被覆ロールの荷重分布に及ぼす各種の 非対称要因の影響

(第1報) 左右非対称な加圧力および支持剛性の影響

大阪府立大学工学部 中 島 桑 男 (会員)

大阪府立大学工学部 辻 尾 昇 三 (会員)

The Effect of Various Asymmetric Factors on Load Distribution of Rubber-Covered Pressure Rollers of a Mangle

Part 1: Effect of Difference in Forces Acting on Rollers and in Stiffness of Mangle Frame

Kumeo Nakajima and Syozo Tsujio

College of Engineering, University of Osaka Prefecture, Sakai-shi, Osaka

Abstract

Actual mangles with rubber-covered pressure rollers being not always be constructed symmetrically somewhere in the center plane of the mangle, there is a possibility that the load distribution along covered rollers is asymmetrical. In this paper, the basic equations on the distributed load of rubber-covered pressure rollers previously introduced by us are extended to deal with the general problem of asymmetrical bending of a pair of mechanically identical covered rollers. Using the basic equations thus derived, we analyze the behavior of asymmetrical bending of covered rollers due to the differences in the forces acting on rollers at the both extremities and in the stiffness of mangle side frames, with the following main conclusions obtained from theoretical analysis and numerical calculations:

(1) Load distribution along covered rollers is affected significantly by a difference in forces acting on rollers at both extremities even if it is very small. In order to decrease the effect mentioned above, stiffness of mangle frame should be high.

(2) In the case where the stiffness of mangle frame is much smaller on one side in comparison with that of the other side, an undesirable effect upon the evenness of the load distribution becomes predominant with an increase in the frame stiffness of the other side.

(3) A small difference in stiffness of mangle frames on both sides has a slight influence upon the load distribution. In order to decrease the unfavorable effect due to the difference cited above, the rigidity of the covered rollers should be as high as possible.

(Received March 23, 1971)

摘 要

目 的 現実の被覆ロールはかならずしも左右対称とはかぎらず、そのために左右非対称な軸方向の分布荷重を発生することが考えられる。本報告は先に導入した被覆ロールの軸方向の荷重分布を求める基礎方程式を一般的な上下対称左右非対称問題に拡張し、これを用いて軸受部に作用する加圧力およびフレームの支持剛性の左右非対称要因がそれぞれ荷重分布に及ぼす影響について解析したものである。

成 果 理論解析および数値計算の結果得られた主な結論をつぎに示す。

- (1) 左右の加圧力の差異が非常に小さくても荷重分布に及ぼす影響は非常に大きい。
- (2) 加圧力の左右非対称性の影響を小さくするためには支持剛性を大きくしなければならない。
- (3) 一端の支持剛性が極端に小さい場合他端の支持剛性を大きくすることはかえって荷重分布に悪影響を及ぼす。
- (4) 左右の支持剛性の差異があまり大きくないならば荷重分布に及ぼす影響は比較的小さい。
- (5) 左右非対称支持剛性の影響を小さくするためには、たわみの小さい被覆ロールを用いればよい。

(昭和46年3月23日 受理)

1. 緒 言

被覆ロールがその間で加圧している被処理層の幅方向の荷重分布を知ることが非常に重要である。筆者らは先に被覆ロールの軸方向の荷重分布を求める基礎方程式を導入して、被覆ロールが上下同じ力学的性質(上下対称)を持ちかつ被覆ロールの中央に関して軸方向に左右同じ力学的性質(左右対称)を持つ場合を、理論的に解析し多くの有用な結果を得た¹⁻⁴⁾。現実のロールを考えると左右対称という状態は望ましい理想的な状態であるけれども容易に満たされるものではない。左右非対称の要因として軸受部に作用する加圧力、フレームおよび軸受部の支持剛性、被覆ロール本体の力学的性質、被処理層の力学的性質、被処理層の絞り位置などが考えられる。左右非対称問題の重要性は、このように左右非対称要因が現実数多く存在すること、およびいくらかの小さな被覆ロールを用いたとしても被覆ロール全体が剛体として変位するような状態が生じ、これによって軸方向に一樣でない荷重分布が生じることである。この被覆ロールの剛体としての変位によって生ずる荷重分布とロール芯のたわみによって生ずる荷重分布との重畳が左右非対称問題を複雑にしている。ゆえに左右非対称要因が軸方向の荷重分布に及ぼす影響を調べることは意義のあることである。

本報告ではまず以前に発表した上下および左右対称問題を取り扱う被覆ロールの曲げ理論を一般的な上下対称左右非対称問題に拡張した。この拡張は比較的容易である。つぎにこの拡張した曲げ理論を用いて、左右非対称要因の中から特に加圧力および支持剛性の左右の違いをとりあげ、それぞれの荷重分布に及ぼす影響を解析した。これら2つの要因は数学的な取り扱いのうえで、基礎方程式の境界条件の左右非対称性として特長付けられる。この場合被覆ロール本体は左右対称である。なお本報告においては左右非対称要因は複合して存在せず単独にのみ存在すると仮定した。

