無段変速機を用いた ある巻取制御系の解析とその設計への応用

(第1報) 巻取制御系の特性の解析

大阪府立大学 工学部 中 島 象 男 (会員)

栗 林 勝 利 (")

Analysis and Synthesis of a Control System for Take-up Devices making Use of a Mechanical Variable Speed Drive. Part 1: Analysis of the Characteristics of a Control System for Take-up Devices.

Kuméo Nakajima, Katsutoshi Kuribayashi,

*College of Engineering, University of Osaka Prefecture,
Sakai-Shi, Osaka.*

Abstract

Bang-bang control systems, the manipulating device of which is composed of a mechanical variable speed drive, are widely used as take-up devices, in order to control the speed and the tension of running materials. This type of control system has a disadvantage that the hunting in system response is likely to occur, because of the use of a weighted dancer roller and of the bang-bang action of the three-positions relay. The authors have tried to improve the performance of the control system by using a spring dancer roller having faster response property and a servo-mechanism combined with a DC-servo-motor and SCR-amplifier. The performance of the control system has been analysed in order to get enough knowledge for the control system synthesis. Thus the synthesis of the control system has been accomplished, both keeping the variation of take-up tension of the running material lower and making the response faster.

In Part 1, the dynamic characteristics of the control system mentioned above were analysed; the condition of critical damping, of self-sustained oscillation and of instability. The main conclusions obtained are:

1) The condition of critical damping is expressed as a function of the loop-gains A , B and of the time constant T_2 of the actuator.

2) The condition of self-sustained oscillation for the control system without back-lashes, is given by

$$A = (T_1 + T_2)B$$

where T_1 is the time constant of a servo-motor. For the control system with back-lashes, the effect of back-lashes on the above condition can be replaced by the increases of the time constants in the above equation, and result in the increase of the critical loop-gain A in the same equation.

3) The stability criterion for the actual system having nonlinear elements is almost the same as that for the linear system obtained by ignoring these elements.

(Received August 5, 1974)

摘 要

目 的 走行材の巻取制御系を、機械式無段変速機とあるサーボ機構を用いて構成した。この系の巻取張力の変動が押えられ、しかも速応性を損わないようにするには、この制御系をどのように設計すればよいかを明らかにする。まず第1報では、設計の基礎となる系の特性、すなわち臨界制振条件、持続振動発生条件および発散振動発生条件などを解析する。

結 果 1) 臨界制振条件はループ ゲイン A , B および操作部の時定数 T_2 のみによってあらわさる。

2) 持続振動発生条件は、バック ラッシュのない場合には、ループ ゲイン A , B および時定数 T_1 , T_2 などにより $A = (T_1 + T_2)B$ と記述できる。バック ラッシュのある場合のこの条件は複雑であるが、定性的には上式中の時定数が大きくなったのと同じ影響を示す。ただし時定数 T_1 は直流サーボ モータの時定数である。

3) 発散振動の発生条件は、系の非線形要素を無視して得られる不安定条件とほぼ一致する。

(昭和49年8月5日受理)

1. ま え が き

繊維工業，紙工業およびプラスチック工業などにおいて，線，シート状の被加工物の巻取りにおける張力制御は重要である。これらの製品には適当な巻取張力がありこの張力からずれて過大あるいは過小になると，製品にしわがよったり，巻取り中あるいは巻取り後にパッケージの形状がくずれたりし，後の工程に支障を来す。一方巻取りが進むと巻取半径が増大するいわゆる「巻太り」の現象があるので，巻取軸の回転数を巻取半径に逆比例して減じて行く必要がある。それゆえに巻取制御においては張力の制御と同時に回転数の制御も行わねばならない。

現在用いられている巻取制御系には多くの種類がある^{1)~11)}。巻取りの駆動機からみると，まず電氣的なものとしては，直流電動機を用いた系^{5)~7)}および電気式クラッチを用いた系⁸⁾がある。特に直流電動機はトルク～速度特性が優れているので圧倒的に多く用いられている。一方機械的なものとしては機械式無段変速機を用いた系がある^{9)~11)}。機械式無段変速機は取扱いの容易さ，安価という長所を有するだけでなく，特にトルク外乱に対して速度変動率が極めて小さいという特徴を有している。速度変動率が小さいということは，とりもなおさず巻取制御系設計時にはトルク変動に対する考慮が不要とを御系なるので，制御系を非常に簡単に構成しようという利点となっている。

筆者らは機械式無段変速機が上記のような特徴を有していることに注目して，巻取制御系に機械式無段変速機を用いた設計を取上げた。

現在稼動している機械式無段変速機を用いた巻取制御系は，現場の経験によって組まれたものが多い。これらの制御系は，ダンサ ローラ，3位置動作リレーおよび定速特性のパイロット モータなどで構成されている。これらの要素の機能は，それぞれ走行材の速度差の積分値の検出，その電気変換，および変速ハンドル軸の駆動などである。この形式の巻取制御系は極めて簡単，安価であるという特徴を持つ反面，ダンサ ローラの変位は振動的になりやすく，しかも3位置動作リレーの不感帯幅内に整定し，その幅に相当する整定誤差を生ずるという欠点を持っている¹²⁾。それゆえこの種の系では，ダンサ ローラの位置に無関係に走行材に一定の張力を与える必要があるので，ダンサ ローラとしてウエイト ダンサ ローラを用いている。すなわちダンサ ローラに重錘を付加して，ローラと重錘との合計した自重により設定張力を与えている。

