とのなす角度

とする.

X_1 軸方向, すなわちウエール方向のまっすぐな糸は4本あるがそれらの長さを合計した全長 l_{01} は境界伸長時の立体的な幾何学形態より

$$l_{01} = 2\sqrt{(y_{c1} - hD)^2 + (hD)^2} \quad \dots\dots\dots(32)$$

また

$$\varphi_c = \tan^{-1} \left(\frac{hD}{y_{c1} - hD} \right) \quad \dots\dots\dots(33)$$

同様に, X_2 軸方向の糸長 l_{02} は

$$l_{02} = y_{c2} - \sqrt{h^2 + 3^2} D \cos \theta_c(k_i) \quad \dots\dots\dots(34)$$

2.3.2 モデルから誘導される境界伸長比

境界伸長状態は、定義より糸は伸びないで、糸の曲がり伸びきった仮定の状態であるから、単位構造中の糸長 L は変化しない。したがって、

$$L = l_{01} + l_{02} + 4c(k_i)D + e(k_i)D \quad \dots\dots\dots(35)$$

(35)式に(32), (34)を代入して、

$$L = 2\sqrt{(y_{c1} - hD)^2 + (hD)^2} + y_{c2} - \sqrt{h^2 + 3^2} D \cdot \cos \theta_c(k_i) + 4c(k_i)D + e(k_i)D \quad \dots\dots\dots(36)$$

が成立する。

一方、(10)式の k_i の定義から、セット (y_{c1} , y_{c2}) と k_i との関係は

$$y_{c1} = k_1 y_{c2} \frac{y_{01}}{y_{02}} + y_{01}(1 - k_1), \quad \varepsilon_1 \leq \varepsilon_2 \text{ のとき} \quad \dots\dots\dots(37)$$

$$y_{c2} = k_2 y_{c1} \frac{y_{02}}{y_{01}} + y_{02}(1 - k_2), \quad \varepsilon_1 \geq \varepsilon_2 \text{ のとき} \quad \dots\dots\dots(38)$$

いま、

λ_{c1} , λ_{c2} ; 任意の変形様式 k_i を与えたとき、境界伸長状態での布の X_1 , X_2 軸方向への伸長比で、これを境界伸長比と定義する。この2つは与えられた k_i 値によって1つのセットとして決まり、これを (λ_{c1} , λ_{c2}) で表わす。(λ_{c1} , λ_{c2}) を求めるには、(36)式と(37)式より k_1 をパラメーターとして y_{c1} , y_{c2} について解く。同様に、(36)式と(38)式より k_2 をパラメーターとして y_{c1} , y_{c2} について解き、それらの解より境界伸長比 λ_{c1} , λ_{c2} は、

$$\lambda_{c1} = \frac{y_{c1}}{y_{01}}, \quad \lambda_{c2} = \frac{y_{c2}}{y_{02}} \quad \dots\dots\dots(39)$$

上述の y_{c1} , y_{c2} の解は後述するように図式解で求め、コンピューターによればさらに簡単に求まる。

2.3.3 糸の曲げ効果領域の構造モデル

境界伸長に達するまでの曲げ効果領域に適用される構造モデルは、2.2で述べた条件のように、境界伸長比のときに境界伸長状態のモデルに等しくなるものでなければならない。この伸長過程では、第16図に示すように、

(第16図) 糸の曲げ効果領域の構造モデル

(第17図) 1×1 リブ編布の変形前の単位構造モデル

コース方向の糸の曲がり伸びると同時に表裏編目を結ぶリンクの傾き角も θ_0 から $\theta_c(k_i)$ まで変化する。そしてこの変形を通じて(8)式で表わされるように PS (第8図参照) はつねに一定に保たれると仮定する。

まず、変形前の単位構造モデルは第17図のように円弧とまっすぐ棒からなるモデルで単純化されている。すなわち、ウェール方向の糸は X_1 軸から角度 φ 傾いているが糸はまっすぐで、 X_2 軸にそう糸のみが曲がっていて、この糸の曲がりを円弧状曲がり細棒とする。そして、この円弧の長さ l_{0n} や弦の長さ d_{0n} , 円弧の初期曲率 K_0 などは前記の条件を満たすものでなければならない。すなわち、境界伸長比をとるとき、単位構造が境界伸長状

$$(k_i = \varepsilon_1 / \varepsilon_2 = 0)$$

(第18図) 1×1 リブ編布の曲げ効果領域の基準構造モデル

態における構造モデルに一致するように等価置換されていなければならない。

この構造の決定のために、平編布の場合と同様、基準変形様式を $k_1=0$ とする。 l_{0n} は曲がり伸びきった糸の長さから第18図の関係を用いて、

$$l_{0n} = \lambda_{c2}(k_1=0)y_{02} - \sqrt{h^2 + 3^2} D \cos \theta_c(k_1=0) + 2hD \quad \dots\dots\dots(40)$$

境界伸長状態から変形前の形状へ l_{0n} を一定にして戻し、長さ l_{0n} 、弦の長さ d_{0n} の円弧に構造を定めるとき、

$$d_{0n} = y_{02} - \sqrt{h^2 + 3^2} D \cos \theta_0 + 2hD \quad \dots\dots\dots(41)$$

この円弧の曲率は

$$K_0 = \frac{2\theta_{0n}}{l_{0n}} \quad \dots\dots\dots(42)$$

ここで、 θ_{0n} は円弧の固定端角度で、次式の解として求める。

$$\frac{\theta_{0n}}{\sin \theta_{0n}} = \frac{l_{0n}}{d_{0n}} \quad \dots\dots\dots(43)$$