2. 記 号

本報告においては下の記号を用いる。

A : 積分定数

B : //

C : //

D : //

$E(x)$, E : 金属芯の材質のヤング率

$I(x)$, I : 金属芯の断面の面積2次モーメント

K , K_L , K_L' : フレームおよび軸受部の支持剛性をあらわす定数

$k(x)$, k : 被覆層の弾性をあらわす定数

L : 被覆ロールの全長の1/2

M_L , M_L' : 被覆ロールの端部に作用する曲げモーメント

P , P_L , P_L' : 被覆ロールの端部に作用する加圧力

$u(x)$, u : 被覆層の厚さ

$w(x)$: 被覆ロールの単位長さ当たりの分布荷重

$w_e(x)$: 被覆ロールのたわみによって生ずる単位長さ当たりの分布荷重

$w_r(x)$: 被覆ロールの剛体変位によって生ずる単位長さ当たりの分布荷重

$w_{\max}$: $w(x)$ の最大値

$w_{\min}$: $w(x)$ の最小値

$\bar{w} \triangleq (1/2)(P_L + P_L')/L$

x : 被覆ロールの軸方向の座標

$y(x)$: 被覆ロールの金属芯のたわみ

$\bar{y} \triangleq \bar{w}/(k/u)$

$z(x)$: 分布荷重を受けたときの被覆層の厚さ

$z_L \triangleq z(L)$

$z_L' \triangleq z(-L)$

$\alpha \triangleq EI/KL$

$\alpha_+ \triangleq EI/K_L L$ あるいは $\alpha(1+\theta)$

$\alpha_- \triangleq EI/K_L' L$ あるいは $\alpha(1-\theta)$

$\alpha' \triangleq (k/u)L^3/K$

θ : 左右の非対称性をあらわすパラメーター

$\lambda(x) \triangleq [(k(x)/u(x))]/[4E(x)I(x)/L^4]^{1/4}$

$\lambda \triangleq [(k/u)/(4EI/L^4)]^{1/4}$

$\xi \triangleq x/L$

ϕ , φ : 関数記号

ψ : 関数記号

3. 基礎方程式¹⁾

基礎方程式を導くにあたって、下の仮定をおく。

- (1) ロールをはりとみなし、曲げによるたわみのみを考える。断面の変形および剪断力の影響などはすべて無視する。
- (2) 曲げを金属芯のみで受ける。
- (3) 被覆層の圧縮特性を線形ばねで近似する。
- (4) ロールは上下対称とする。
- (5) ロールの軸受間距離と働き幅、布幅とは同じとする。
- (6) 重力の影響は考えない。

全長 $2L$ の2本の被覆ロールのそれぞれの両端に P_L , P_L' なる力と M_L , M_L' なるモーメントが作用して釣合にある状態を、第1図に下半分だけ模型的に示した。位置 x において金属芯に作用する力すなわち被覆層に作用する力を、軸方向の単位長さ当たり $w(x)$ とし、これを分布荷重と呼ぶことにする。被覆ロールの金属芯の曲

(第1図) 左右非対称被覆ロールの接触モデル

げ剛性を $E(x)I(x)$ であらわし、厚さ $u(x)$ の被覆層のばね定数を軸方向の単位長さ当たり $k(x)/u(x)$ とする。無負荷時の厚さ $u(x)$ を持つ被覆層に分布荷重 $w(x)$ が作用したときの厚さを $z(x)$ とする。この $z(x)$ は金属芯の変位をも記述している。上記の記号および第1図の座標系を用いると、つぎの2式が得られる。

$$E(x)I(x)(d/dx)^4 z(x) = w(x) \quad \cdots (1.1)$$

$$w(x) = \{k(x)/u(x)\} \{u(x) - z(x)\} \quad \cdots (1.2)$$

ただし被覆ロールの弾性力学的性質を記述する $E(x)$, $I(x)$, $k(x)$, $u(x)$ を、高々有限個の不連続点を有する区分的に連続な関数と定義する。(1.1) はロール金属芯の変位と荷重との関係を、(1.2) は被覆層の圧縮量と荷重との関係をあらわしている。したがってこれらの2式が被覆ロールの挙動を記述する基礎方程式である。

(1.1), (1.2) より w を消去し

$$\xi \triangleq x/L \quad \cdots (2)$$

を用いて独立変数を無次元化すれば、

$$(d/d\xi)^4 z = 4\{\lambda(\xi)\}^4 (u - z) \quad \cdots (3)$$

が得られる。ここに

$$\lambda(\xi) \triangleq [k(\xi)/u(\xi)] / [4E(\xi)I(\xi)/L^4]^{1/4} \quad \cdots (4)$$

λ は被覆ロールの弾性力学的特性をあらわす重要な量である¹⁾。また λ は定義から明らかに高々有限個の不連続点を有する区分的に連続な関数であり、かつ弾性力学的に有界である。したがって各連続な区間において一意な解が存在する。有限個の不連続点において弾性力学的な考察によれば、変位、変位の微係数、曲げモーメントおよび剪断力は連続である。すなわちいま不連続点を σ とすれば、

$$z(\sigma-0) = z(\sigma+0) \quad \cdots (5.1)$$

$$(1/L)(d/d\xi)z(\sigma-0) = (1/L)(d/d\xi)z(\sigma+0) \quad \cdots (5.2)$$

$$\begin{aligned} & \{E(\sigma-0)I(\sigma-0)/L^3\}(d/d\xi)^3 z(\sigma-0) \\ &= \{E(\sigma+0)I(\sigma+0)/L^3\}(d/d\xi)^3 z(\sigma+0) \end{aligned} \quad \cdots (5.3)$$

$$\{E(\sigma-0)I(\sigma-0)/L^3\}(d/d\xi)^3 z(\sigma-0)$$

$$= \{E(\sigma+0)I(\sigma+0)/L^3\}(d/d\xi)^3 z(\sigma+0) \cdots (5.4)$$

が成立する。ただし上の表現において、 g_1 , g_2 を任意の関数とすれば、

$$g_1(\sigma \pm 0) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} g_1(\sigma \pm \varepsilon) \quad \cdots (6.1)$$

$$(d/d\xi)^n g_2(\sigma) = [(d/d\xi)^n g_2(\xi)]_{\xi=\sigma}, \quad n=1, 2, \cdots \quad \cdots (6.2)$$

を意味する。以上より (3) は適当な境界条件のもとに考えている区間において一意な解を持つことがわかる。ゆえに (3) が被覆ロールの金属芯の変位を記述する基礎微分方程式である。

