細線集合体の熱移動および流通特性

(第2報) 平行細線集合体の流通特性

大阪大学 工学部 堀 川 明 (会員)

“ 松 田 安 弘*

Heat and Flow Properties of Thread-Complexity.

Part 2 : Flow Property of Parallel-Thread-Complexity.

Akira Horikawa and Yasuhiro Matsuda,

Department of Engineering, Osaka University, Suita, Osaka Pref.

Abstract

Concerning the flow-property of porous-materials, there have been researches of Darcy (1856) in laminar-flow, and of M. Muskat (1949) in turbulent-flow, but those of J.C.Ward (1964) in laminar-turbulent flow seem to be well agreed with experiments. But, the definition of the constant of the porous materials, C , has not been well-explained.

Thus, a general expression of laminar-turbulent flow for the parallel-thread complexity is investigated and the property of “ C ” is studied in this report.

THEORY : The turbulent flow in the porous materials is expressed as follows :

$$\frac{\Delta P}{\Delta L} = a \cdot v + b \cdot v^2 \dots\dots\dots (1)$$

where v : velocity.

Here, J.C. Ward (1964) got the expression (2)

by means of the Dimensional Analysis.

$$\frac{\Delta P}{\Delta L} = C_1 \cdot \frac{\mu \cdot v}{k} + C_2 \cdot \frac{\rho}{\sqrt{k}} \cdot v^2 \dots\dots\dots (2)$$

where μ : viscosity

ρ : density

k : permeability

On the other hand, Darcy's law (3) can be applied to the laminar flow in the porous materials :

$$\frac{\Delta P}{\Delta L} = \frac{\mu \cdot v}{k} \dots\dots\dots (3)$$

From the expressions (2) and (3), we get the expression (4) when $C_1=1$ and $C_2=C$.

$$\frac{\Delta P}{\Delta L} = \frac{\mu}{k} \cdot v + C \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{\sqrt{k}} = \alpha \cdot \mu \cdot v + \beta \cdot \rho \cdot v^2 \dots\dots\dots (4)$$

where $\alpha=1/k$, $\beta=c/\sqrt{k}$.

Although the combination of viscous effect and inertia effect has not been justified from the stand point of pure theory, this has been supported experimentally by G. S. Beavers (1969).

Following J. C. Ward, if we define the Reynolds number of porous materials as $R=\sqrt{k} \cdot \rho \cdot v/\mu$, and the coefficient of nondimensional Fanning friction of porous materials as $F=\Delta P \cdot \sqrt{k}/(\Delta L \cdot \rho \cdot v^2)$, the expression (4) will be reduced to

$$F = \frac{1}{R} + C \dots\dots\dots (5)$$

where $C(=\beta \cdot \sqrt{k})$ is the “Constant of porous materials”. This is expressed as $F=1/R$ in Darcy's law.

CONSIDERATION ON EXPERIMENTAL DATA :

The linearity of $\Delta P/(\Delta L \cdot \mu \cdot v) - \rho \cdot v/\mu$ is verified from its chart, and the values “ k ” and “ C ” are calculated through the expression (4) since the y value at $x=0$ is $\alpha=1/k$, and the slope is $\beta=c/\sqrt{k}$.

* 現在, 日本アイ・ビー・エム(株)勤務

EXPERIMENTS: The brass-thread with diameters, 1.2, 2, 3, 4, 5(mm), length, 150(mm), $2\phi-100$ (mm), $3\phi-200$ (mm) is used as the experimental thread, the experiment is done in the range of $25 < Re < 16\ 500$ and $0.7 < R < 110$.