しかしながら，ウエイト ダンサ ローラを用いるとダンサ ローラの等価質量まで増加させることになるので，ダンサ ローラの等価質量と走行材の弾性特性と

により固有振動数の低い振動系が構成されることになる¹³⁾。そうすると，走行速度の大きい場合などには，走行材のむらや系内の外乱のために系がハンティングを起こすことがある。特に最近著しく増えてきた伸縮性の大きい糸布などを巻取の場合にはこれらの欠点が顕著になり，高速巻取りのみならず低速巻取り時でさえ不都合を生じる。

本論文では，以上のような欠点を除くために次のような要素からなる巻取制御系を構成する。まず走行材の速度差検出にはウエイト ダンサ ローラの使用を避け応答の早いスプリング ダンサ ローラを用いる。このスプリング ダンサ ローラの変位の電圧変換器には，リレーの代りに連続的に電圧変換が可能な揺動抵抗を用いる。また無段変速機の変速ハンドルの位置決めには，定速特性のパイロット モータの代りに応答が早くて滑らかなサーボ機構を用いる。サーボ機構にはいろんなものがあるが，最近 SCR 増幅器と直流サーボ モータとを組合せたものが，工作機械の位置決め用として広く用いられ¹⁴⁾て成果を上げているので，この種のサーボ機構を用いることにする。

このような巻取制御系においては，設定張力は付加ばねの伸びの設定値で与えている。いいかえると，設定張力はスプリング ダンサ ローラの設定位置により与えていることになる。したがってスプリング ダンサ ローラの位置が設定位置からはずれると，ただちにこれが張力の変動となるので，この巻取制御系には次の諸特性が要求される。

- i) スプリング ダンサ ローラの変位の整定値あるいは変動の中心値を常に設定値に維持する。
- ii) 設定速度の変更あるいは，巻太りによる巻取軸回転数の低下などに対して，スプリング ダンサ ローラの過渡的変位量が小さく，しかも早く設定値に復帰する。
- iii) 走行材のむらや系内のランダム外乱に対して，ダンサ ローラの変位の分散が小さく押さえられる。

本研究では，前記の構成による巻取制御系の特性を解析し，これらの諸要求を満足するようにこの制御系を設計するにはどうすればよいかを検討する。

この巻取制御系は非線形要素を3つ含むので，その特性の理論解析は非常に複雑である。そこでこの困難を避けるためにアナログ シミュレーションと理論解析とを併用して系の特性を解析し，その後実験を行って上記解析結果の妥当性を確かめることにする。

第1報では設計の準備として，系の特性すなわち臨界制振条件，持続振動発生条件および発散振動発生条件などを明らかにする。次に第2報では第1報での解析結果を用いて具体的な設計方法を探究したい。

2. 制御系の構成

図1に機械式無段変速機を用いた巻取制御系の構成図

の概略を示した。

張力、速度差の検出にはスプリング ダンサ ローラ ③を用いて、検出機能とともに張力付加機能も兼ねさせている。張力はダンサ ローラの変位と付加ばねのばね定数とにより与えられる。この方式において外部ばねをはずし、適当なウェイトを付加するとウェイト ダンサ ローラ方式にもなる。

操作部には巻取駆動用として機械式無段変速機②を用いる。この変速機のハンドル軸駆動には、破線で囲んだサーボ機構を用いる。サーボ機構には、SCR 増幅器④と直流サーボ モータ⑤とを用い、位置フィードバック⑥を行う。

制御系の動作は次のようになる。電動機①により駆動される走行材の走行速度の目標値と変速機②による巻取速度との差の積分値を、ダンサ ローラ③の位置によって検出し、この位置に相当する電圧信号を SCR 増幅器④に印加する。この電圧は SCR 増幅器により増幅され、この出力電圧が直流サーボ モータを駆動する。直流サーボ モータが変速ハンドル軸位置を変化させると変速機の出力軸回転数、すなわち巻取速度が変化するので、制御系全体として走行速度の目標値に制御量が一致するように修正動作が行われる。

本研究に用いた SCR 増幅器の詳細を図 2 に示した。図 2 (a) は演算増幅器と SCR 点火回路であり、同図 (b) は直流サーボ モータの駆動回路である。この SCR 増幅器は他の SCR 増幅器¹⁵⁾と同じ機能を持つが、ここでは多数の入力を加えることができ、しかもゲイン調整を容易にするために、演算増幅器を前段に用いた。また SCR 増幅器の不感帯幅を小さく調整できるように、正側、負側に各 1 台、計 2 台の演算増幅器を用いることにした。駆動回路としては全波整流型のものを用い、直流サーボ モータの回転を滑らかにしている。点火回路は 2 台用い、それぞれのトリガ パルスを一組みの SCR に印加して直流サーボ モータを正転逆転するようにした。点火回路の +24V は交流電源からの全波整流電圧をツェナ、ダイオードにより +24V にクリップした直流電圧である。

3. 仮定と記号

図 1 の制御系の数学モデルの記述と制御系の特性の解析上、次の仮定を置いた。

- 1) 走行材、ガイド ローラおよびダンサ ローラの質量は無視できる。
- 2) 変速機の動特性は近似的に 1 次遅れ要素で表わすことができる¹⁶⁾。
- 3) SCR 増幅器の出力電圧は交流全波整流波形を位相制御した電圧の平滑量として与えられるために、SCR 増幅器の特性は線形ではない。しかし SCR