(3) は4階の変数係数の線形常微分方程式であるから問題を解くには4個の境界条件を用いればよい。端部には加圧力およびモーメントが作用する。ゆえに弾性力学的考察によればこれら境界点においてつぎの4式が成立する。

$$\{E(1)I(1)/L^3\}(d/d\xi)^3 z(1) = P_L \quad \cdots (7.1)$$

$$\{E(-1)I(-1)/L^3\}(d/d\xi)^3 z(-1) = -P_L' \quad \cdots (7.2)$$

$$\{E(1)I(1)/L^2\}(d/d\xi)^2 z(1) = -M_L \quad \cdots (7.3)$$

$$\{E(-1)I(-1)/L^2\}(d/d\xi)^2 z(-1) = -M_L' \quad \cdots (7.4)$$

フレームおよび軸受部の剛性を考慮して外部から作用するモーメントは端部の金属芯の傾きに比例すると考える。すなわち

$$M_L = (K_L/L)(d/d\xi)z(1) \quad \cdots (8.1)$$

$$M_L' = -(K_L'/L)(d/d\xi)z(-1) \quad \cdots (8.2)$$

(8.1), (8.2) で定義した K_L , K_L' を支持剛性と呼ぶことにする。(7.1) ~ (7.4) および (8.1), (8.2) から4個の境界条件が得られる。

つぎに被覆ロールの金属芯のたわみ y および金属芯の剛体としての変位 z_r を定義しておく。

$$y \triangleq z - z_r \quad \cdots (9.1)$$

$$z_r(\xi) \triangleq (1/2)(z_L + z_L') + (1/2)(z_L - z_L')\xi \quad \cdots (9.2)$$

ただし

$$z_L \triangleq z(1) \quad \cdots (9.3)$$

$$z_L' \triangleq z(-1) \quad \cdots (9.4)$$

(9.1) の z を (1.2) に代入して分布荷重 w をつぎのように変形する。

$$w = w_r + w_e \quad \cdots (10.1)$$

ただし

$$w_r \triangleq (k/u)(u - z_r) \quad \cdots (10.2)$$

$$w_e \triangleq -(k/u)y \quad \cdots (10.3)$$

これら w_r , w_e を変位の場合と対応させてそれぞれ剛体としての変位によって生ずる分布荷重およびたわみによって生ずる分布荷重と呼ぶことにする。

4. 左右非対称加圧力の影響

4.1 理論解析

現在マンゲルの加圧機構には種々の加圧方式が用いられているが、いずれの加圧方式においても種々の原因によって加圧力に左右非対称性が発生することが多い⁵⁾。ここでは加圧力の非対称性が荷重分布に及ぼす影響を調べることにする。

いま左右非対称加圧力をつぎのように定義する。

$$P_L \triangleq P(1+\theta) \quad \cdots \cdots (11.1)$$

$$P_L' \triangleq P(1-\theta) \quad \cdots \cdots (11.2)$$

ただし

$$|\theta| < 1 \quad \cdots \cdots (11.3)$$

加圧力以外の弾性力学的性質をすべて左右対称としかつ一定とすると、この場合の基礎方程式は、(3)より

$$(d/d\xi)^4 z/\bar{y} = 4\lambda^4 (u-z)/\bar{y} \quad \cdots \cdots (12.1)$$

ただし

$$E(\xi) \triangleq E \quad \cdots \cdots (12.2)$$

$$I(\xi) \triangleq I \quad \cdots \cdots (12.3)$$

$$k(\xi) \triangleq k \quad \cdots \cdots (12.4)$$

$$u(\xi) \triangleq u \quad \cdots \cdots (12.5)$$

$$\bar{w} \triangleq (P_L + P_L')/(2L) = P/L \quad \cdots \cdots (12.6)$$

$$\bar{y} \triangleq \bar{w}/(k/u) \quad \cdots \cdots (12.7)$$

$$\lambda^4 \triangleq (k/u)/(4EI/L^4) \quad \cdots \cdots (12.8)$$

(12.1) の一般解は A, B, C, D を積分定数として

$$(u-z)/\bar{y} = \phi(A, B, C, D; \lambda; \xi) \quad \cdots \cdots (13)$$

であらわされる¹⁾。ただし

$$\begin{aligned} \phi(A, B, C, D; \lambda; \xi) &\triangleq A\dot{\psi}_1(\lambda\xi) \\ &+ B\dot{\psi}_2(\lambda\xi) + C\dot{\psi}_3(\lambda\xi) + D\dot{\psi}_4(\lambda\xi) \quad \cdots \cdots (14.1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_1(\lambda\xi) &\triangleq (1/\sqrt{2})(\cos \lambda\xi \sinh \lambda\xi \\ &+ \sin \lambda\xi \cosh \lambda\xi) \quad \cdots \cdots (14.2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_2(\lambda\xi) &\triangleq (1/\sqrt{2})(-\cos \lambda\xi \sinh \lambda\xi \\ &+ \sin \lambda\xi \cosh \lambda\xi) \quad \cdots \cdots (14.3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_1(\lambda\xi) &\triangleq (d/d\xi)\psi_1(\lambda\xi) = \sqrt{2}\lambda \cos \lambda\xi \cosh \lambda\xi \\ &\quad \cdots \cdots (14.4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_2(\lambda\xi) &\triangleq (d/d\xi)\psi_2(\lambda\xi) = \sqrt{2}\lambda \sin \lambda\xi \sinh \lambda\xi \\ &\quad \cdots \cdots (14.5) \end{aligned}$$

境界条件は (7.1)~(7.4) および (8.1), (8.2) から

$$\alpha(d/d\xi)^2 z(-1) - (d/d\xi)z(-1) = 0 \quad \cdots \cdots (15.1)$$

$$(d/d\xi)^2 z(-1) = -4\bar{y}\lambda^4(1-\theta) \quad \cdots \cdots (15.2)$$

$$\alpha(d/d\xi)^2 z(1) + (d/d\xi)z(1) = 0 \quad \cdots \cdots (15.3)$$

$$(d/d\xi)^2 z(1) = 4\bar{y}\lambda^4(1+\theta) \quad \cdots \cdots (15.4)$$

ただし

$$K \triangleq K_L = K_L' \quad \cdots \cdots (16.1)$$

$$\alpha \triangleq EI/KL \quad \cdots \cdots (16.2)$$

(13) と (15.1)~(15.4) とから積分定数 A, B, C, D を求め (13) の右辺に代入すれば、 $(u-z)/\bar{y}$ が求ま

る。これを (1.2) に代入すれば分布荷重 $w(\xi)$ はつぎのように求まる。

$$\begin{aligned} w(\xi)/\bar{w} &= (u-z)/\bar{y} \\ &= \{\alpha\dot{\psi}_3(\lambda; \xi) + \dot{\varphi}_1(\lambda; \xi)\}/\{\alpha\dot{\psi}_1(\lambda; 1) \\ &+ \varphi_1(\lambda; 1)\} + 2\theta\lambda^2\{2\alpha\lambda^2\varphi_1(\lambda; \xi) \\ &+ \varphi_4(\lambda; \xi)\}/\{2\alpha\lambda^2\varphi_4(\lambda; 1) + \dot{\varphi}_3(\lambda; 1)\} \\ &\quad \cdots \cdots (17) \end{aligned}$$

