4 種類 の 均 圧 ロ ー ル の 解 析

大阪府立大学 工学部 中 島 桑 男 (会員)

大阪府立大学 工学部 辻 尾 昇 三 (")

Analysis of the Effect of Four Types of Rubber-Covered Pressure Rollers Providing Uniform Load Distribution to a Mangle.

Kumeo Nakajima and Shozo Tsujio,

*College of Engineering, University of Osaka Prefecture,
Sakai-shi, Osaka.*

Abstract

There are many types of rubber-covered pressure rollers which provide nip uniformity by making the load distribution of a mangle uniform. In this paper, four types of rubber-covered pressure rollers are dealt with analytically. The first one is the pressure rollers supported at their central zone. The second one is a combination of a pressure roller mentioned above and a conventional roller supported at both ends. The third one is the so-called aqua-roller. The last one is rubber-covered rollers with a cambered covering, or with a cambered mandrel.

Flexural behavior of these four types of rubber-covered pressure rollers is analysed using the mathematical theory derived in an earlier paper. The following are conclusions obtained from the analytical investigations :

(1) The shape of the mandrel of rubber-covered pressure rollers providing a mangle with a uniform load distribution are found to be independent of the size and the elasticity of the rubber covering.

(2) Some factors of the mandrel shape must be determined with a sufficient accuracy. Otherwise, uniformity of load distribution is degraded considerably.

(3) The uniformity indexes of load distribution of four types of pressure rollers discussed in this paper and two types of covered rollers previously analysed by the authors are compared. They are listed below in a descending order of the uniformity index :

- 1) Rubber-covered rollers with a cambered covering or with a cambered mandrel,
- 2) an aqua-roller and a conventional covered pressure roller pressed together,
- 3) pressure rollers supported intermediately,
- 4) pressure rollers supported at the central zone,
- 5) moment compensation pressure rollers, and
- 6) a combination of pressure rollers of different supporting positions.

(4) There exist an amount and a shape of the surface camber of coverings and mandrels which provide a mangle with a rigorously uniform load distribution for any combination of rubber-covered pressure rollers.

(Received January 19, 1977)

摘 要

目 的 4種類の均圧ロールを先に筆者らが導入した基礎方程式を用いて解析し、設計指針を明らかにするとともに、他に2種類の均圧ロールをも加え、均圧効果の比較、検討を行なう。

成 果 (1) 均圧ロールの芯および軸の設計は、被覆層の選定と独立に行なえる。

(2) 均圧効果にかかわるパラメータの決定を正確に行なわなければ、均圧効果の著しい劣下を招く。

(3) 荷重均斉率を評価の規範にとり、均圧ロールの優劣を比較すると、以下の順になる。

1. クラウン付ロール
2. 浮遊ロール
3. 中間2点支持ロール
4. 中央支持均圧ロール
5. モーメント補償ロール
6. 組合せ均圧ロール

(4) いかなる組合せの被覆ロールにおいても、一様な荷重分布を与える被覆層の厚さ分布が存在する。またロール芯にクラウンを付ける方法によっても、一様な荷重分布が得られる。

(昭和52年1月19日受理)

1. 緒 言

繊維、製紙などの諸工業の生産工程において、被覆ロールは多数用いられている。製品の品質を一様にするためには、ロール幅方向の荷重分布の一様であることが要求される。この要求を満たすために各種の均圧ロールが考案され、実用に供せられている^{1,2)}。しかしこれらの均圧ロールをみると、必ずしも設計指針が明らかではない。また荷重分布の一様性が、どの程度達成されているのかも明確ではない。よって本報告では先に筆者らが導入した被覆ロールの軸方向の荷重分布を求める基礎方程式^{3,4)}を用いて、数種類の均圧ロールを解析し、設計指針を明確にするとともに、均圧効果の検討および相互比較を行なう。

筆者らは先に、クラウン付被覆ロール⁵⁾や中間2点支持ロール⁶⁾、モーメント補償ロール⁶⁾を解析したが、これら以外にも多種類の均圧ロールが存在する。それらの中からここでは、中央支持均圧ロール⁷⁾、組合せ均圧ロール⁷⁾、浮遊ロール^{1,2)}を選んで解析する。第1番目のロールは、中間2点支持ロールと同様、支持位置の変更によりロールのたわみを減少させ、均圧化をはかる方法である。第2番目と第3番目のロールは、2本のロールのたわみを添わすことにより、均圧化をはかる方法である。ほかに被覆層の厚さを変化させて均圧化をはかる方法もある。すなわちクラウンを付ける方法である。この方法の一般化^{2,3)}についても、若干の検討を加える。

2. 記 号

解析に用いる主な記号を以下に示す。各節において適宜に添字を付して追加する。

A : 積分定数 (4次元ベクトル)

B : 積分定数 (4次元ベクトル)

C : 積分定数 (4次元ベクトル)