図 1 巻取制御系の概略

増幅器の出力電圧の小さい実用の範囲で、入出力特性を折線で近似する。

- 4) SCR 増幅器の入力電圧から変速ハンドル軸角速度までの間には SCR 増幅器の不感帯、ハンドル軸のバック ラッシュ、および乾性摩擦などの非線

図 2 SCR 増幅器の回路

形要素があるが、これらの静特性をまとめて不感帯要素で表わす。

- 5) 巻太りによる巻取半径の変化は制御系の応答に比べて緩慢であるので、巻取半径は各時点においては一定であるとみなす。

次に本論文で用いた記号を以下に示す。まず時間の関数については

v_i, v_o ; 走行材の目標速度と巻取速度

x ; ダンサ ローラの変位

T ; 走行材の張力

ω_h, θ_h ; それぞれ変速機の変速ハンドル軸角速度と角変位

E_x, E_d, E ; それぞれダンサ ローラの変位の変換電圧、サーボ機構の位置のフィードバック電圧および演算増幅器への入力電圧

E_1 ; 演算増幅器の出力電圧

E_2 ; SCR 増幅器の出力電圧

l ; 駆動ローラとパッケージとの間の走行材の自然長

κ_0 ; 走行材の自然長 l で平均した単位長さあたりのばね定数

z ; 自然長 l の走行材の伸び量

k ; 自然長 l と単位長さあたりのばね定数 κ_0 とから計算するばね定数

ξ ; 走行材のむらによるランダム外乱

上の記号 l , κ_0 , k を時間の関数として扱う理由は次のとおりである。まず l については、巻取速度が時間とともに変化すると駆動ローラとパッケージとの間の走行材の自然長が変化するためであり、 κ_0 については走行材にむらがあると自然長 l の移動平均として時間の関数になるからである。そして k は l と κ_0 とにより計算されるので、時間とともに変化する量である。

論文の中では上の記号の上部に一をつけて、静釣合状態での量を表わし、それら以外は静釣合状態からの変動量を示すものとする。ただしランダム外乱のある場合の記号については、記号の上部に一をつけたものは平均値をあらわすものとする。

また x と E_x の座標のとり方は次のようにする。 x については、付加ばねの伸びが零になる位置をダンサローラの変位の原点にとり、座標を図1に示したように下向きにとる。次に E_x については、ダンサローラの設定位置すなわち張力が設定張力になる点を原点にとる。

次に時間の関数でない諸量の記号を以下に示す。

K ; ダンサローラに取付けた付加ばねのばね定数

ϵ ; 走行材の伸びを考慮した時の修正量

k_{10} ; ダンサローラの変位の電圧変換係数の $1/2$

k_1 ; $k_1 = k_{10}(1 + \epsilon)$ と定義する。

k_2 ; SCR 増幅器の入力電圧から直流サーボモータの出力軸角速度までのゲイン

k_3 ; サーボ機構の位置フィードバックのゲイン

k_4 ; 変速機の変速ハンドル軸位置から巻取周速度までのゲイン

T_1 ; 直流サーボモータの時定数

T_2 ; 変速機、減速機、パッケージなどの遅れを1次遅れとしてまとめた時の時定数

δ ; サーボ機構の不感帯要素の不感帯幅

δ_1 ; ダンサローラ部の摺動抵抗のバックラッシュのバックラッシュ幅

δ_2 ; サーボ機構の位置フィードバック部のバックラッシュのバックラッシュ幅

A ; サーボ機構の位置フィードバックの一巡ループゲイン

B ; 巻取制御系の一巡ループゲイン

r ; T_1 と T_2 との比

β ; A , B , T_1 , T_2 などにより表わされる量

α ; 時定数 T_2 とループゲイン A とにより表わされる量

j ; 虚数の単位

s ; ラプラス演算子

ω ; 周波伝数関数などに用いる角周波数

$N, N(E)$; それぞれサーボ機構中の不感帯要素の伝達特性とその記述関数

ϵ_0 ; SCR 増幅器の不感帯要素の不感帯幅調整用電圧

E_y ; ダンサローラの位置調整用電圧

4. ブロック線図

第3節の仮定のもとに、同節の記号を用いて制御系のブロック線図を描くと、図3に示したようになる。制御系は検出部、サーボ機構および操作部により構成されている。各部分の説明を以下に簡単に述べる。

図3 巻取制御系のブロック線図

4.1 検出部

走行材の張力と走行速度差とはスプリングダンサローラにより検出する。このスプリングダンサローラの検出特性は仮定(1)により静特性で記述できるから、付録の[11], [2]式を参照すると「目標速度 v_r と巻取速度 v_o との差の積分値の $(1 + \epsilon)/2$ 位がダンサローラの変位となる。その上走行材にむらがある場合には、走行材の弾性特性のむらによるランダム外乱 ξ が直接ダンサローラの変位に付加される。そして走行材にかかる張力は、ダンサローラの変位 x に $-K/2$ を乗じて得られる。」である。したがって同図のように表示されることになる。

ダンサローラの変位はバックラッシュ要素を介して電圧 E_x として検出され、これを SCR 増幅器に印加する。このバックラッシュは摺動抵抗のバックラッシュである。

4.2 サーボ機構

電圧 E_x は SCR 増幅器により増幅され、直流サーボモータを駆動する。この間の SCR 増幅器の不感帯、変速ハンドル軸のバックラッシュおよび直流サーボモータの動性摩擦などをまとめて、不感帯幅 δ 、勾配1の不感帯要素により表わした(仮定(4))。直流サーボモータの動特性は1次遅れ要素で表わされるから、不感帯要素のすぐ後に時定数 T_1 の1次遅れ要素を付加した。したがって電圧 E_x は不感帯幅 δ 、勾配1の不感帯要素と時定数 T_1 、ゲイン k_2 の1次遅れ要素を通して変速ハンドル軸角速度 ω_h に変換される。変速ハンドル軸角