ただし

$$\varphi_1(\lambda; \xi) \triangleq \psi_1(\lambda)\psi_1(\lambda\xi) + \psi_2(\lambda)\psi_2(\lambda\xi) \quad \cdots \cdots (18.1)$$

$$\varphi_3(\lambda; \xi) \triangleq \dot{\psi}_1(\lambda)\psi_1(\lambda\xi) + \dot{\psi}_2(\lambda)\psi_2(\lambda\xi) \quad \cdots \cdots (18.2)$$

$$\bar{\varphi}_4(\lambda; \xi) \triangleq \dot{\psi}_2(\lambda)\psi_1(\lambda\xi) - \dot{\psi}_1(\lambda)\psi_2(\lambda\xi) \quad \cdots \cdots (18.3)$$

$$\dot{\varphi}_1(\lambda; \xi) \triangleq (d/d\xi)\varphi_1(\lambda; \xi) \quad \cdots \cdots (18.4)$$

$$\dot{\varphi}_3(\lambda; \xi) \triangleq (d/d\xi)\varphi_3(\lambda; \xi) \quad \cdots \cdots (18.5)$$

(9.2) はつぎのように変形できるから

$$\begin{aligned} \{u-z_r(\xi)\}/\bar{y} &= (1/2)\{w(1)/\bar{w} \\ &+ w(-1)/\bar{w}\} + (1/2)\{w(1)/\bar{w} - w(-1)/\bar{w}\}\xi \\ &\quad \cdots \cdots (19) \end{aligned}$$

$w_r(\xi)$ は (10.2) より

$$\begin{aligned} w_r(\xi)/\bar{w} &= \{u-z_r(\xi)\}/\bar{y} \\ &= (1/2)\{w(1)/\bar{w} + w(-1)/\bar{w}\} \\ &+ (1/2)\{w(1)/\bar{w} - w(-1)/\bar{w}\}\xi \quad \cdots \cdots (20) \end{aligned}$$

$w_e(\xi)$ は (10.1), (10.3) より

$$\begin{aligned} w_e(\xi)/\bar{w} &= -y(\xi)/\bar{y} = w(\xi)/\bar{w} - w_r(\xi)/\bar{w} \\ &\quad \cdots \cdots (21) \end{aligned}$$

剛体としての変位 $z_r(\xi)$ およびたわみ $y(\xi)$ はそれぞれ (20) および (21) からただちに求まるので省略する。以上で左右非対称加圧力が作用したときの被覆ロールの挙動を記述する諸式が求まった。

つぎにたわみの全くない被覆ロールの荷重分布を求めておこう。〔付録 1〕によればこの場合は $\lambda \rightarrow 0$ と等価である。(A7), (A8) の条件より $w(\xi)$ はつぎのように求まる。

$$\begin{aligned} w(\xi)/\bar{w} &= w_r(\xi)/\bar{w} = 1 + \{3\alpha'/(3+\alpha')\}\theta\xi \\ &\quad \cdots \cdots (22.1) \end{aligned}$$

ただし

$$\alpha' \triangleq (k/u)L^3/K \quad \cdots \cdots (22.2)$$

両端単純支持の場合は、 $\alpha' = \infty (\alpha = \infty)$ として

$$w(\xi)/\bar{w} = w_r(\xi)/\bar{w} = 1 + 3\theta\xi \quad \cdots \cdots (22.3)$$

両端固定支持の場合は、 $\alpha' = 0 (\alpha \neq \infty)$ として

$$w(\xi)/\bar{w} = w_r(\xi)/\bar{w} = 1 \quad \cdots \cdots (22.4)$$

である。

4.2 数値計算とその考察

左右非対称加圧力の影響を調べるために若干の数値計算を試みた。以下にこれらの結果を示し、考察を行なう

ことにする。

加圧力の左右非対称性はパラメーター θ であらわされている。分布荷重 $w(\xi)$ の理論式(17)によれば、 θ は右辺第2項にあらわれている。この式の右辺第1項は ξ に関して偶関数で加圧力が左右対称の場合の分布荷重と一致する¹⁾。これに対して右辺第2項は ξ に関して奇関数で、これが分布荷重の左右非対称性をあらわしている。 $\lambda \rightarrow 0$ とすると(22.1)によれば、(17)の右辺第1項は1に収束し、同式右辺第2項は両端固定支持の場合以外では有限の値に収束し、 ξ および θ に関して1次である。いいかえればたわみの全くない被覆ロールにお

(1) $\lambda=0.2$ の場合

(2) $\lambda=0.6$ の場合

(3) $\lambda=0.8$ の場合

(第2図) 両端単純支持の場合の荷重分布に及ぼす左右非対称加圧力の影響

(第3図) 両端固定支持の場合の荷重分布に及ぼす左右非対称加圧力の影響 ($\lambda=0.6$ の場合)

いても荷重分布は一樣とならず、特に両端固定支持の場合のみ荷重分布は一樣となる。

つぎに荷重の軸方向の分布を調べてみよう。支持条件を単純支持($\alpha=\infty$)とし $\lambda=0.2, 0.6, 0.8$ の場合の分布荷重 $w(\xi)/\bar{w}$ をそれぞれ第2.1図～第2.3図に、支持条件を固定支持($\alpha=0$)とし $\lambda=0.6$ の場合のそれを第3図に示す。これらの図には破線で剛体としての変位によって生ずる分布荷重 $w_r(\xi)/\bar{w}$ を示している。これらの図から直ちにわかることは、加圧力の大きいほうの右側の分布荷重が加圧力の小さいほうの左側のそれに比