RESULTS: (1) The experimental expression for the parallel-thread-complexity is

$$\Delta P/\Delta L = C_e \cdot R_e + 7 \cdot C_e \cdot R_e^2 \quad (\text{kg/m}^3)$$

where $C_e = 48.5 \cdot \mu^2 \cdot m / (\epsilon^{1.66} \cdot \rho \cdot d^3) \quad (\text{kg/m}^3)$

$$\eta = 0.00862 \cdot m \cdot \epsilon^{0.83},$$

$$d \geq 10^{-3} \text{ (m)}$$

$$\epsilon < 0.25$$

$$\epsilon^{1.66} \cdot d^2 \geq 10^{-7} (\text{m}^2)$$

$$m = d/d_0 \leq 0.167$$

(ϵ : Air permeability, d_0 : diameter of the test tube)

(2) Generally speaking, "C" is constant depending on the structure of the porous material.

(Received July 31, 1972)

摘 要

目 的 一般に、多孔体の流通特性については、層流では、ダルシ(Darcy)の法則(1856年)、乱流については、M・Muskat¹⁾(1949)以来の研究があり、そのなかでも、層・乱流についての、J.C.Ward⁴⁾(1964)の式が、よく合うようである。しかし、ここで現われる「多孔体の定数」Cについては、まだ、十分な説明が与えられていない。そこで、本研究では平行細線集合体を一種の多孔体とみなして、層・乱流の一般式を求め、同時に、これまでの文献との比較により、Cについての検討を行なった。

成 果 (1) 平行細線集合体に対する実験式は、 $d \geq 10^{-3}$ (m), $\epsilon < 0.25$, $\epsilon^{1.66} \cdot d^2 \geq 10^{-7}$ (m²), $m = d/d_0 \leq 0.167$ で、 $\Delta P/\Delta L = C_e \cdot R_e + 7 \cdot C_e \cdot R_e^2$ である。ただし、 $C_e = 48.5 \cdot \mu^2 \cdot m / (\epsilon^{1.66} \cdot \rho \cdot d^3)$ (kg/m³), $\eta = 0.00862 \cdot m \cdot \epsilon^{0.83}$ である。

(2) 一般に多孔体の定数 C⁴⁾ は、多孔体の構造により一定の値をとる。 (昭和47年7月31日受理)

1. まえがき

多孔体の流通特性に関する研究は、1856年のダルシ(Darcy)の法則以来、数多くなされている。そのなかでも、ワード(J.C.Ward, 1964)による、層・乱流についての圧力降下と流速に関する学驗式がうまく適用できるようである。そこで、本実験では、平行細線集合体について、ワードの式により整理を行なった。なお、試料の細線としては、真ちゅう線 直径=1.2, 2, 3, 4, 5mm, 長さ155mm, また、 $2\phi-100$ mm, $3\phi-200$ mmを用い、

$$25 < (R_e: \text{レイノルズ数}) < 16\ 500,$$

$0.7 < (R: \text{多孔体のレイノルズ数}) < 110$ の範囲で実験を行なった。

表 1 記 号

a	: 流体と多孔体に関する定数	(kg/sec/m ⁴)
b	: 流体と多孔体に関する定数	(kg/sec/m ⁵)
c	: 多孔体についての定数 ($= \beta \cdot \sqrt{k}$)	(—)
C_1, C_2, C_w	: 無次元定数	(—)
C_e	: $= 48.5 \cdot \mu^2 \cdot m / (\epsilon^{1.66} \cdot \rho \cdot d^3)$	(kg/m ³)
d	: 細線の直径	(m)
d_0	: 細線充てん管内径 ($= 30 \times 10^{-3}$)	(m)
f	: $= (\Delta P/\Delta L) \cdot \sqrt{k} / (\rho \cdot v^2)$	(—)
	多孔体の無次元 Fanniny 摩擦係数	
k	: 滲透率	(m ²)
l	: 細線の長さ	(m)
m	: d/d_0	(—)

n	: 細線の本数	(—)
$\Delta P/\Delta L$	: 多孔体の流れ方向単位長さあたり 圧力降下	(kg/m ³)
R	: $= \sqrt{k} \cdot \rho \cdot v / \mu$, 多孔体のレイノルズ数	(—)
R_e	: $= v \cdot d_0 / \nu$, レイノルズ数	(—)
v	: 流体の平均速度	(m/sec)
α	: $= 1/k$	(m ⁻²)
β	: $= C/\sqrt{k}$	(m ⁻¹)
ϵ	: $= 1 - n \cdot (d/d_0)^2$ 空げき率	(—)
η	: $= 0.00862 \cdot m \cdot \epsilon^{0.83}$	(—)
μ	: 流体の粘性係数	(kg·sec/m ²)
ν	: 流体の動粘性係数	(m ² /sec)
ρ	: 流体の密度	(kg·sec ² /m ⁴)
ϕ	: 未知関数	