速度 ω_h は 1 度積分されて角変位 θ_h になり、これが操作部の入力になる。

次に位置フィードバックは電圧 E_θ を用いて行い、そのフィードバックゲインは k_θ である。ただし位置フィードバックは摺動抵抗により行うから、これ自身のバックラッシュおよび摺動抵抗を駆動する伝導ベルトのたるみなどのバックラッシュが存在する。このバックラッシュ要素のバックラッシュ幅を δ_2 とし、勾配を 1 とおいて表示した。

4.3 操作部

操作部は変速機と減速機構およびパッケージなどにより構成されている。変速機の動特性は負荷慣性モーメントが大きい場合には、近似的に 1 次遅れ要素で表わせる(仮定(2))。

なお減速機、パッケージにも若干の遅れがあるので、以上をまとめて 1 つの 1 次遅れ要素で表わした。

その時定数を T_2 、ゲインを k_4 とおいた。なお巻太りによる巻取半径の変化はゲイン k_4 の変化となるが、この変化は緩慢であるので、各時刻では一定であるとみなした(仮定(5))。

5. 制御系の過渡応答と定常応答の解析

本節では図 3 の制御系の過渡応答と定常応答の解析を行う。これらの解析は以下の方針のもとにアナログシミュレーションと理論解析の 2 種の方法を用いて行う。

(1) 巻太りによる巻取半径の変化は制御系の応答に比べて緩慢であるので、巻取半径は一定であるとみなす(仮定(5))。

(2) 初めは系が静釣合状態にあるものとし、その状態から速度 v_I がステップ状に変化した時の応答の解析を行う。

(3) ダンサローラの位置調整用電圧 E_y は(2)の静釣合状態に合わせて調整されているものとし、応答解析上は考慮しない。

(4) ランダム外乱はないものとして応答の解析を行う。ランダム外乱がある場合は次報において扱う。

5.1 過渡応答の解析

第 1 節に述べたように、張力の応答があまり変動しないので、しかも早く整定することが制御系に要求される。したがって過渡応答が振動的になるかどうかが重大な問題となる。いま 1 自由度系の自由振動において用いられる用語を借用し、制御系の特性方程式の特性根のうち 1 組でも複素根があれば不足制振、なければ過制振、その境を臨界制振と称することにし、このようは意味での臨界制振の条件がどのようにあらわされるかを解析する。ただし非線形系においては、上述の定義は不可能である。そこで便宜上、ダンサローラの変位のステップ応答がオーバーシュートしはじめる直前の条件を臨界制振条件と定義する。

制御系には 1 つの不感帯要素、2 つのバックラッシュなど 3 個の非線形要素が存在し、しかもパラメータが多いことを考慮すると、臨界制振条件の理論解析は容易ではない。そこで大体の見当をつけるために、まず非線形要素がなく、時定数 T_1 、 T_2 がそれぞれ零の場合の簡略化した系についての臨界制振条件を求める。次にこの臨界制振条件の付近において、非線形要素や 1 次遅れ要素を含む制御系の過渡応答をアナログシミュレーションにより求め、その結果から非線形要素や時定数の影響が小さいとわかった因子を無視して制御系を単純化し、この制御系の臨界制振条件を理論により求める。

まず非線形要素がなく、時定数 T_1 、 T_2 が零の場合の系の入力、出力の間の関係を求めると、次の微分方程式によりあらわされる。

$$\frac{d^2 v_0}{dt^2} + A \frac{dv_0}{dt} + B v_0 = B v_I \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし上式中のループゲイン A 、 B はそれぞれ

$A = k_2 k_3$ 、 $B = k_1 k_2 k_4$ で与えられる。この系は 2 次系であるから、臨界制振条件は簡単に求まり

$$A^2 - 4B = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

となる。

非線形要素のうち不感帯要素のみがこの系に存在する場合には、不感帯要素の入力が不感帯幅以下であるか、不感帯幅以上であるかにより応答特性は異なる。すなわち不感帯要素の入力電圧 E が不感帯幅以下である時 ($|E| \leq \delta$) には、制御系の不感帯要素から以下のブロックは切離され、系は積分要素のみとなるので臨界制振条件には無関係となる。 E が不感帯幅以下である時 ($|E| > \delta$) には、系は(1)式により記述されるから、臨界制振条件は(2)式と同じになる。したがって不感帯要素が存在する場合も、存在しない場合も(2)式によって臨界制振条件が表わされる。

以上により系の臨界制振条件に少なくともループゲイン A 、 B は関与し、不感帯幅 δ は無関係であることがわかった。ただし時定数とバックラッシュ幅が零でない場合にも不感帯幅 δ が臨界制振条件に無関係であると即断できないが、以下しばらくこのことを仮定しておき、最後にこの仮定が妥当であることを確認する。

次に今まで無視してきたバックラッシュおよび時定数が存在すると、制御系の臨界制振条件がどのようなかを調べる。図 4 は、バックラッシュ幅 δ_1 、 δ_2 、および時定数 T_1 、 T_2 などが(2)式の条件およびそれから少しずれた条件の系の応答に及ぼす影響を調べたアナログシミュレーション結果である。なお図は目標速度 v_I のステップ状変化に対するダンサローラの変位の電圧の応答を示している。

図 4 でのパラメータは以下のように選んでいる。ループゲイン B については現実的な量として仮りに $B = 6.0 \text{ v/s}^2$ を 1 つ選び、 A はこの時の(2)式を満足する

$A=4.9$ v/s, およびこれより大きな3通りの A の値を選んでいる. このように A の値を選んだ理由は, 時定数とバック ラッシュ幅が零でない場合の臨界制振条件の A が, (2)式で与える A より大きくなることからあらかじめ予想できたからである. 次に A, B 以外のパラメータ $\delta_1, \delta_2, T_1, T_2, \delta$ は同図中の基準値を与えておき, このうち1つのパラメータをかえてシミュレーションを行った.