べて高いことおよび(17)の理論式からも明らかであるが、被覆ロールの中央の分布荷重の値 $w(0)/\bar{w}$ は θ に無関係で左右対称の場合のそれと一致することである。また非常に小さな θ に対してかなり大きな左右非対称の荷重分布が生じていることがわかる。これらの図を比較すると、両端単純支持の場合 λ の小さい範囲において分布荷重の最大値 $w_{\max}$ と最小値 $w_{\min}$ とはそれぞれロールの端部に生じ、 λ が大きくなるに従って $w_{\max}$ は端部に生ずるが $w_{\min}$ はもう一方の端部から中央寄りに移動することがわかる。これは λ が大きくなるに従ってたわみによって生ずる分布荷重 w_e が大きくなるためである。これに対し両端固定支持の場合は両端の拘束が大きいためロールが自由に変位できず、荷重分布は λ を変えても第3図と同じ傾向を示し、常に $w_{\max}$ は端部に生じ

$w_{\min}$ はもう一方の端部から中央寄りのところに生じる。

以上の図から加圧力の左右非対称性が荷重分布に非常に大きな影響を与えることがわかった。そこで荷重分布を評価する量として $w_{\min}/w_{\max}^{(1)}$ を考え、これを荷重均斉率と呼ぶことにする。両端単純支持の場合と両端固定支持の場合との荷重均斉率に及ぼす θ および λ の影響をそれぞれ第4.1図、第4.2図、第5.1図、第5.2図に示す。第4.1図からわかるように、両端単純支持 ($\alpha=\infty$) の場合の荷重均斉率に受ばす θ の影響は λ の小さい被覆ロール程大きく、 θ の値が数%であっても荷重均斉率は左右対称 ($\theta=0$) の場合のそれと比べて激減する。 λ が0.8以上になると θ の影響は小さい。すなわち λ の小さい被覆ロールを持つ優秀なマングルほど加圧機構の左右のバランスをとることが非常に重要であることがわかる。第

(1) 左右非対称加圧力の影響

(1) 左右非対称加圧力の影響

(2) λ の影響

(第4図) 両端単純支持の場合の荷重均斉率

(2) λ の影響

(第5図) 両端固定支持の場合の荷重均斉率

4.2図によれば $\alpha = \infty$ の場合加圧力に左右非対称性があればある限度以上に λ を小さくしても荷重均斉率は大きくならないことがわかる。この λ の限界は θ によって変化するが大略0.4である。以上要するに荷重均斉率の大きいマングルを製作するには、被覆ロール本体の λ を小さくすると同時に、加圧機構の左右非対称をできるだけ小さくすることが非常に重要なことであることがわかる。また θ の増加に対する荷重均斉率の減少の割合は λ

(1) $\lambda = 0.2$ の場合 (2) $\lambda = 0.6$ の場合

(第6図) 両端弾性支持の場合の荷重均斉率に及ぼす左右非対称加圧力の影響

の小さなロールほど大きいことに注意する必要がある。

第4.2図において λ が大きくなるにつれてある値で $w_{\min}/w_{\max}$ が局所的に増加してすぐに減少するところがあるが、これは先に説明したように $w_{\min}$ が端から中央寄りに移動したためである。

つぎに両端固定支持の場合の荷重均斉率の挙動を調べてみよう。第5.1図、第5.2図からわかるように λ の広い範囲にわたって荷重均斉率に与える θ の影響は小さく、特に $\lambda \rightarrow 0$ の極限においては荷重均斉率は1となり θ の影響は全く受けない。すなわち両端の支持を固定に近づけること、いいかえればフレームおよび軸受部の支持剛性をできるだけ大きくすることが重要であることがわかる。

最後に加圧力に左右非対称性がある場合の荷重均斉率に及ぼす支持の影響を調べることにする。 $\lambda = 0.2$ および $\lambda = 0.6$ の場合について α をパラメーターにとり荷重均斉率を θ に対して示したものがそれぞれ第6.1図、第6.2図である。これらの図によれば両端弾性支持 ($0 < \alpha < \infty$) の場合の荷重均斉率の値は、両端固定支持のそれと両端単純支持のそれとの間にある。また α の大きいロールほど荷重均斉率は小さくかつ θ の増加に対して荷重均斉率の減少の割合は大きい。したがって荷重均斉率が大きくかつ θ の影響の小さな被覆ロールを製作するにはフレームおよび軸受部の支持剛性を大きくすることは有効である。

5. 左右非対称支持剛性の影響

5.1 理論解析

ここでは左右非対称要因としてフレームおよび軸受部の支持剛性を考え、これが被覆ロールの分布荷重およびたわみに及ぼす影響を調べることにする。フレームおよび軸受部の支持剛性 K_L および K_L' を左右非対称とし前章同様これ以外の弾性力学的性質をすべて左右対称とすれば、基礎方程式は(12.1)をそのまま用いることができる。したがってその解は(13)で与えられる。この場合の境界条件は(7.1)~(7.4)および(8.1), (8.2)から

$$\alpha - (d/d\xi)^2 z(-1) - (d/d\xi) z(-1) = 0 \quad \cdots (23.1)$$

$$(d/d\xi)^3 z(-1) = -4\bar{\gamma}\lambda^4 \quad \cdots (23.2)$$

$$\alpha + (d/d\xi)^2 z(1) + (d/d\xi) z(1) = 0 \quad \cdots (23.3)$$

$$(d/d\xi)^3 z(1) = 4\bar{\gamma}\lambda^4 \quad \cdots (23.4)$$

ただし

$$P \triangleq P_L = P_L' \quad \cdots (24.1)$$

$$\alpha_+ = EI/K_L L \quad \cdots (24.2)$$

$$\alpha_- = EI/K_L' L \quad \cdots (24.3)$$

(13) の z を境界条件(23.1)~(23.4)に代入して、積分定数 $A \sim D$ を求める連立1次方程式を作るとつぎのよ

うになる.