この変形前の構造から、 $\lambda_1=1$ として λ_2 を増加させるとき、この円弧の曲率は伸ばされ、その変形の計算にはエラスチカが適用される。

以上の基準変形を基にして、伸長比 $\lambda_1(\neq 1)$ 、 λ_2 を与えたときのモデル構造を以下のように定める。 λ_1 を固定して、 X_2 軸方向の荷重を0にしたときの構造を考える。これは依然としてモデル構造であるから、ウェール方向の糸はまっすぐで、コース方向の糸は曲がり、その曲率は前述の K_0 と同じにする。このときの円弧の糸長 l_0 、弦の長さ d_0 、固定端角度 θ_0 はいずれも λ_1 の関数で基準構造から幾何学的に以下のように求まる。

$$l_0(\lambda_1) = \lambda_{c2}(\lambda_1)y_{02} - \sqrt{h^2 + 3^2} D \cos \theta_c(\lambda_1) + 2hD \quad \dots\dots\dots(44)$$

$$\theta_0(\lambda_1) = \theta_{0n} \frac{l_0(\lambda_1)}{l_{0n}} \quad \dots\dots\dots(45)$$

$$d_0(\lambda_1) = \frac{l_0(\lambda_1) \sin \theta_0(\lambda_1)}{\theta_0(\lambda_1)} \quad \dots\dots\dots(46)$$

ここで、 $\lambda_{c2}(\lambda_1)$ は $\lambda_1=\lambda_{c1}$ に対応する λ_{c2} の値で、2.3.2で述べた方法で求まる。この λ_1 と λ_{c2} の比から k_i を算出し、その k_i に対応する θ_c の値、すなわち $\theta_c(\lambda_1)$ は第9図または(17)式で求まる。この構造モデルから、 λ_2 を増加させるとやはり両端固定の円弧棒が伸長するモデル構造が得られる。そして、このモデルから λ_1 を固定して、 λ_2 に任意の値を与えた変形の計算が行なわれる。

2.3.4 糸伸長効果領域の構造モデル

この領域では、糸交差の形状は境界伸長状態を保ち、糸のみが伸長する。ただし、この伸長につれてモデル内の各部分の糸張力の差が大きくなり滑りの条件がととのうと交差部での糸の滑りが生じる。

2.4 インターロック編布の構造モデル

インターロック編布の構造は第19図に示すように、その単位構造は第2図に示した1×1リブ編布の単位構造をウェール方向に単位構造長さの $\frac{1}{2}$ ずらして表裏を重ね合わせた二重構造モデルである。

(第19図) インターロック編布の構造

第20図はインターロック編布の表面、裏面およびコース方向にそった断面形状である。この構造では第3図の1×1リブ構造が表目のウェールと裏目のウェールの間にさらに表目のウェール1つが入る。この間隔をとるために、リブ構造がコース方向に伸長した状態のまま、表裏重ね合わされた二重組織になる。力学計算には、この表裏構造が互に干渉しないものと仮定する。以下の解析では二重の組織のうちの一重のみを取り出して、1×1リブ構造のモデルを単独に扱い、単位構造モデルを設ける。ただし、1×1リブのそれとは若干の構造の変化がある。

構造定数 y_{01} 、 y_{02} 、 L 、 D は単位幅当たりのウェール数やコース数などの編布構造の観測量から計算できることは1×1リブ編布の場合と同様である。

ただし、インターロック編布のコース方向の単位構造長さになる y_{02} は二重構造のため、ウェール数を用いて次式によって求まる。

$$y_{02} = \frac{1}{W} \quad \dots\dots\dots(47)$$

単位構造中の糸の長さ（ループ長の $\frac{1}{2}$ に相当する） L は

$$L = \frac{G}{2 \cdot C \cdot W \cdot Y} \quad \dots\dots\dots(48)$$

(a) 表面

(b) 裏面

(c) コース方向にそった断面
(第20図) インターロック編布の形状

θ_0 は第20図に示すように、同一コースにおいて隣接する表、裏編目間隔を測定して Z_f , Z_b とするとき、図にみられるコース方向にそった断面における表裏編目の幾何学的な制限条件から次式で定まる。

$$\theta_0 = \tan^{-1} \left[\frac{\frac{3D}{Z_f} - \frac{Z_b}{2}}{\frac{Z_f}{2} + \frac{Z_b}{2} - y_{02}} \right] \quad \dots\dots (49)$$

θ_0 の値は 1×1 リブ編布に比べてウェール間隔が広がったために小さくなっている。

2.4.1 境界伸長状態の構造モデル

境界伸長状態は第21図に示すように二軸変形様式によって異なる。境界伸長状態の構造モデルは 1×1 リブ編布の場合と同様に、この場合の基準構造として $k_2 = 0$, $k_1 = 0$ の変形様式下の境界伸長状態をとる。

(a) $k_1 = 0$ (b) $k_1 = k_2 = 1$ (c) $k_2 = 0$

(第21図) インターロック編布の境界伸長状態

境界伸長状態での X_2 , X_3 面内における幾何学的形状は第22図に示すように糸の交差部分で図のような形状をとる。第22図に点線で示す糸は X_2 , X_3 面から $\frac{1}{2}$ コース下がった平行面に存在する。 1×1 リブ構造と異なる点は 1×1 リブ編布では第8図の $\overline{PS}$ が変形様式によらず(8)式で表わされる値をとるものとして、 $\overline{PS}$ が X_2 軸となす角 θ_0 を決定したのに対して、インターロック編布では $\overline{PS}$ が変形様式によって変化する点にある。図の2つの基準となる変形様式下での $\overline{PS}$ の X_3 軸方向への投影長さは幾何学的に構造上の制限から定まる。さらに