2. 従来の多孔体の圧力損失に関する研究について

2.1 層流についての実験式 (Darcy)

多孔体を流れる流体 (十分、遅い流れに対して) について、つぎの、ダルシ (Darcy) の法則 (1856) がある

$$\frac{\Delta P}{\Delta L} = \frac{\mu}{k} \cdot v \dots \dots \dots (1)$$

一般に、これが成立するのは、1) 流体が連続体として取り扱える場合、2) 非圧縮性、化学的に不活性な粘性流体の定常流、3) 多孔性物体は、均一、等方的で、幾何学的に安定、4) 等温系、5) 低流量域、である。

2.2 層流・乱流についての実験式

M. Muskat¹⁾ (1949) によれば, 多孔体中の乱流は,

$$\frac{\Delta P}{\Delta L} = a \cdot v + b \cdot v^2 \dots\dots\dots (2)$$

で表わされる. ここで, J. C. Ward⁴⁾ (1964) は,

$$\frac{\Delta P}{\Delta L} = \phi(v, k, \rho, \mu) \dots\dots\dots (3)$$

といて, 次元解析を行なった.

次元関係を示すと,

$$\left[\frac{\Delta P}{\Delta L} \right] = [v^w \cdot k^x \cdot \rho^y \cdot \mu^z] \dots\dots\dots (4)$$

M, L, T で表わすと,

$$[M \cdot L^{-2} \cdot T^{-2}] = [M^y \cdot L^{w+2x-3y-z} \cdot T^{-w-z}] \dots\dots (5)$$

x, y を z で表わして解くと,

$$\frac{\Delta P}{\Delta L} = \phi(v^w \cdot k^{\frac{w-3}{2}} \cdot \rho^{w-1} \cdot \mu^{2-w}) \dots\dots\dots (6)$$

(2), (6) より,

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P}{\Delta L} &= \sum_{w=1}^2 C_w \cdot v^w \cdot k^{\frac{w-3}{2}} \cdot \rho^{w-1} \cdot \mu^{2-w} \\ &= C_1 \cdot \frac{\mu \cdot v}{k} + C_2 \cdot \frac{\rho}{\sqrt{k}} v^2 \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

ダルシ (Darcy) の法則は, 多孔質媒体を通る層流について成り立ち,

$$\frac{\Delta P}{\Delta L} = \frac{\mu \cdot v}{k} \dots\dots\dots (8)$$

において, 流速 v が小さい範囲では, (7) 式は (8) 式となる. つまり, $C_1=1$ となる. 簡単のために, $C_2=C$ とおくと,

$$\frac{\Delta P}{\Delta L} = \frac{\mu \cdot v}{k} + C \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{\sqrt{k}} = \alpha \cdot \mu \cdot v + \beta \cdot \rho \cdot v^2 \quad (9)$$

を得る.