$$\begin{pmatrix} -2\lambda^2\{\alpha-\dot{\varphi}_2(\lambda)+\dot{\varphi}_2(\lambda)\}, & 2\lambda^2\{\alpha-\dot{\varphi}_1(\lambda)+\dot{\varphi}_1(\lambda)\}, \\ -2\lambda^2\{\alpha+\dot{\varphi}_2(\lambda)+\dot{\varphi}_2(\lambda)\}, & 2\lambda^2\{\alpha+\dot{\varphi}_1(\lambda)+\dot{\varphi}_1(\lambda)\}, \\ 0, & 0, \\ \varphi_1(\lambda), & \varphi_2(\lambda), \\ \{2\alpha-\lambda^2\dot{\varphi}_2(\lambda)-\dot{\varphi}_1(\lambda)\}, & -\{2\alpha-\lambda^2\dot{\varphi}_1(\lambda)+\dot{\varphi}_2(\lambda)\}, \\ -\{2\alpha+\lambda^2\dot{\varphi}_2(\lambda)-\dot{\varphi}_1(\lambda)\}, & \{2\alpha+\lambda^2\dot{\varphi}_1(\lambda)+\dot{\varphi}_2(\lambda)\}, \\ -\dot{\varphi}_2(\lambda), & \dot{\varphi}_1(\lambda) \\ 0, & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \cdots(25)$$

(25) は A~D について比較的簡単に解くことができるが, これらは複雑で解析的に議論するには不適当である. ゆえに数値計算によって被覆ロールの挙動を調べることとし, 解析的には計算をこれ以上進めないことにする. (25) から A~D が求まったとすると, (13) より z が求まる. すなわち

$$(u-z)/\bar{y} = \Phi(A, B, C, D; \lambda; \xi) \quad \cdots(26)$$

分布荷重 $w(\xi)/\bar{w}$ は前同様

$$\begin{aligned} w(\xi)/\bar{w} &= (u-z)/\bar{y} \\ &= \Phi(A, B, C, D; \lambda; \xi) \quad \cdots(27) \end{aligned}$$

$w_r(\xi)/\bar{w}$ は (19) を用いて

$$\begin{aligned} w_r(\xi)/\bar{w} &= \{u-z_r(\xi)\}/\bar{y} \\ &= (1/2)\{\Phi(A, B, C, D; \lambda; 1) \\ &\quad + \Phi(A, B, C, D; \lambda; -1)\} \\ &\quad + (1/2)\{\Phi(A, B, C, D; \lambda; 1) \\ &\quad - \Phi(A, B, C, D; \lambda; -1)\}\xi \\ &\quad \cdots(28) \end{aligned}$$

$w_r(\xi)/\bar{w}$ は (10.1), (10.3) より

$$\begin{aligned} w_r(\xi)/\bar{w} &= -y(\xi)/\bar{y} \\ &= w(\xi)/\bar{w} - w_r(\xi)/\bar{w} \quad \cdots(29) \end{aligned}$$

前同様たわみの諸式を省略する. 以上でこの場合の被覆ロールの挙動を記述する諸式が求まった.

たわみの全くない被覆ロール ($\lambda \rightarrow 0$) の分布荷重は前章同様 (A7), (A8) の条件より

$$w(\xi)/\bar{w} = w_r(\xi)/\bar{w} = 1 \quad \cdots(30)$$

したがって支持剛性には関係しないことがわかる.

5.2 数値計算とその考察

フレームおよび軸受部の剛性は (8.1), (8.2) で定義した支持剛性 K_L , K_L' で表現されている. 5.1 節の解析によれば, この K_L および K_L' は被覆ロール金属芯の剛性 EI とかならず対になってあらわれ, これらの比の逆数を $\alpha_{\pm}$ としている. したがって以下ではフレームおよび軸受部の支持剛性を K_L および K_L' で論ずる代わりに, 被覆ロールの端部の支持条件をあらわす支持定

数 $\alpha_{\pm}$ を用いて論ずることとする. (α と λ との干渉については「付録 2」を参照されたい)

まず左右の支持剛性が極端に違う場合の荷重分布を調べてみよう. 右端を単純支持 ($\alpha_+ = \infty$), 左端を固定支持 ($\alpha_- = 0$) とした場合の荷重分布を λ をパラメータとして第 7 図に示す. この図によれば単純支持の側の分布荷重のほうが固定支持の側のそれよりも大きい. これは被覆ロールが, 左端で固定された片持はりに似た挙動を示すからである. (30) から明らかなように, λ を小

(第 7 図) 一端単純支持, 他端固定支持の場合の荷重分布

(第 8 図) 一端単純支持, 他端弾性支持の場合の荷重分布 ($\lambda=0.6$ の場合)

さくすればこのように支持条件が極端に違っても荷重分布は一樣になる。いいかえれば λ の小さい被覆ロールほど支持剛性の左右非対称性の影響は小さい。

つぎに右端を前同様単純支持のままにしておき左端の支持定数 α_- を0, 0.5, 1, 2, 5, ∞ と変化させたときの荷重分布を $\lambda=0.6$ の場合について第8図に示す。 $\alpha_- = \infty$ の場合支持は左右対称である。 λ の他の値に対しても λ があまり大きくなければ左端弾性支持の荷重分布は $\alpha_- = 0$ と $\alpha_- = \infty$ のそれらの間に入り同じ傾向を持つ。本図は一端が単純支持の場合他端の支持を固定支持よりむしろ弾性支持にした場合のほうが分布荷重の軸方向の変化は小さくなり、完全に単純支持として左右対称とした場合が一番分布荷重の軸方向の変化は小さくな

(1) 他端の支持の影響

(2) λ の影響

(第9図) 一端単純支持の場合の荷重均斉率

ることを示している。要するにあまり大きくない λ に対して一端の支持剛性が極端に小さければ他端の支持剛性をあげることは荷重分布にかえって悪い影響を与え、反対に支持剛性を小さくして荷重分布を左右対称とするのが最良である。