(第22図) インターロック編布の境界伸長状態における X_2 , X_3 平面での形状

境界伸長時に単位構造がとる X_2 軸方向のウエール間隔を図のように配分し、また変形様式 k_i のときの $\theta_c(k_i)$ を 1×1 リブ構造の場合と同じ方法で決定する。すなわち、

$$\theta_c(k_i) = \tan^{-1} \left[\frac{D(\alpha_i + 2)}{\frac{y_{c2}(k_i)}{2} + hD} \right] \quad \dots\dots\dots (50)$$

ただし、 α_i は(16)式、 h は(9)式で与えられる。ここで $y_{c2}(k_i)$ はまだ決まらないが、上記2つの変形様式 $k_1=0$ と $k_2=0$ のときは第22図のように構造上の拘束条件から幾何学的に

$$y_{c2}(k_2=0) = y_{02} \quad \dots\dots\dots (51)$$

この関係を(50)式に代入して $\theta_c(k_2=0)$ は求まる。最も極端な場合であるウエール方向の一軸伸長時における $\theta_c(k_2 < 0)$ の値は

$$\theta_c(k_2 < 0) = \tan^{-1} \left[\frac{3D}{D(2h+1)} \right] \div 42^\circ 58' \dots\dots\dots (52)$$

この θ_c 値がすべての変形様式の中で最大値である。したがって、インターロック編布構造における境界伸長時の糸の交差形状、すなわち糸の巻きつき形状とその長さは、平編構造における巻きつき形状をとる臨界角が前述の(23)式で表わされる θ_{cc} でこれが 42° をとるから、すべての変形様式に平編構造での巻きつき長さを適用することができる。すなわち

$$C = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \quad \dots\dots\dots (53)$$

表編目から裏編目へわたる糸 QR は、境界伸長時にはまっすぐになる。この長さ $e \cdot D$ は変形様式 k_i の関数として幾何学的に次式で表わされる。

$$e(k_i)D = \sqrt{\left(\frac{y_{c2}(k_i)}{2} - hD \right)^2 + (\alpha_i D)^2} \quad \dots\dots\dots (54)$$

ここで、 $y_{c2}(k_i)$ はまだ未知で、次のように導かれる。

糸の交差部分とリンク部分を除く、ウエール方向の糸の全長 l_{01} およびコース方向の l_{02} は 1×1 リブ構造における場合と同様にして次式で求まる。

$$l_{01} = 2\sqrt{(y_{c1}(k_i) - hD)^2 + (hD)^2} \quad \dots\dots\dots (55)$$

$$l_{02} = \frac{y_{c2}(k_i)}{2} - hD \quad \dots\dots\dots (56)$$

境界伸長状態の定義より

$$L = l_{01} + l_{02} + 4cD + e(k_i)D \quad \dots\dots\dots (57)$$

(57)式に(53)～(56)式を代入して

$$L = 2\sqrt{(y_{c1}(k_i) - hD)^2 + (hD)^2} + \frac{y_{c2}}{2} - hD + 4\left(\frac{\pi}{\sqrt{2}}D\right) + \sqrt{\left(\frac{y_{c2}(k_i)}{2} - hD\right)^2 + (\alpha_i D)^2} \quad \dots\dots\dots (58)$$

y_{c1} , y_{c2} はいずれも k_i をパラメーターとして、(58)式と(37)または(38)式との連立方程式を解いて決定される。またウエール方向の糸の X_1 軸からの傾き角 ϕ_c も 1×1 リブの場合と同様(33)式で表わされる。

以上のように、インターロック編布の境界伸長状態における構造モデルは 1×1 リブ編布の構造モデルに比べて表裏の重なりのため幾何学的な制限条件が多く、比較的単純にモデルの構造定数を決定できる。

境界伸長比 λ_{c1} , λ_{c2} は求まった y_{c1} , y_{c2} を(39)式に代入して求まる。具体的な計算法は後述する。

2.4.2 糸の曲げ効果領域の構造モデル

境界伸長状態に至るまでの、糸の曲げとねじりが伸長に寄与する領域での構造モデルとして、第23図に示すように、平編構造や前述の 1×1 リブ構造の場合と同様に、ウエール方向の糸はまっすぐで、コース方向の糸のみが曲がっているモデルを適用し、4本のまっすぐ棒と2個の円弧状曲がり細棒の組み合わせで構成する。すなわち X_2 軸方向にそった(A)部分の糸の曲がり、表裏をつなぐリンク(B)部分(図のように X_1 X_2 平面から θ_0 傾き、 X_2 X_3 平面に垂直な平面内にある)から成る。この(B)部分のリンクは 1×1 リブ構造では非常に短く、糸の巻きつき部分として計算されたが、表裏が交差するインターロック構造ではこの部分も1つのリンクとしてその曲がり

(第23図) インターロック編布の曲げ効果領域の構造モデル

の伸びが考慮されねばならない。

1×1 リブ構造では PS が伸長過程を通じて一定値をとる構造モデルを用いたが、インターロック編布ではこの領域でリンクが θ_0 から θ_c まで回転すると同時に糸の曲がり伸びが伸びられて $\overline{PS}$ が増加する。

(第24図) インターロック編布の曲げ効果領域の基準構造モデル

(A), (B) 部分の円弧状曲がり棒の長さ l_{0A} , l_{0B} や弦の長さ d_{0A} , d_{0B} は第24図に示すように前述の1×1リブ構造の場合と同様の方法で次のように定める。