この図からわかるようにループ ゲイン A や時定数 T_1, T_2 などは過渡応答に大きな影響を与えるが, バック ラッシュ幅 δ_1, δ_2 はほとんど影響を与えないことがわかる.

図4 臨界制振条件付近の過渡応答に時定数 T_1, T_2 およびバック ラッシュ幅 δ_1, δ_2 が与える影響 ($B=6.0$ v/s² 基準値; $T_1=0.1$ s, $T_2=0.1$ s, $\delta_1=0.1$ cm, $\delta_2=0.2$ rad, $\delta=0.0$ v)

図5 臨界制振条件に時定数 T_1, T_2 がおよぼす影響 ($B=6.0$ v/s², $\delta_1=0.1$ cm, $\delta_2=0.2$ rad, $\delta=0.0$ v)

次に時定数 T_1, T_2 が臨界制振条件にどの程度の影響を与えるかを調べる. 図5はループ ゲイン B を 6.0 v/s² とおいた時に, 臨界制振条件が時定数 T_1 または T_2 に

よってどのように変化するかを調べたアナログ シミュレーション結果である. 同図の結果は, パラメータのうち δ_1, δ_2 を図4に表示した基準値に固定し, 時定数 T_1 または T_2 のうちどちらか一方のみをかえて得た臨界制振条件の A を示している. なお図中水平線は, ループゲイン B が 6.0 v/s² の時に, (2)式を満足する A の値を示している.

この図からわかるように, 時定数 T_2 が臨界制振条件に与える影響は大きい, 時定数 T_2 に関しては 0.2 s 程度まで臨界制振条件にほとんど影響を与えないことがわかる. 一方時定数 T_1 は直流サーボ モータの時定数であるので, 普通は 0.2 s より小さいと考えられる. したがって時定数 T_1 が臨界制振条件に与える影響を無視してもさしつかえないと思われる.

以上のシミュレーション結果と(2)式とを考慮すると臨界制振条件に影響するのは, ループ ゲイン A, B および時定数 T_2 のみであることが明らかとなった.

そこで図3の制御系において3つの非線形要素を無視し, 時定数 T_1 を零とおいた時の制御系の臨界制振条件を理論計算する. このように簡単になった系でも3次系であるので, 臨界制振条件を計算するには若干工夫が要る. ここでは根軌跡法により S 平面上において根軌跡が実軸から分岐する点を求め, この時の条件を臨界制振条件とする. このように考えて計算すると

$$B = T_2(1/T_2 - \alpha)(A - \alpha) \dots \dots \dots (3)$$

$$\alpha = \{1/T_2 + A - \sqrt{(1/T_2 + A)^2 - 3A/T_2}\}/3 \dots \dots \dots (4)$$

が臨界制振条件として求まり, B が右辺より小さい場合は過制振, B が右辺より大きい場合は不足制振となる.

最後に不感帯要素, バック ラッシュが存在し, 時定数 T_1 が零でないもとの系についての臨界制振条件が(3), (4)式によりどの程度近似的かを確める. 図6はアナログ シミュレーションにより求めた臨界制振条件の結果と, それに対応する(3), (4)式の理論曲線を示している. シミュレーションについては, パラメータ B と T_2 とをいろいろかえた時の結果を示しており, 他のパラメータ $\delta, \delta_1, \delta_2, T_1$ などは同図中に示した値に固定している. この図においてシミュレーション結果と理論曲線とは比較的よく一致しており, もとの制御系の臨界制振条件が(3), (4)式により計算しうることがわかった. なお不感帯幅 δ が臨界制振条件にほとんど関係しないことも確かめられた.

5.2 定常応答の解析

図3の制御系は非線形系であるので, 定常応答は持続振動や発散振動の可能性を有す. 制御系設計時にはこれらの振動を避けなければならないので, どのような場合に持続振動が発生したり, 発散振動したりするかを調べておく必要がある. そこで以下に持続振動と発散振動の

図6 臨界制振条件のアナログ シミュレーション結果と理論値 ($T_1=0.1$ s, $\delta_1=0.1$ cm, $\delta_2=0.2$ rad, $\delta=0.6$ v)

発生条件の解析を行うことにする。

第5.1節に述べたように、系には非線形要素が3個あり、しかもパラメータが多いので、この系の持続振動と発散振動の発生条件を解析的に求めるのは不可能に近い。そこでもう少し簡単な系として、まず非線形要素のうちバック ラッシュのない場合の系を考え、その持続振動と発散振動の発生条件を解析的に求めておく。次にこれを手がかりにしてアナログ シミュレーションによりバック ラッシュの影響を調べることにする。

まず非線形要素が不感帯要素のみの系についての持続振動と発散振動の発生条件を記述関数法により求める。不感帯要素の伝達特性を形式的に N とおき、系の特性方程式を求めると

$$S(T_2S+1)\{S(T_1S+1)+NA\}+BN=0 \quad (5)$$

となる。これを変形して

$$-\frac{1}{N} = \frac{B+A(T_2S+1)S}{S^2(T_2S+1)(T_1S+1)} \quad (6)$$

を得る。 N に対する記述関数を $N(E)$ と表わし、(6)式の S に $S=j\omega$ を代入すると

$$-\frac{1}{N(E)} = \frac{B(1-T_1T_2\omega^2)+AT_1\omega^2(1+\omega^2T_2^2)}{-\omega^2(1+T_2^2\omega^2)(1+T_2^2\omega^2)} + j \frac{-B(T_1+T_2)\omega+A\omega(1+T_2^2\omega^2)}{-\omega^2(1+T_2^2\omega^2)(1+T_2^2\omega^2)} \quad (7)$$