以上のことを定量的に明らかにするため先に定義した荷重均斉率を一端単純支持の場合について λ をパラメータにとり他端の支持条件を変数にとって示したものが第9.1図である。第9.2図は同じものを支持条件をパラメータにとり λ を変数にとって示したものである。第9.1図、第9.2図は前述の主張の成立範囲を与えている。すなわち一端が単純支持の場合、最良の荷重均斉率を与える他端の支持が単純支持であるのは、 λ が0~1.1の間の値をとるときである。 λ が1.1の付近では他端がどんな支持でも荷重均斉率はほとんど変化せず、 λ が1.1以上になると逆に他端固定支持のほうが荷重均斉率は大きくなる。実用上荷重均斉率のあまり小さな被覆ロールは使用できないことを考えると前述の主張は一般性を持つ。 λ が一定の一端単純支持の被覆ロールの荷重均斉率に及ぼす他端の支持条件の影響は第9.1図から定量的に求まる。 λ の小さい被覆ロールのほうが他端の支持の影響を受けず、荷重均斉率の減少が小さいことが良くわかる。

以上は一端を単純支持とし他端の支持条件を変えた場合である。つぎに一端を固定支持とし他端の支持条件を変えた場合を考えてみよう。 $\lambda=0.6$ の場合について右端を固定支持とし左端の支持定数 α_- を0, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, ∞ と変化させた場合の荷重分布を第10図に示

(第10図) 一端固定支持、他端弾性支持の場合の荷重分布 ($\lambda=0.6$ の場合)

す。この図は一端が固定支持であれば被覆ロールの分布荷重の軸方向の変化は、他端が固定支持の場合一番小さく、弾性支持、単純支持に移行するにつれて大きくなることを示している。いいかえれば一端の支持剛性が非常に大きければ、他端のそれも大きいほうが分布荷重の軸方向の変化は小さいことを示している。第11.1図、第11.2図に一端固定支持の場合の荷重均斉率を、 λ をパラメーターとし他端の支持条件を変数としおよび他端の支持条件をパラメーターとし λ を変数としてそれぞれ示す。これらの図によれば前述のことが λ の大きな範囲まで成立していることがわかる。また λ の小さな被覆ロールのほうが他端の支持の影響を受けない。第11.2図から明らかなように一端固定支持の場合でも他端の支持が単純支持に近づけば両端単純支持の場合よりも荷重均斉率

は小さくなることがわかる。ある λ に対して一端固定支持の場合の荷重均斉率が両端単純支持の場合のそれと等しくなる他端の支持定数は第11.2図に破線で示した曲線と交わる α_- 一定の曲線から求まる。

つぎに一端弾性支持の場合の荷重分布に与える他端の支持の影響を調べるために $\lambda=0.6$ の場合について一端の支持定数を1.0と定め他端の支持定数をパラメーターにとって示したものが第12図である。この曲から明ら

(1) 他端の支持の影響

(2) λ の影響

(第11図) 一端固定支持の場合の荷重均斉率

(第12図) 非対称弾性支持の場合の荷重分布
($\alpha_+=1.0$, $\lambda=0.6$ の場合)

かなように他端の支持が固定支持でも単純支持でも分布荷重の軸方向の変化は大きくなり、 $\alpha_-=1.0$ のとき分布荷重の軸方向の変化は最小となることがわかる。他の弾性支持およびあまり大きくない λ に対してもこの傾向は同じである。

つぎに左右の支持剛性がわずかに変化した場合の影響を調べてみよう。左右の支持定数をつぎのように定義する。

$$\alpha_+ \triangleq \alpha(1+\theta) \quad \dots\dots (31.1)$$

$$\alpha_- \triangleq \alpha(1-\theta) \quad \dots\dots (31.2)$$

ただし

$$|\theta| \leq 1 \quad \dots\dots (31.3)$$

ここに α は左右の支持定数の平均値である。 $\alpha=0.2$ と定め λ をパラメーターとして θ を変数にとり、逆に θ をパラメーターとして λ を変数にとって荷重均斉率を示したものがそれぞれ第13.1図、第13.2図である。 $\alpha=1.0$ とした場合の同様の図を第14.1図、第14.2図に示す。これらの図からわかるように λ および α の値が大きくなるにしたがって、左右の支持剛性に差異がある場合の荷重均斉率は減少する。また θ の増加にしたがって荷重均斉率は

(1) 左右の支持の差異の影響

(1) 左右の支持の差異の影響

(2) λ の影響

(第13図) 左右の支持に差異のある場合の荷重均斉率 ($\alpha=0.2$ の場合)

(2) λ の影響

(第14図) 左右の支持に差異のある場合の荷重均斉率 ($\alpha=1.0$ の場合)

減少するが、左右非対称加圧力の場合と比較して影響は小さい。いいかえれば左右の支持剛性のバランスはあまり高い精度を必要としない。第13.2図と第14.2図とを比較すれば α の値が大きくなると左右の支持剛性に差異がある場合の荷重均斉率は両端単純支持の場合のそれよりも小さくなることがわかる。このことを明らかにするため $\lambda=0.2$ および 0.6 について支持定数をパラメーターにとり θ を変数にとった場合の荷重均斉率をそれぞれ第15.1図、第15.2図に示す。これらの図より左右の支持剛性に差異がある場合の荷重均斉率が両端単純支持の場合のそれと一致する α と θ とが定量的に求まる。

6. 結 論

以上の理論解析および数値計算結果からつぎの結論が得られた。

(1) 左右非対称加圧力は直接被覆ロールの荷重分布の平衡をくずし、これに大きな影響を及ぼす。両端単純支持の場合では加圧力に左右非対称性があればたわみの全くない被覆ロールでも荷重分布は様にならない。したがって精度の高い加圧機構を作り加圧力の左右非対称