ここで, (9) 式のような, 粘性効果と, 慣性効果との重ね合わせは, 純粋な理論的基盤の上では正当化されず β が速度 v によらないという仮定も正当化されない. ここで, ビーバ⁶⁾ (G. S. Beavers, 1969) により, (9) 式の重ね合わせが, 実験的に支持され, また, β が, 速度 v によらないということも支持された. そして, J. C. Ward⁴⁾ により,

$$R = \frac{\sqrt{k} \cdot \rho \cdot v}{\mu} : \text{多孔体のレイノルズ数}$$

$$f = \frac{\Delta P}{\Delta L} \cdot \frac{\sqrt{k}}{\rho \cdot v} : \text{多孔体の無次元 Fanning}$$

摩擦係数を定義すると, (9) 式は,

$$f = \frac{1}{R} + C \dots\dots\dots (10)$$

となる. ここに, $C = \beta \cdot \sqrt{k}$ である. しかるに, ダルシの法則は,

$$f = \frac{1}{R} \dots\dots\dots (11)$$

である. (10) 式による実験式の整理については 4.1 にまとめた.

3 平行細線集合体の圧力損失の測定

3.1 本実験での圧力損失の意味

細線集合体による圧力損失としては, 入口圧力損失, 内部圧力損失, 出口圧力損失の三つが考えられるが, 管路での摩擦損失をも含めると, その様子は, 図1のようになる. ここで, 本実験での圧力損失としては, 入口圧力損失, 内部圧力損失, 出口圧力損失の三つを含めたものとして考えた. いっぽう, 実験では, 試料の入口, 出口側 10 mm の位置での差圧 ($P_1 - P_2$) を測ったが, これは, 5% 以内の誤差で, 図1での ($P_0 - P_3$) に等しい

図1 圧力損失の意味

ことを確かめた. また, 試料の長さを 100mm, 150mm, 200mm と変えて, 単位長さあたりの圧力降下 $\Delta P / \Delta L$ と, 流速 v との関係を図2に示す.

図2 圧力損失と流速との関係

この図において, 長さが異なった場合の実験値が同一曲線上にのることから, 圧力降下は, 長さに比例することがわかる. すなわち, $\Delta P / \Delta L$ は, 試料の長さによら

ないということが確かめられた。

3.2 装置および方法

装置としては、水柱マノメータ、浮遊式流量計（1 atm., 80°C, 10~100 ℓ/min用と、1 atm., 20°C, 100~1 000 ℓ/min用）、送風機（静風圧、650mm 水柱、送風量 4m³/min）を用いた。また、試料の細線は、アクリル管（38φ-30φ）に、平行に整理して詰め、流量と圧力損失を測定した。実験は、真ちゅう緑の、直径0.6φ, 1.2φ, 2φ, 3φ, 4φ, 5φ, 長さ150mm, および2φ-100mm, 3φ-200mm について行なった。実験試料の一例を図3で示す。

細線直径=0.6mm

細線直径=2mm

図3 平行細線集合体の試料

3.3 圧力損失と流速の整理

実験の整理には、ワード⁴⁾ (J.C.Ward) による(9), (10)式を用いた。ここで、測定値から、 $\Delta P/(\Delta L \cdot \mu \cdot v)$ - $\rho \cdot v/\mu$ 線図を作って、その直線性を確かめ、(9)式より、その切片が、 $\alpha = 1/k$, 傾きが、 $\beta = C/\sqrt{k}$ となることから、滲透率 k , 多孔体についての定数 C を求めた。圧力損失と流速の整理線図の一例を、図4(a)~(c)に示す。ただし、図中、二種の記号は、同一試料を入れ替えて行なった際の実験値で、これより、実験の再現性が確かめられた。

図4(a) 圧力損失と流速の整理

図4(b) 圧力損失と流速の整理

図4(c) 圧力損失と流速の整理

4. 実験結果

4.1 Ergun の式⁷⁾ による整理

まず、一般の充てん層についての実験式として有名な Ergun の式

$$\frac{\Delta P}{\Delta L} \cdot \frac{d}{\rho \cdot v} \cdot \frac{\epsilon^3}{1 - \epsilon} = 150 \cdot \frac{\mu \cdot (1 - \epsilon)}{d \cdot \rho \cdot v} + 1.75$$