$k_1=0$ を基本変形様式とし、その境界伸長状態での単位構造を基準として、この伸長状態から伸長を戻して変形前の状態に戻したときの構造を第23図の円弧とまっすぐ棒で構成させ、各定数を次式で求める。

$$l_{0nA} = \frac{\lambda_{c2}(k_1=0)y_{02}}{2} + hD \quad \dots\dots\dots(59)$$

$$l_{0nB} = \frac{l_{0nA}}{\cos\theta_c(k_1=0)} \quad \dots\dots\dots(60)$$

$$d_{0nA} = y_{02} - D \quad \dots\dots\dots(61)$$

$$d_{0nB} = \frac{D(2h+1)}{\cos\theta_0} \quad \dots\dots\dots(62)$$

円弧の固定端角度 θ_{0n} は

$$\theta_{0nA} = \frac{\sin\theta_{0nA} l_{0nA}}{d_{0nA}} \quad \dots\dots\dots(63)$$

$$\theta_{0nB} = \frac{\sin\theta_{0nB} l_{0nB}}{d_{0nB}} \quad \dots\dots\dots(64)$$

上述の $k_1=0$ 以外の二軸伸長時では、1×1 リブ構造モデルと同様に、両端固定の円弧とまっすぐ棒を組み合わせ、 $\lambda_1(\neq 1)$ を与えた状態で X_2 方向に弛緩した状態下で曲率 K_0 の円弧になるモデルを設定する。そして与えられた λ_2 まで伸長して円弧の曲げが伸びた状態が境界伸長時のモデルを与える。

$l_{0A}(\lambda_1)$; λ_1 を与えた状態での(A)部分の円弧の長さ

$\theta_{0A}(\lambda_1)$; 同じく円弧の固定端角度

$d_{0A}(\lambda_1)$; 同じく X_2 軸方向の力が0の弛緩した状態での円弧の弦の長さ

以下(B)についても同様。

$$l_{0A}(\lambda_1) = \frac{\lambda_{c2}(\lambda_1)y_{02}}{2} + hD \quad \dots\dots\dots(65)$$

$$l_{0B}(\lambda_1) = \frac{l_{0A}(\lambda_1)}{\cos\theta_c(\lambda_1)} \quad \dots\dots\dots(66)$$

$$\theta_{0A}(\lambda_1) = \theta_{0nA} \frac{l_{0A}(\lambda_1)}{l_{0nA}} \quad \dots\dots\dots(67)$$

$$\theta_{0B}(\lambda_1) = \theta_{0nB} \frac{l_{0B}(\lambda_1)}{l_{0nB}} \quad \dots\dots\dots(68)$$

$$d_{0A}(\lambda_1) = l_{0A}(\lambda_1) \frac{\sin\theta_{0A}(\lambda_1)}{\theta_{0A}(\lambda_1)} \quad \dots\dots\dots(69)$$

$$d_{0B}(\lambda_1) = l_{0B}(\lambda_1) \frac{\sin\theta_{0B}(\lambda_1)}{\theta_{0B}(\lambda_1)} \quad \dots\dots\dots(70)$$

ここで、ウエール方向に λ_1 の伸長を与えた状態で境界伸長まで X_2 方向に伸長を与えたとき、その伸長比 λ_{c2} は λ_1 の関数 $\lambda_{c2}(\lambda_1)$ であり、また $\lambda_1=\lambda_{c1}$ になる。また、その状態での θ_c も λ_1 の関数で、次の方法で求める。

与えられた k_i と構造定数から、まず λ_{c1} と λ_{c2} の関係を次節に述べる方法により計算し、 $\lambda_1=\lambda_{c1}$ に対応する λ_{c2} を求める。この λ_{c2} と λ_1 を(10)式に代入して k_i を求め、さらにこの k_i を(50)および(16)式に代入して $\theta_c(\lambda_1)$ が求まる。

3. 境界伸長比の計算法

任意の変形様式 k_1 を与えたときの境界伸長比は前述のように境界伸長時の構造モデルから導かれるが、その計算方法について述べる。

3.1 図式解法

1×1 リブ編布の場合；

k_1 をパラメーターとする場合は、(37)式と(36)式を変形した(71)式との連立方程式

$$y_{c1} = k_1 y_{c2} \frac{y_{01}}{y_{02}} + y_{01}(1 - k_1) \quad \dots\dots\dots(37)$$

$$y_{c1} = \sqrt{\left(\frac{L - y_{02} - 4c(k_1)D - e(k_1)D + \sqrt{h^2 + 3^2 D \cos \theta_c(k_1)}}{2} \right)^2 - (hD)^2 + hD} \quad \dots\dots\dots(71)$$

を y_{c1} , y_{c2} について解き、その解から $\lambda_{c1}(k_1)$, $\lambda_{c2}(k_1)$ は(39)式で得られる。この解を得る一つの方法として図式解法がある。

まず、(37)式で y_{c2} を与えて y_{c1} を計算する。そしてその関係を第25図のように描く。

(第25図) y_{c1} , y_{c2} の図式解法 (計算例)

(37)式の各定数は構造定数によって決まる。次に、(70)式についても同様に y_{c2} に対する y_{c1} を計算して同図中に描く。(37)式、(71)式を満足する y_{c1} , y_{c2} の値は2つの曲線の交点で求まる。

k_2 をパラメーターとする場合についても同様に、(36)式を変形した(72)式と(38)式の連立方程式を y_{c1} , y_{c2} について解く。すなわち

$$y_{c2} = k_2 y_{c1} \frac{y_{02}}{y_{01}} + y_{02}(1 - k_2) \quad \dots\dots\dots(38)$$

$$y_{c2} = L - 2\sqrt{(y_{c1} - hD)^2 + (hD)^2} - 4c(k_2)D - e(k_2)D + \sqrt{h^2 + 3^2 D \cos \theta_c(k_2)} \quad \dots\dots\dots(72)$$