が求まる。ただし記述関数 $N(E)$ は

$$N(E) = \begin{cases} 0 & (|E| \leq \delta \text{ の場合}) \\ 1 - \frac{2}{\pi} \left\{ \sin^{-1} \frac{\delta}{E} - \frac{\delta}{E} \cos(\sin^{-1} \frac{\delta}{E}) \right\} & (|E| > \delta \text{ の場合}) \end{cases} \quad (8)$$

である。

複素平面上に(7)式の左辺の振幅軌跡、および右辺のベクトル軌跡を描き、ベクトル軌跡が $(-1, j0)$ を通る条件と、 $\omega=0$ において振幅軌跡と交わる条件とを計算すると次式が求まる。

$$AT_2 - \frac{(r+1)\beta(\beta+1)(1+r^2\beta)}{(1+\beta)(1-r^2\beta)+r(1+r^2\beta)\beta} = 0 \quad (9)$$

$$A - B(T_1+T_2) = 0 \quad (10)$$

ただし

$$\beta = \frac{B}{A}(T_1+T_2) - 1, \quad r = \frac{T_1}{T_2} \quad (11)$$

したがってバック ラッシュがない場合には

i) (10)式の左辺 > 0 ; 不足制振, 臨界制振, 過制振

ii) (10)式の左辺 ≤ 0 , かつ(10)式の左辺 ≥ 0 ; 持続振動

iii) (9)式の左辺 < 0 ; 発散振動

となる。

次に(9), (10)の理論式を手がかりにして、アナログ シミュレーションにより、バック ラッシュが(9), (10)式の臨界条件にどのように影響するかを調べる。まずループ ゲイン B を $B=6.0$ v/s² に固定した時に、バック ラッシュ幅 δ_1, δ_2 が(9), (10)式の条件に与える影響を、アナログ シミュレーションにより解析すると図7, 8に示したようになる。

図7は横座標に時定数 $T_1 (=T_2)$ をとり、縦座標に A をとり、さらにバック ラッシュ幅 δ_1, δ_2 をパラメータにとって、時定数とバック ラッシュ幅が発散振動と持続振動の発生条件に与える影響を示している。図8は時定数を $T_1 (=T_2)=0.1$ s に固定した時に、バック ラッシュ幅 $2\delta_1, \delta_2$ を横座標にとって、バック ラッシュ幅が発散振動と持続振動の発生条件に与える影響を示したものである。

またループ ゲイン B が発散振動と持続振動の発生条件に与える影響を図9に示した。同図は横座標にループ ゲイン A 、縦座標にループ ゲイン B をとり、そしてパラメータとしてバック ラッシュ幅 δ_1, δ_2 、時定数 $T_1 (=T_2)=0.1$ s をとっている。

図7, 8, 9中の実線はバック ラッシュ幅が零の場合の(9), (10)式により計算した理論曲線を示している。以上のアナログ シミュレーション結果のうち $\delta_1=\delta_2=0$ の各結果は(9), (10)式の理論曲線と一致するはずである。発散振動の発生条件に関しては両者の一致は不足ながらもほぼ妥当な伝向を示している。しかし持続振動の発生条件に関してはあまり一致していない。

これらの理由は下のようによければよい。すなわち発散振動の発生条件をアナログ電子計算機により計算する場合には、i) 過渡振動の振幅が指数関数的に増大するかどうかにより判定していること、ii) 動作電圧が大きいので計算機の各素子の精度があまり影響しないことなどによりある程度計算精度が確保できる。ところが持続振動の発生条件の計算時には、i) 充分長い時間をかけて定常応答波形を観察しなければならない、ii) 持続振動が発生する近傍においては、持続振動の周期は長いので雑音の介入、演算素子の精度などが影響し、持続振動の

図7 バック ラッシュが持続振動と発散振動の発生条件に与える影響(1)
($B=6.0$ v/s², $T_1=T_2$)

図8 バック ラッシュが持続振動と発散振動の発生条件に与える影響(2)
($B=6.0$ v/s², $T_1=T_2=0.1$ s)

発生条件を判定するのはかなりむずかしい作業になる。このような理由により持続振動の発生条件のシミュレーション結果が理論曲線からずれたものと考えられる。

それでも以上のシミュレーションでは、持続振動の発生条件をバックラッシュがある場合もない場合も同じ判定基準で求めているので、バックラッシュ幅の相対的影響量を図から求めることが可能である。

図7, 8, 9から系の発散振動と持続振動の発生条件にバックラッシュが与える影響をまとめると次のようになる。

1) 発散振動の発生条件はバックラッシュのある場合もない場合ほとんど差がないので、この臨界条件は(9)式により表わされると考えてよい。なお(9)式は線

図9 持続振動と発散振動の発生条件のアナログシミュレーション結果
($T_1=T_2=0.1$ s, $\delta=0.6$ v)

形系の安定限界を示す条件式と同じである。

2) バックラッシュ幅 δ_1 と δ_2 が持続振動の発生条件に与える影響はあまり変わらない。

3) バックラッシュが持続振動の発生条件に与える影響は、時定数 T_1, T_2 が小さいほど大きい(図7参照)。

4) ループゲイン平面(A, B)上では、持続振動の発生条件を示す直線はバックラッシュがあると右へ倒れる傾向を示し、(10)式中の時定数 T_1 または T_2 が増大したのと同じ効果を持つ(図9参照)。