により整理した結果を図5に示す(このとき d として、
細線直径をとった)。

図5 Ergunの式による整理

実験結果は、明らかに上式に比べて低い圧力降下を示しているが、これは、Ergunの式が均質の充てん層に対する実験式であるのに対して、実験結果は、流れの方向に平行におかれた細線集合体(流れ方向に直線状の間隙がある。)についてのものであることを考えるならば容易に推察できよう。

4.2 多孔体の定数 C についての考察

A. いままでの C についての考え方

C についての考察を歴史的に並べてみると、つぎのようになる。

(a) J. C. Ward⁴⁾ (1964, 使用流体; 水)

粒状多孔体について $C=0.550$, ただし, $0.122 < R < 18.1$, $k=5.77 \times 10^{-11} \sim 1.8 \times 10^{-7} \text{ (m}^2\text{)}$, C ; すべて

の多孔体について同じ値をもつ。

(b) L. E. Brownell²⁾ (1950のデータで整理)

ガラス球について, $C=0.40$, C ; Wardの論を支持

(c) Erik. G. Lindquist⁵⁾ (1965; 水)

鉛の砲丸層について, $C=0.556$, ただし, $0.11 < R < 5.1$, C ; Wardの論を支持

(d) G. S. Beavers⁶⁾ (1969; 水)

金属繊維の格子形状をなす多孔体で,

i) その端を媒体中にもたないような金属繊維でできた多孔体について, $C=0.074$,

ii) その端を媒体中にもつような多孔体について, $C=0.132$, これは, 繊維端による, より高い圧力降下のためと思われる。ただし, $0.6 < R < 100$, $k=3.52 \times 10^{-8} \sim 29.81 \times 10^{-8} \text{ (m}^2\text{)}$

また, Darcyの法則の適用範囲は, $R < 1$ である。

C ; 各多孔体の構造により, 一定の値をとり, 滲透率 k には, 関係しない。J. C. Wardの場合, 多孔体のレイノルズ数 R の範囲が小さいという欠点がある。

B. 実験結果からの C についての考察

図6 多孔体についての定数 C と滲透率との関係

表2 細線集合体の通気抵抗実験測定値

実験 No.	d (mm)	l (m)	ϵ (—)	β (1/m)	κ (m ²)	C (—)	Rec_5 (—)
1	0.6	0.149	0.243	14 190	1.01×10^{-9}	0.450	105
2	0.6	0.149	0.225	17 400	0.869	0.513	99.2
3	0.6	0.149	0.164	42 100	0.658	1.08	54.1
4	1.2	0.149	0.195	1 540	1.95	0.068	499
5	1.2	0.149	0.147	4 460	1.30	0.161	258
6	2	0.149	0.173	1 230	4.05	0.0783	301
7	2	0.100	0.165	—	4.29	0.0963	—
8	3	0.149	0.190	549	11.02	0.0577	248
9	3	0.198	0.200	—	13.9	0.072	—
10	4	0.150	0.218	351	28.3	0.059	151
11	5	0.150	0.222	242	40.8	0.0489	152
12	ガラスウールフィルタ	0.00075	0.966	—	0.334	1.76	—
13	混合フィルタ	0.00053	0.916	—	0.658	0.254	—

多孔体定数 C と、滲透率 k (m^2) との関係を表2, 図6に示す. この図より明らかなように, $k \geq 2 \times 10^{-9}$ (m^2) では, C は一定値0.06をとるが, $k < 2 \times 10^{-9}$ (m^2) では, 急激に, 大きくなっていることがわかる. これは前述の J.C.Ward, G.S.Beavers の両者の主張とは完全に異なっている. この結果は, また,

M.J.Goglia (1955) のパラシュート用織布に対する実験データを $C-k$ で整理しなおせば, 図5において, C の k による急激な変化 (破線と一点鎖線) がみられることから裏付けられている. いっぽう, $k \geq 2 \times 10^{-9}$ (m^2) での, $C=0.06$ という値は, G. S. Beavers の $C=0.074$ と同程度の値を示していることも観察できる