図式的に解く方法は前述と同様である。その解を(39)式に代入して $\lambda_{c1}(k_2)$, $\lambda_{c2}(k_2)$ を計算する。

インターロック編布の場合；

インターロック編布でも前述の1×1リブ編布の場合と同様の手法で y_{c1} , y_{c2} を図式的に解くことができる。

k_1 をパラメーターとする場合は、(37)式、(71)式に代わって次の(37)式と(36)式を変形した(73)式との連立方程式を y_{c1} , y_{c2} について解く。

$$y_{c1} = k_1 y_{c2} \frac{y_{01}}{y_{02}} + y_{01}(1 - k_1) \quad \dots\dots\dots(37)$$

$$y_{c1} = \sqrt{\left(\frac{L - 7hD - \frac{y_{c2}}{2} - \sqrt{\left(\frac{y_{c2}}{2} - hD \right)^2 + \left(\frac{k_1}{2} D \right)^2}}{2} \right)^2 - (hD)^2 + hD} \quad \dots\dots\dots(73)$$

(73)式は前述の(36)式を変形して(16)式を代入したものである。

k_2 をパラメーターとする場合 (ただし、 $k_2=0$ を除く) は、(38)式、(72)式に代わって次の(74)式と(75)式との連立方程式を解く。

$$y_{c1} = \frac{y_{01}}{y_{02}} \frac{1}{k_2} \{ y_{c2} - y_{02}(1 - k_2) \} \quad \dots\dots\dots(74)$$

$$y_{c1} = \sqrt{\left(\frac{L - 7hD - \frac{y_{c2}}{2} - \sqrt{\left(\frac{y_{c2}}{2} - hD \right)^2 + \left(D - \frac{k_2}{2} D \right)^2}}{2} \right)^2 - (hD)^2 + hD} \quad \dots\dots\dots(75)$$

(74)式は(38)式を変形したものであり、(75)式は(36)式を変形して(16)式を代入したものである。

$k_2=0$ の変形様式では、 $y_{c2}=y_{02}$ であるから、その関係を(75)式に代入して直ちに y_{c1} が求まる。

3.2 コンピューターによる解法

コンピューターによって、上述の連立方程式の解 y_{c1} , y_{c2} を求める方法として、一つは前述の図式的に交点を求めて連立方程式を解く順序をそのままコンピューターでデジタル方式で実行させる方法と、他の一つはニュートン法などにより連立方程式の根の近似解を得る方法がある。

後者のニュートン法を用いる方法については付録に示しているが、この方法でも有効数字7桁以上の近似解が前者の方法よりも短時間の計算時間で得られるから有用である。

ニュートン法による近似解法は初期値を y_{01} , y_{02} にとり、第20近似を行なうことによって十分の精度の結果が得られる。

4. 計算例

境界伸長比は編布の伸長特性の理論計算のために設けた仮定の値であるが、曲がった糸がまっすぐに伸びきる伸長比であるから構造がもつ一種の最大伸長比であって

編布の実用性能を検討するうえでも重要な特性値である。

平編, 1×1リブ編, インターロック編など編組織の違いが境界伸長比をどの程度変化させるか, また構造定数が境界伸長比におよぼす効果についての計算例を以下に示す。

4.1 組織の異なるよこ編布の境界伸長比

境界伸長比の計算には, すでに示したようにウェール数, コース数, ループ長, 糸の太さがわかればよい。

30's の羊毛糸を例にとり, 糸の太さ: $D=0.01621\text{cm}$ 1 cm 当たりのコース数: $C=16$ として, 平編, 1×1リブ編, インターロック編布の構造定数を次のように定めて計算に用いた。

一般に, C, W, L の間には拘束された関係があり, この関係は各組織について実験的に見いだされている。

平編構造には, 乾燥緩和した羊毛糸について D. L. Munden¹³⁾ によって導かれている次式を適用して W, L' を定める。

$$C = 5.00 \frac{1}{2.54 L'} \quad \dots\dots\dots(76)$$

$$W = 3.80 \frac{1}{2.54 L'} \quad \dots\dots\dots(77)$$

ただし, $L'=2L$ である。

1×1リブ構造では J. A. Smirfitt⁴⁾ による羊毛糸の乾燥緩和した編布において得られている次式を適用して R, L' を定める。

$$C = 4.51 \frac{1}{2.54 L'} \quad \dots\dots\dots(78)$$

$$R = 3.34 \frac{1}{2.54 L'} \quad \dots\dots\dots(79)$$

1×1リブ構造では $L=L'$ である。

インターロック編布については, 以上のような定数は一定でなく, L' や編布緩和状態によって変わるとされているが, 十分緩和した状態には, J. F. Knapton⁹⁾ によって示されている次式を適用して W, L' を定める。

$$\frac{C}{W} = 1.02 \quad \dots\dots\dots(80)$$

$$WC = \frac{375}{(2.54 L')^2} \quad \dots\dots\dots(81)$$

ただし, インターロック編布では $L'=4L$ である。

以上のようにして定めた編組織別のウェール数 W とループ長 L' より, 本理論に従って構造定数 y_{01}, y_{02}, L を計算してデータとして与え, コンピュータによって計算した結果の λ_{c1} と λ_{c2} の関係を第26図に示している。

平編布の境界伸長比の計算法も, すでに報告した理論計算法をコンピュータ化して行なっている。

同じ太さの糸で, コース数をそろえて適度の編密度に編まれた編組織の異なるよこ編布の境界伸長比におよ

(第26図) 組織の異なるよこ編布の境界伸長比

す編布構造組織の効果が計算例から明らかである。

4.2 編密度が境界伸長比におよぼす効果

編構造の粗密が境界伸長比におよぼす効果をみるため 1×1リブおよびインターロックについて, 糸の太さ D は一定として, 前項の計算に用いた構造定数を基準として, L' を ±10% 変化させたとき, 境界伸長比に現われる効果を計算した。ただし, C, R, W などは 1×1リブの場合は(78), (79)式で, インターロックの場合は(80), (81)式で計算した。第27図は 1×1リブ編布, 第28図はインターロック編布についての計算例である。ループ長の影響はかなり大きい。