(1) $\lambda=0.2$ の場合 (2) $\lambda=0.6$ の場合

(第15図) 左右の支持に差異のある場合の荷重均斉率に及ぼす α の影響

を極小小さくすることが、被覆ロールの λ を小さくする以上に重要なことである。

(2) 加圧力の左右非対称性の影響を小さくするためには被覆ロールの λ を小さくするだけでは効果はない。同時にフレームおよび軸受部の支持剛性を大きくしなければならない。

(3) 一端の支持剛性が極端に小さい場合他端の支持剛性を大きくすることはかえって分布荷重に悪い影響を及ぼし荷重均斉率を低下させる。逆に一端の支持剛性が大きい場合は他端の支持剛性をそれと同じになるまで大きくすれば荷重均斉率を増大させることができる。要するに荷重均斉率を大きくするためには左右の支持剛性を同

時に大きくしなければならない。

(4) 左右非対称支持剛性の影響を小さくするためには被覆ロールの λ を小さくすればよい。

(5) 左右の支持剛性の差異は荷重分布にあまり大きな影響を及ぼさない。しかし支持剛性の差異がある限度以上大きくなれば荷重均斉率は両端単純支持の場合のそれよりも小さくなる。

本報告は昭和43年度および昭和44年度科学研究費補助金（一般研究D）の交付を受けた研究の成果の一部を発表したものである。なお数値計算は東京大学大型計算機センターに依頼した。

〔付録1〕 $\lambda \rightarrow 0$ としたときの左右非対称被覆ロールの荷重分布について

被覆ロールがたわまない場合には

$$(d/dx)^n z(x) = 0, \quad n \geq 2, \quad |x| \leq L \quad \cdots \cdots (A1)$$

が成立しなければならない。この場合(1.1), (1.2)から

$$\lambda^4 = \{k(x)/u(x)\} / \{4E(x)I(x)/L^4\} \rightarrow 0,$$

$$|x| \leq L \quad \cdots \cdots (A2)$$

が成立する必要がある。(A2)は、 $|x| \leq L$ においてつぎの2つの条件のうちいずれか1つ満たされれば成立する。

$$k(x)/u(x) \neq \infty, \quad E(x)I(x)/L^4 \rightarrow \infty \cdots \cdots (A3.1)$$

$$k(x)/u(x) \rightarrow 0, \quad E(x)I(x)/L^4 \neq 0 \quad \cdots \cdots (A3.2)$$

(A3.1)ならば直ちに(A1)が成立することがわかる。つぎに(1.2)と(A3.2)とから $u(x)$ が有限であれば $|z| \leq u(x)$ であるから $w \rightarrow 0$ 、 $u(x)$ が無限であれば w は有限である。前者は加圧力 P_L, P_L' が共に零の場合、後者は被覆層が無限の厚さを持つ場合である。したがって(A3.2)は物理的にあまり意味のない場合である。ゆえに $\lambda \rightarrow 0$ とたわみのない被覆ロールとは等価である。すなわち

$$\lambda \rightarrow 0 \leftrightarrow y=0, \quad |x| \leq L \quad \cdots \cdots (A4)$$

$\lambda \rightarrow 0$ の場合(10.3)より

$$w_e=0, \quad |x| \leq L \quad \cdots \cdots (A5)$$

(A5)と(10.1)とより

$$w(x) = w_r(x), \quad |x| \leq L \quad \cdots \cdots (A6.1)$$

あるいは(A4)(9.1)とより

$$z(x) = z_r(x), \quad |x| \leq L \quad \cdots \cdots (A6.2)$$

が得られる。

つぎに $w_r(x)$ を求めておこう。 $w_r(x)$ の決定にはもはや曲げの弾性力学的諸量をあらわす諸式、すなわちはりの曲げの式(1.1)およびその境界条件(7.1)~(7.4)を使用することはできない。これに代わる関係式として剛体の平衡をあらわす力およびモーメントの釣合式を考えればよい。すなわちつぎの2式から $w(x) = w_r(x)$ を決定すればよい。

$$\int_{-L}^L w(x) dx = P_L + P_{L'} \dots\dots (A7)$$

$$\int_{-L}^L w(x) x dx = (P_L - P_{L'})L + M_L - M_{L'} \dots\dots (A8)$$

ただしこれらの2式は $\lambda \rightarrow 0$ 以外の一一般の場合の分布荷重に対しても成立しなければならない。

〔付録2〕 α と λ との干渉

支持定数 α は定義より

$$\alpha = (EI/L)/K \dots\dots (B1)$$

である。支持剛性 K と α との間には 第B1表のような関

(第B1表) 被覆ロールの支持と α との関係

被覆ロールの 支 持	支持剛性 K	支 持 定 数 α	
		$EI \neq \infty$	$EI = \infty$
単 純 弾 性 固 定	0	∞	∞
	finite	finite	∞
	∞	0	0 および finite

係がある。したがって λ を変化させて被覆ロールの挙動を調べるときには注意を要する。 λ を変化させる場合、 (k/u) を変化させる場合と (EI/L') を変化させる場合とがある。 α を一定としたとき前者では K は一定である。これに反して後者では K は一定ではない。特に α を一定として (A3.1) の意味において $\lambda \rightarrow 0$ とした場合 $K \rightarrow \infty$ となることに注意する必要がある。

参考文献

1) 中島, 辻尾; 織機誌, 19, T252 (1966)
2) 中島, 辻尾; 織機誌, 19, T274 (1966)
3) 中島, 辻尾, 加納; 織機誌, 21, T125 (1968)
4) 中島, 辻尾; 織機誌, 21, T217 (1968)
5) 日本繊維機械学会染色加工機械研究委員会マングル部
会編; マングルの作用と構造, p.18, 日本繊維機械学
会 (1968.8)

「研究速報」設定について

非常に急速な「繊維工学」の進歩にかんがみ、長期にわたる研究も、その論文としての完成の前に研究の内容を会員にお知らせするの必要を感じています。そこで新たに「研究速報」を「寄書」より独立させました。研究速報としてご投稿いただいた原稿は、報文としてまとめて再投稿いただけます。