このような C の変化については, 図5からつぎのように考えることができる. すなわち $k \leq 2 \times 10^{-9}$ (m^2) の範囲は, $k \propto d^2$ なる関係 (4.2A) から, 直径 d が小さい場合であるが, このとき細線表面の凹凸が d に比して無視できなくなり, いわゆる平行細線集合体としての特性 (流れ方向に直線状の間隙) が, くずれてくる. つまり, 均質の充てん層としての特性に近づくことが予想され, その結果, 図5からも推測できるように, 圧力降下の割合が大きくなり, したがって, C の値が大きくなってきたと思われる. すなわち図6の結果だけからは, あたかも, C が k の関数であるかのように思われるが, これは, その充てん層の構造そのものが変化したためであって, やはり厳密な意味で, 多孔体についての定数 C は, 多孔体の構造により一定の値をとると考えるのが自然であろうと思われる.

(パラシュート用織布の実験結果についても同様)

4.3 平行細線集合体の実験式

実験結果を J.C.Ward⁴⁾ により, f, R で示すと, 図6を得る. よって, 図6, 図7から明らかなように, 細線直径が1 mm 以上では

$k \geq 2 \times 10^{-9}$ (m^2), $0.7 < R < 110$ では,

図7 $f-R$ 線図

$$f = \frac{1}{R} + 0.060 \dots \dots \dots (12)$$

である. すなわち,

$$\frac{\Delta P}{\Delta L} = \frac{1}{k} \cdot \mu \cdot v + \frac{0.060}{\sqrt{k}} \cdot \rho \cdot v^2 \dots \dots \dots (13)$$

である. しかし, (13)式のままでは, 滲透率 k がわからない限り使えないので, つぎに平行細線集合体における k の実験式を求める.

A. 滲透率(k)と(細線直径) d^2 との関係

滲透率は, 通過流体がその多孔体に滲み込む割合を示すものであるが, 平行細線集合体の場合には, その断面の, すきまの面積 (図7, 斜線部) が直接, 関係すると思われる.

いっぽう, このすきまの面積は, 図8のように, 整列

図8 集合体断面

して充てんされている場合は, d^2 に比例することは明らかである. そこで, 実験値を k/d^2 と空げき率 ϵ について整理したものを図9に示す. ところで, 図9におい

図9 k/d^2 と ϵ との関係

て $d=1.2 \sim 5$ の範囲では, 両対数グラフ上で一直線上にのることがわかるが, $d=0.6$ mm の場合は, 同じ ϵ に対して, k/d^2 が大, すなわち, k が大きな値をとっている. この理由としては, $d=0.6$ mm の程度では, d の大きさに比しての, 細線表面の凹凸の影響が大きく

なったために、図6のような断面から、はずれ、そのため、すきまの面積の割合が大きくなり、したがって、 d に比して滲透率が大きくなったものと考えられる。またこういう意味から、 $d/d_0 \sim 0.167$ (d_0 : 管の内径30mm) の範囲では、内径 d_0 の影響がない限りでは、 $d \geq 5$ mm においても、 $k \propto d^2$ が推測できる。

B. 滲透率 (k) の実験式

図9から、次式を得る。

$$k = 0.0206 \cdot \epsilon^{1.65} \cdot d^2 \dots\dots\dots (14)$$

ただし、適用範囲は、 $d \geq 1$ mm, $\epsilon < 0.25$ である。よって、平行細線集合体の実験式は(13)、(14)式より求める。

5. まとめ

(1) 平行細線集合体に対する実験式 (図7)

$$d \geq 10^{-3}(\text{m}), \epsilon < 0.25, \epsilon^{1.65} \cdot d^2 \geq 10^{-7}(\text{m}^2)$$

$$m = d/d_0 \leq 0.167 \text{ で}$$

$$f = \frac{1}{R} + 0.060 \quad (0.7 < R < 110)$$

また、 $\frac{\Delta P}{\Delta L} = C_e \cdot R_e + \eta \cdot C_e \cdot R_e^2$ である。