(第27図) 1×1リブ編布の編密度が境界伸長比におよぼす効果 (L ; 単位構造中の糸長, $=0.2844\text{cm}$ を標準としてその倍数で変化を示す)

(第28図) インターロック編布の編密度が境界伸長比におよぼす効果 (L ; 単位構造中の糸長, $=0.3083\text{cm}$ を標準としてその倍数で変化を示す)

4.3 糸の太さ D が境界伸長比におよぼす効果

4.1 の計算に用いた構造定数のうち糸の太さ D を $\pm 10\%$ 変化させて、糸の太さが境界伸長比におよぼす効果を計算し、第29図に 1×1 リブ編布、第30図にインターロック編布の計算例を示す。編密度が等しく、糸の太さが異なる場合、糸の太さが境界伸長比を大きく左右することがわかる。

(第29図) 1×1 リブ編布の糸の太さ D が境界伸長比におよぼす効果 ($D=0.01621\text{cm}$ を標準としてその倍数で変化を示す)

(第30図) インターロック編布の糸の太さ D が境界伸長比におよぼす効果 ($D=0.01621\text{cm}$ を標準として、その倍数で変化を示す)

以上のように、境界伸長比は理論的に容易に計算されるが、この値は編布の伸びきり時の伸長比を与えるので、これのみでも使用目的に応じた編布構造の設計の目やすに役立つであろう。

5. 考 察

5.1 境界伸長時の構造モデルについて

境界伸長時のリンクの X_2 軸からの傾き角 $\theta_c(k_i)$ の決定は、 1×1 リブ構造の場合は17式で、インターロック編布の場合は50式でそれぞれ近似して推定しているが、これらは X_2 X_3 平面内で、幾何学的にとり得る形態の制限をもとに設定した一つの推定方法である。

各種の 1×1 リブ編布について、各種の二軸変形様式下での伸長に伴う X_2 X_3 平面で切った断面の構造変化を顕微鏡写真で観測し、その $\theta_c(k_i)$ を第31図にプロットした。17式による推定法は実際の値に比較的忠実であることが確かめられた。

(第31図) 1×1 リブ編布における $\theta_c(k_i)$ の観測値と計算値

同様に、インターロック編布についても実測し、50式の $\theta_c(k_i)$ 値の推定も正確であることを確認している。

(a) $k_2=0$

(b) $k_1=0$

(第32図) 1×1 リブ編布の境界伸長状態での X_2 , X_3 平面の形状

次に、境界伸長時、交差部分での糸の巻きつき長さの決定法に関して、 1×1 リブ編布の場合は2つの部分、第一種と第二種の部分に分離した。第二種の部分がほとんどを占める変形様式では第32図(a)にみられる X_2 X_3 平面の断面写真からわかるように X_3 軸方向に糸が圧縮され円管の半径が D よりも小さい値をとっている。このような観測結果を各種の 1×1 リブ編布について行ない、これらをもとに28式の $c_2(k_i)$ 値を修正したのが第15図の点線で、この修正によって 1×1 リブ構造編布はすべ

ての変形様式でその境界伸長比がさらに正確に計算できることが確認された。

インターロック編布の場合は、糸の巻きつき形状はすべての変形様式を通じて平編布の巻きつき形状にひとしい構造モデルを組み立てているが、この妥当性は次節で示す境界伸長比の計算結果と二軸伸長特性の実測結果から明らかである。

5.2 境界伸長比の計算結果と二軸伸長特性の実測結果の比較

境界伸長比の理論計算結果が妥当な値であるかどうかの検討は、境界伸長状態以前と以後の伸長領域の特性を計算し、両者の合成曲線、すなわち二軸伸長特性の理論計算結果と実測結果を比較してはじめて明確になることであるが、この検討は別報で示すことにし、ここでは二軸伸長特性の実測値と計算値に境界伸長比の計算値を記入してその値の妥当性の一例を示している。

第33図は1×1リブ編布の変形様式を異にした二軸伸長特性とその境界伸長比を、第34図はインターロック編布の場合の一例を示している。

各種の編布について第33、34図と同傾向のみられることを確認している。

(第33図) 1×1リブ編布の各種変形様式下での二軸伸長特性と境界伸長比の計算例、ポリエステル 150den, リブ数 14.0cm⁻¹, コース数 17.2cm⁻¹

(第34図) インターロック編布の二軸伸長特性と境界伸長比の計算例、羊毛36's, ウェール数11.9cm⁻¹, コース数 12.4cm⁻¹

5.3 曲げ効果領域の構造モデルについて

θ_0 は本理論では糸の曲げおよびねじり効果の計算に導入される初期値として重要である。1×1リブ編布では(7)式で、インターロック編布では(49)式で与えた。

1×1リブ編布では、J. A. Smirfitt⁴⁾によると、 $\theta_0 = 67^\circ$ と定めているが、現実の編布の断面写真観測では θ_0 は他の構造定数の違いによって一定せず上記の値よりかなり大きい値をもつものが多い。(7)式の決定方法は写真観測結果とよく一致している。

インターロック編布についても同様で、 $\theta_0 = 56.4^\circ$ という仮定が示されているが¹⁰⁾、この値は本理論の(49)式で求められる値とは多少異なる。