6. 実験と考察

以下に実験装置と実験条件、およびSCR増幅器の特性、制御系の応答の実験結果などを示す。

6.1 実験装置と実験条件

仮定5)に従い、巻太りの影響を除くために、実験では1組のローラを用いて走行材を送ることにし、巻取りについては制御系のループ外で行った。

次に実験に用いた制御系の各要素を述べる。図1の速度設定用電動機①、巻取変速機②はともに摩擦車を用いた1段接触形式の機械式無段変速機である。これらの変速機の定格出力は200W、変速範囲は150~1500rpmである。また変速ハンドル軸駆動用直流サーボモータは、定格出力200W、定格回転数3000rpm、歯車減速比1/10のプリントモータを、走行材は市販の録音用磁気テープを用いた。図2のSCR増幅器中の演算増幅器は汎用のIC直流増幅器を、点火回路は市販品を、駆動回路は自作したものを用いた。ダンサローラの変

位検出用摺動抵抗および変速ハンド位置検出用摺動抵抗は通信用の変可抵抗を使用した。その他ガイドローラの軸受は摩擦抵抗軽減のためにミニチュアボールベアリングを用いた。

制御系の各要素の特性は主に X-Y レコーダを用いて記録し、制御系の応答はペンレコーダを用いて記録した。

実験条件を表1に示した。表1では時定数 T_2 を 0.1s としている。これについては、変速機だけの時定数はある文献¹⁶⁾により計算すると 0.0166 s であったが、実際にはベルト駆動部および送りローラの被覆ゴムの弾性などに遅れが存在することを考慮し、変速機の遅れとともにこれらをまとめて 0.1 s としている。

表1 実験結果

パラメータ	値	パラメータ	値
k_1	0.102~0.308(v/cm) (10通り)	δ	0.560~0.675(v)
k_2	30.1 (rad/s)	δ_1	0.05 (cm)
k_3	0.0834~0.1149 (12通り) (v/rad)	δ_2	0.10 (rad)
k_4	0.7848(cm/s/rad)	T_1	0.10 (s)
		T_2	0.10 (s)

6.2 SCR 増幅器から変速ハンド軸角速度までの出力静特性

図10(a), (b), (c)は SCR 増幅器の入力電圧に対して、それぞれ演算増幅器の出力電圧、SCR 増幅器の出力電圧、およびプリントモータの出力軸角速度などを出力とする静特性の実験結果である。図11はプリントモータの電機子入力電圧に対する出力軸角速度の静特の実験結果である。同図中(a)は脈動のない直流電源による特性であり、(b)は SCR 増幅器による特性である。

図10(a)は正側、負側の演算増幅器の特性を重ねて記録した図であり、SCR 増幅器の不感帯幅を少なくするために不感帯幅を負に調整したときの特性である。同図(b)の SCR 増幅器の特性は、入力電圧が大きくなると徐々に飽和特性を示している。これは SCR により交流全波波形を位相制御しているためである。同図(c)も飽和特性を示しているが、図11に示したようにプリントモータの静特性は、不感帯を有してはいるが、ともかく線形であるから、同図(c)の飽和特性は SCR 増幅器によるものである。図10(c)の特性は、入力電圧 E が小さい範囲では近似的に不感帯要素とみることができるから、第3節の仮定3), 4) が妥当であるといえる。

図10(c)の SCR 増幅器とプリントモータ全体の不感帯幅は 0.5 (V) であるので、同図(a)の逆不感帯幅 -2.0 (V) を考慮すると、演算増幅器を除いた場合には

図10 SCR 増幅器・プリントモータの静特性

図11 純直流電源と SCR 増幅器による電圧に対するプリントモータの出力軸角速度 ((a)は純直流電源、(b)は SCR 増幅器の場合)

2.5 (V) の大きな不感帯幅が存在していることになる。さらに演算増幅器の逆不感帯幅を大きくして全体の不感帯幅を零にしようとする、SCR 整流回路内で誤動作を発生するので、若干の不感帯を残さざるを得ないことがわかった。なおプリントモータには大きな乾性摩擦があり、図11に示したように、これが不感帯を生ぜしめるが、SCR 増幅器を用いると、脈動のない直流電源の場合に比べて不感帯幅が半分ぐらいになり、dither 効果が認められる。しかしながら SCR 増幅器とプリントモータ全体の不感帯幅は大部分が SCR 整流回路の誤動作を避けるための安全幅によって占められているので、不感帯幅はこの安全幅によって決定されてしまう。

6.3 制御系の応答

第5節での解析上の方針2)に従い、実験においても目標速度 v_f をステップ状にかえて系の応答をとった。図12(a), (b), (c), (d)は、それぞれ系の応答が過制振、不足制振、持続振動および発散振動の場合のダンサローラの変位の電圧波形の1例である。また同図にはアナログ電子計算機により計算した応答波形をも併せ示した。この例によっても、これ以外の場合にも、これら両者は比較的良好一致を示しており、図3の制御系のブロック線図の間違ってないことが確認された。

図12 実験結果の1例とアナログ電子計算機の演算結果

図13 ループ ゲイン A, B で整理した実験結果 ($T_1=0.1$ s, $T_2=0.1$ s, $\delta_1=0.05$ cm, $\delta_2=0.1$ rad)

なお図12に示していないその他の実験結果を、図6, 9のようなループ ゲイン 平面 (A, B) 上に整理すると、図13が得られる。図中、実線は(3), (4)式により計算した臨界制振条件の理論曲線を、破線はアナログ シミュレーションによって求めた持続振動の発生条件の直線を、一点鎖線は(9), (11)式により計算した発散振動の発生条件の理論曲線を示している。同図中の持続振動の発生条件を示す破線は以下のようにして求めたものである。すなわち図6中の $\delta_1=\delta_2=0$ のアナログ シミュレーション結果(破線)とこの場合の(10)式の理論直線とのずれを誤差と考え、この誤差量だけ他のシミュレーション結果を修正した。したがって図13中の破線は、基準の理論直線に、 $\delta_1=\delta_2=0$ のアナログ シミュレーション結果に対する他のシミュレーション結果の相対量のみが付加されている。