$$\text{ここで、} C_e = \frac{48.5}{\epsilon^{1.65}} \cdot \frac{\mu^2}{\rho \cdot d^3} \cdot m \quad (\text{kg/m}^3)$$

$$\eta = 0.00862 \cdot m \cdot \epsilon^{0.83} \quad (一)$$

である。

(2) 多孔体の定数 C について、(図6) 一般に、 C は、多孔体の構造により、一定の値をとると考えられる。

文 献

- 1) M. Muskat ; "Physical Principles of Oil Production", McGraw Hill Book Co., Inc., (1949), 128
- 2) Brownell, L. E., Dombrowski, H. S., and Dickkey, C. A., Chem. Eng. Prog., 46, (1950), 415-422
- 3) M. J. Goglia, H. W. S. La Vier, C. D. Brown ; Text. Res. J., (1955-4), 296
- 4) J. C. Ward ; Proc. Am. Sci. Civ. Eng., (1964-9)
- 5) Lindquist, E. G. W. ; HY 3, 91, (1965), 325-330
- 6) G. S. Beavers, E. M. Sparrow ; J. Appl. Mech., (1969-12), 711-714
- 7) R. B. Bird, W. E. Stewart, E. N. Lightfoot ; "Transport Phenomena", John Wiley & Sons Inc., (1960), 200

正 誤 表

本誌, Vol. 27, No. 4, T53 (1974) 「摩擦車を用いた機械式無段変速機の動特性」のうち下記諸点訂正いたします (誤) (正)

・ T56 (8) 式左辺

$$f_M(\omega_A - \omega_M + \beta_w) \left(\frac{dy}{dt} \right) / g(y)$$

$$f_M(w_A - w_M + \beta_w \left(\frac{dy}{dt} \right)) / g(y)$$

・ T56 (11) 式左辺

$$f_M(\omega_A - \bar{\omega}_M - \tilde{\omega}_M + \beta_w \left(\frac{dy}{dt} \right))$$

$$f_M(w_A - \bar{w}_M - \tilde{w}_M + \beta_w \left(\frac{dy}{dt} \right))$$

・ T57 (14) 式の最後の式

$$\tilde{R}_O = R_O(\bar{y} + \tilde{y}) - R_O(\bar{y})$$

$$\tilde{R}_O = R_O(\bar{y} + \tilde{y}) - R_O(y)$$

・ T57 (17) 式の右辺

$$\frac{R_M(y)}{R_O(y)} \tau_O$$

$$\frac{R_M(y)}{R_O(y)} \tau_O$$

・ T57 (23) 式の第3式

$$T_{OM} = \frac{J_O g^2(\bar{y}) (1 - f(\bar{R}_O, \tau_O))}{K_{tM}}$$

$$T_{OM} = \frac{J_O g^2(\bar{y}) (1 - f(R_O, \tau_O))}{K_{tM}}$$

・ T58右欄上1行目

$$\times \left[\frac{\partial f_2(R_O(y), \tau_O)}{\partial \tau_O} \right] R_O(y) = R_O(\bar{y}), \tau_O = \tau_O$$

$$\times \left[\frac{\partial f_2(R_O(y), \tau_O)}{\partial \tau_O} \right] R_O(y) = R_O(\bar{y}), \tau_O = \tau_O$$

・ T58右欄 (35) 式の下5行

応をとるために、(33)、(34)式で無視した粘性衰減項を

応をとるために、(33)、(34)式で無視した粘性減衰項を

・ T58右欄 (39) 式

$$\bar{a}_M = g_1(\bar{y}) \tau_{I1} = \frac{R_M(\bar{y})}{R_{I1}(\bar{y})} \tau_{I1}$$

$$\tau_M = g_1(\bar{y}) \tau_{I1} = \frac{R_M(\bar{y})}{R_{I1}(\bar{y})} \tau_{I1}$$

・ T63左欄上7行目

線は図中9のパラメータを用いて計算した理論値であ

線は図9中のパラメータを用いて計算した理論値であ