本理論の θ_0 値は曲げ効果領域の構造モデルを正確な境界伸長状態に連結するための値でもあり、これが現実の値に近い値をもつことは構造モデルがかなり現実構造に近いことを示している。

6. 結 語

リブ構造をもつ編布の基本組織である1×1リブ編布とインターロック編布について、その伸長特性の精度高い理論計算を得るための構造モデルを設定し、そのモデルの各定数を実際の構造定数から決定する方法を提出した。

本理論では、境界伸長状態のモデルを基準にして、その伸長比以下の曲げ効果領域と、その伸長比を越えた糸伸長効果領域を分離し、別個の構造モデルによって伸長特性を誘導し、後にこれらを合成する方法をとっている。したがって、基準となる境界伸長状態での立体構造モデルをまず厳密に組み立てる必要があるが、逆にこのために曲げ効果領域のモデルは簡単化できる特長がある。そして複雑な幾何学形態をもつ編布の力学特性の解析を比較的簡単にできる。

これらの構造モデルを用いて編布の伸長特性の理論計

算がすでに発表した方法を応用して直ちに実行できる。
そしてモデルの妥当性については、すでに理論計算結果と、実測結果との間のよい適合性によって確認しているが、これらに関しては別報にゆずる。

終わりに、本研究に対し有益な御討論、示唆をいただいた京都大学工学部高分子化学教室内繊維集合体力学研究会の諸氏に深く感謝の意を表す。

文 献

- 1) 川端, 丹羽, 七島, 河合; 繊維誌, **32**, T95 (1970)
- 2) 丹羽, 川端, 七島, 河合; 繊維誌, **23**, T120 (1970)
- 3) 川端, 丹羽, 七島, 河合; 繊維誌, **23**, T223 (1970)
- 4) J. A. Smirfitt; J. Text. Inst., **56**, T248 (1965)
- 5) G. A. V. Leaf; J. Text. Inst., **51**, T49 (1960)
- 6) J. A. Smirfitt; J. Text. Inst., **56**, T298 (1965)
- 7) J. M. Jacob; Ann. Sci. Text. Belges, No. 1, 75 (1965), No. 4, 1 (1966)
- 8) J. F. Knapton; XII Congress of the International Federation of Knitting Specialists, Proc. (1967)
- 9) J. F. Knapton, D. L. Munden; Text. Res. J., **36**, 1072, 1081 (1966)
- 10) J. W. S. Hearle, P. Grosberg, S. Backer; Structural Yarns and Fabrics, Vol. 1, Wiley-Interscience, p. 434 (1969)
- 11) T. S. Nutting, G. A. V. Leaf; J. Text. Inst., **55**, T45 (1964)
- 12) 川端季雄; 繊維誌, **23**, T30 (1970)
- 13) D. L. Munden; J. Text. Inst., **50**, T448 (1959)

付 録

ニュートン法による境界伸長比の近似解法

1×1 リブ編布の場合;

構造定数 y_{01} , y_{02} , L , D と任意の変形様式 k_i における $c(k_i)$, $e(k_i)$ をデータとして与え, k_i に対する境界伸長比 $\lambda_{c1}(k_i)$, $\lambda_{c2}(k_i)$ を次のようにしてコンピューターによって計算する。

k_1 をパラメーターとすると, すなわち $\varepsilon_1 \leq \varepsilon_2$ の変形様式では, (37), (71)式から y_{c1} を消去して

$$f(y_{c2}) = k_1 \frac{y_{01}}{y_{02}} y_{c2} + (1+k_1) y_{01} - hD -$$

$$\sqrt{\left(\frac{L - y_{c2} - (4c(k_1)D + e(k_1)D - \sqrt{h^2 + 3^2} D \cos \theta_c(k_1))}{2} \right)^2 - (hD)^2} = 0 \quad \cdots \cdots (A-1)$$

または,

$$f(y_{c2}) = A_1 y_{c2} + A_2 - A_4 - \sqrt{\left(\frac{A_3 - y_{c2}}{2} \right)^2 - A_4^2} = 0 \quad \cdots \cdots (A-2)$$

ただし,

$$A_1 = \frac{k_1 y_{01}}{y_{02}}$$

$$A_2 = (1 - k_1) y_{01}$$

$$A_3 = L - \{4c(k_1)D + e(k_1)D - \sqrt{h^2 + 3^2} D \cos \theta_c(k_1)\}$$

$$A_4 = hD$$

(A-2) 式の根 y_{c2} は (A-2) 式を微分して

$$\frac{df(y_{c2})}{dy_{c2}} = A_1 - \frac{y_{c2} - A_3}{4\sqrt{\left(\frac{A_3 - y_{c2}}{2} \right)^2 - A_4^2}} \quad \cdots \cdots (A-3)$$

(A-2), (A-3) 式よりニュートン法を用いて y_{c2} の第20 近似もとれば十分な精度の近似値が得られる。すなわち

$$[y_{c2}]_1 = y_{02} \quad \cdots \cdots (A-4)$$

$$[y_{c2}]_{20} = [y_{c2}]_{19} - \frac{f([y_{c2}]_{19})}{df([y_{c2}]_{19})} \quad \cdots \cdots (A-5)$$

一方,

$$g(y_{c2}) = y_{c1} \text{ とすると, (37)式より}$$

$$g([y_{c2}]_{20}) = A_1 [y_{c2}]_{20} + A_2 \quad \cdots \cdots (A-6)$$

これらより,

$$\lambda_{c1}(k_1) = \frac{g([y_{c2}]_{20})}{y_{01}}, \quad \lambda_{c2}(k_1) = \frac{[y_{c2}]_{20}}{y_{02}} \quad \cdots \cdots (A-7)$$

k_2 をパラメーターとする場合, すなわち $\varepsilon_1 \geq \varepsilon_2$ の変形様式では, (38)と(72)式から y_{c2} を消去し,

$$f(y_{c1}) = B_1 y_{c1} + B_2 + 2\sqrt{(y_{c1} - A_4)^2 + A_4^2} + B_3 = 0 \quad \cdots \cdots (A-8)$$