以上、理論値とアナログ シミュレーション結果は実験結果と比較的良好な一致を示しており、第5節の解析結果によって実際の現象を説明することの妥当性が確かめられた。

7. ま と め

走行材の巻取制御系を、スプリング ダンサ ローラ, SCR 増幅器と直流サーボ モータを用いたサーボ機構、および機械式無段変速機などにより構成した。この系の設計にあたっては、巻取張力の変動が押えられ、しかも速応性を損わないことを目標においた。本報では設計の準備として、設計の基礎となる系の特性、すなわち臨界制振条件、持続振動発生条件、および発散振動発生条件などを解析した。

その結果は次のようにまとめられる。

- 1) 臨界制振条件はループ ゲイン A, B および 操作部の時定数 T_2 のみにより表わすことができ、系内の2つのバック ラッシュ、サーボ機構の不感帯要素、および直流サーボ モータの時定数などには依存しない。
- 2) 持続振動発生条件は、バック ラッシュのない場合は、ループ ゲイン A, B および2つの 時定数の和により表わしうる。バック ラッシュがある場合のこの条件は複雑であるが、定性的には上の条件の時定数が大きくなったのと同じ影響を示す。
- 3) 発散振動発生条件は、非線形要素を無視して得る系の不安定条件とほぼ一致する。

文 献

- 1) 尾山, 電動機制御工学, オーム社 (1967)
- 2) 安川電機, 36, 138 (1972)
- 3) 柏原, 無段変速機, 日刊工業 (1960)
- 4) G. Lang; Melliand Textilber., 7, 840 (1971)
- 5) 沢井, 稲葉, 川瀬; 計測と制御, 12, 12 (1963)
- 6) 前川; 制御工学, 3, 11 (1959)

- 7) 佐藤; 自動制御, **8**, 6 (1961)
- 8) 三富, 電磁クラッチ・ブレーキ, 日刊工業 (1967)
- 9) W. Oldenburg; Klepzig Fachber, **79**, 130 (1971)
- 10) H. Niederaur; Textilver, **1**, 630 (1966)
- 11) 川西, 豊野, 高岡; 制御工学, **6**, 118 (1962)
- 12) 栗林, 中島; 計測自動制御学会論文集, **6**, 4 (1970)
- 13) 中島, 栗林; 日本繊維機械学会論文集, **22**, 5 (1969)
- 14) 佐甲; オートメーション, **17**, 3 (1972)
- 15) 大島他, 制御工学ハンドブック, 朝倉書店 (1964)
- 16) 中島, 栗林; 摩擦車を用いた機械式無段変速機の動特性, 日本繊維機械学会論文集, **27**, 4 (1974)

【付 録】

文献(13)を参照して, ダンサ ローラの質量がない場合のダンサ ローラの検出特性を以下に計算する. その際走行材に むらがあると, むらが検出特性にどのように影響するかも示す.

ダンサ ローラの質量, 慣性モーメント を零とおくと, ダンサ ローラの検出特性は次の4式からなる基礎方程式により記述される.

$$x = \frac{1}{2} \int (v_i - v_o) dt + \frac{1}{2} z \dots\dots\dots [1]$$

$$T = -\frac{K}{2} x \dots\dots\dots [2]$$

$$\bar{T} + T = (\bar{k} + k) (\bar{z} + z) \dots\dots\dots [3]$$

$$\bar{k} + k = \frac{\kappa_o + \kappa_o}{\bar{l} + l} \dots\dots\dots [4]$$

それぞれの記号は本文中で定義した物理量を表わすものとする.

[3]式の右辺において, 変動項は一のついた項に比べ

て微小であるとし, 2次の微小量を見捨ると張力 T は近似的に

$$T \cong \bar{k}z + \bar{z}k \dots\dots\dots [5]$$

と表わせる. また[4]式の右辺の2項展開を行い, 同様にして2次以上の微小量を見捨るとばね定数 k は近似的に

$$k \cong \frac{1}{l} \kappa_o - \frac{\kappa_o^2}{\bar{l}} l \dots\dots\dots [6]$$

となる. ただし, 張力とばね定数の一のついた項の間には次の関係がある.

$$\bar{T} = \bar{k} \bar{z}, \quad \bar{k} = \frac{\bar{\kappa}_o}{\bar{l}} \dots\dots\dots [7]$$

[1], [2], [5], [6]式から, z, T, k を消去すると, ダンサ ローラの変位 x は近似的に

$$x \cong \left(\frac{1}{2} \frac{4\bar{k}}{4\bar{k} + K} + \frac{\bar{k}}{\bar{l}} \cdot \frac{2\bar{z}}{4\bar{k} + K} \right) \times \int (v_i - v_o) dt - \frac{\bar{k}}{\kappa_o} \cdot \frac{2\bar{z}}{4\bar{k} + K} \kappa_o \dots\dots\dots [8]$$

となる.

ここで次の定数, 変数を定義する.

$$\epsilon = \frac{1}{4\bar{k} + K} \left(\frac{4\bar{k}\bar{z}}{\bar{l}} - K \right) \dots\dots\dots [9]$$

$$\xi = -\frac{2\bar{k}\bar{z}}{\kappa_o(4\bar{k} + K)} \kappa_o \dots\dots\dots [10]$$

そうすると, [8]式は

$$x \cong \frac{1+\epsilon}{2} \int (v_i - v_o) dt + \xi \dots\dots\dots [11]$$

のように記述できる. [11]式において右辺第1項は走行速度差に対する項であり, 右辺第2項は走行材のむらに起因するランダム外乱を表わす.