ただし,

$$B_1 = \frac{k_2 y_{02}}{y_{01}}$$

$$B_2 = (1 - k_2) y_{02}$$

$$B_3 = 4c(k_2)D + e(k_2)D - \sqrt{h^2 + 3^2} D \cos \theta_c(k_2) - L$$

(A-8) 式の根 y_{c1} は, (A-8) 式を微分して

$$\frac{df(y_{c1})}{dy_{c1}} = B_1 + \frac{2(y_{c1} - A_4)}{\sqrt{(y_{c1} - A_4)^2 + A_4^2}} \quad \cdots \cdots (A-9)$$

前述の方法と同様に (A-8), (A-9) 式より, ニュートン法を用いて y_{c1} の第20近似を求める。すなわち,

$$[y_{c1}]_1 = y_{01} \quad \cdots \cdots (A-10)$$

$$[y_{c1}]_{20} = [y_{c1}]_{19} - \frac{f([y_{c1}]_{19})}{df([y_{c1}]_{19})} \quad \cdots \cdots (A-11)$$

$$g(y_{c1}) = y_{c2} \text{ とすると, (38)式より,}$$

$$g([y_{c1}]_{20}) = B_1 [y_{c1}]_{20} + B_2 \quad \cdots \cdots (A-12)$$

これらより,

$$\lambda_{c1}(k_2) = \frac{[y_{c1}]_{20}}{y_{01}}, \quad \lambda_{c2}(k_2) = \frac{g([y_{c1}]_{20})}{y_{02}} \quad \cdots \cdots (A-13)$$

インターロック編布の場合;

構造定数 y_{01} , y_{02} , L , D のみをデータとして与え, 任意の変形様式 k_i における $\lambda_{c1}(k_i)$, $\lambda_{c2}(k_i)$ は, 1×1 リブ編布の場合と同様の方法で計算できる。

まず, k_i をパラメーターとする場合は, (37), (73)式から y_{c1} を消去した次の (A-14) 式と (A-14) 式を微分した (A-15) 式とから, ニュートン法を用いて (A-14) 式の根 y_{c2} の近似解および y_{c1} を 1×1 リブと同様に計算し, (A-6) 式で y_{c1} を求めて, (A-7) 式で $\lambda_{c1}(k_1)\lambda_{c2}(k_1)$ を計算する.

$$f(y_{c2}) = A_1 y_{c2} + A_2 - A_4$$

$$-\frac{1}{2} \sqrt{\{A_7 - 0.5y_{c2} - \sqrt{(0.5y_{c2} - A_4)^2 + A_6}\}^2 - 4A_4^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (A-14)$$

$$\frac{df(y_{c2})}{dy_{c2}} = A_1$$

$$+\frac{\left\{A_7 - 0.5y_{c2} - \sqrt{(0.5y_{c2} - A_4)^2 + A_6}\right\} \left\{1 + \frac{0.5y_{c2} - A_4}{\sqrt{(0.5y_{c2} - A_4)^2 + A_6}}\right\}}{4\sqrt{\{A_7 - 0.5y_{c2} - \sqrt{(0.5y_{c2} - A_4)^2 + A_6}\}^2 - 4A_4^2}} \quad \dots\dots\dots (A-15)$$

ただし,

$$A_6 = \frac{k_1}{2} D$$

$$A_7 = L - 7hD$$

k_2 をパラメーターとする場合は (ただし $k_2=0$ を除く), (74), (75)式から, やはり y_{c1} を消去した次の (A-16) 式とこれを微分した (A-17) 式とを (A-5) 式に代入して, すなわちニュートン法により (A-16) 式の根 y_{c2} を計算する.

$$f(y_{c2}) = \frac{y_{c2}}{B_1} - B_5$$

$$-\frac{1}{2} \sqrt{\{A_7 - 0.5y_{c2} - \sqrt{(0.5y_{c2} - A_4)^2 + B_4}\}^2 - 4A_4^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (A-16)$$

$$\frac{df(y_{c2})}{dy_{c2}} = \frac{1}{B_1} + \frac{\left\{A_7 - 0.5y_{c2} - \sqrt{(0.5y_{c2} - A_4)^2 + B_4}\right\} \left\{1 + \frac{0.5y_{c2} - A_4}{\sqrt{(0.5y_{c2} - A_4)^2 + B_4}}\right\}}{4\sqrt{\{A_7 - 0.5y_{c2} - \sqrt{(0.5y_{c2} - A_4)^2 + B_4}\}^2 - 4A_4^2}} \quad \dots\dots\dots (A-17)$$

ただし,

$$B_4 = \left(D - \frac{k_2}{2} D\right)^2$$

$$B_5 = \frac{B_2}{B_1} + A_4$$

$g(y_{c2}) = y_{c1}$ とすると, (73)式より

$$g(y_{c2}) = \frac{y_{c2} - B_2}{B_1} \quad \dots\dots\dots (A-18)$$

したがって,

$$\lambda_{c1}(k_2) = \frac{g(y_{c2})_{20}}{y_{01}}, \quad \lambda_{c2}(k_2) = \frac{(y_{c2})_{20}}{y_{02}} \quad \dots\dots\dots (A-19)$$

$k_2=0$ の場合は (A-16), (A-17) 式がオーバーフローによって計算が不能になる. このため(75)式によって y_{c1} を求めるプログラムを用いて計算を行なう.