D : 積分定数 (4次元ベクトル)

EI : ロール芯、軸などの曲げ剛性

k/u : 被覆層のばね定数

L : ロール幅の 1/2

L_1 : ロール軸受間距離の 1/2

L_2 : 中央部の軸の長さの 1/2

M : 曲げモーメント

P : ロールの軸受に作用する加圧力

$t(x)$: ロール芯のクラウン量

$u, u(x)$: 被覆層の厚さ

$v(x)$: 二つの被覆層の接触境界の変形量

$w(x)$: 分布荷重

$w_{\max}$: $w(x)$ の最大値

$w_{\min}$: $w(x)$ の最小値

$\bar{w} = P/L$

x : ロール軸方向の座標

$y(x), \hat{y}(x), \tilde{y}(x)$: ロール芯のたわみ

$\bar{y} = \bar{w}/(k/u)$

$z(x)$: 被覆層の圧縮時の厚さ

β : 曲げ剛性の比

λ : 被覆ロールの特性数

$\xi = x/L$

$\sigma_1 = (L_1 - L)/L$

$\sigma_2 = L_2/L$

$\emptyset$: 関数記号

ψ : 関数記号

3. 中央支持均圧ロールの解析

中央支持均圧ロール^(註)には種々の構造のものがあるが、ここでは比較的構造の簡単な図1に示すような上下

図1 中央支持均圧ロール
(①ロール芯, ②軸)

対称のロールを解析する。図1において被覆層の巻かれている円筒部分①をロール芯と呼び、このロール芯を支持し、かつ軸受部で支持される部分②を軸と呼ぶ。次節以降の被覆ロールに関しても同様の呼び方をする。

中央支持ロールのロール芯と軸とは、ロールの中央部において はめあいによって結合されている。したがってこの部分の応力状態は極めて複雑である。これを厳密に取扱おうとすれば、単純な線形理論ではとうてい取扱い得ないものである。本報告ではこの部分の取扱いの困難さを避けるために、ロール芯と軸とは一体であるものとみなす。このように考えることによってロール芯と軸との はめあい部分にも単純な線形理論の適用が可能となり、取扱いは容易となる。

他方中央支持ロールにおいては、中央の はめあい部分の長さはロール幅全体に比べて十分に小さい。したがってもしこの部分に単純な線形理論が適用できない場合であっても、ロール全体を巨視的にみた場合、その影響はそれほど顕著なものとは思われない。以上の二つの理由により本報告では中央の はめあい部分を単純化して取扱う。

基礎方程式を導くにあたって、つぎの仮定を置く。

(1) ロール芯および軸を はりとみなし、曲げによる たわみのみを考える。曲げをこれらのみで受ける。またロール芯の断面の変形はないものとする。

(2) 被覆層の圧縮特性を、線形ばねとする。

(3) ロール幅と働き幅とは同じとする。

(4) ロールはその中央平面に関して、左右対称とする。

(5) 軸受部は、単純支持とする。

(6) ロール芯と軸との結合部分は、一体として変形するものとみなす。

以上の仮定のもとにこのロールの等価力学モデルを、図2のように定める。ただし中央支持均圧ロールは、上下対称なロールであることを考慮し、図2ではモデルの

図2 中央支持均圧ロールの等価力学モデル

下半分のみを示している。ロール幅を $2L$ 、軸受間距離を $2L_1$ とし、軸受にはそれぞれ P なる加圧力が作用するものとする。また軸の中央部の長さを $2L_2$ とする。一方、ロール芯の曲げ剛性を $E_1 I_1$ 、軸の中央部の曲げ剛性を $E_2 I_2$ 、被覆層の厚さを u 、そのばね定数を k/u で示す。分布荷重 w が作用したときの被覆層の厚さを z とする。図2のように座標系をとり、位置 x におけるロール芯のたわみを $y(x)$ とする。

以上の記号と図2の座標系とを用いれば、この系をつぎのように記述することができる。

$$\left. \begin{aligned} (E_1 I_1 + E_2 I_2) \frac{d^4 y(x)}{dx^4} &= w(x), |x| \leq L_2 \\ E_1 I_1 \frac{d^4 y(x)}{dx^4} &= w(x), L_2 \leq |x| \leq L \end{aligned} \right\} \dots\dots (1)$$

$$w(x) = \frac{k}{u} \{u - z(x)\} \dots\dots\dots (2)$$

$$y(x) = z(x) - z(L) \dots\dots\dots (3)$$

ただし中央部以外の軸の曲げは、強度を調べるという目的に対しては取扱う必要があるが、被覆ロールの荷重分布を調べるという目的に対しては、仮定(5)より直接的に取扱う必要はない。よって中央部以外の軸の曲げは、(1)式において省略してある。

以下(1)~(3)式を用いて、被覆ロールの荷重分布を求める。(2)、(3)式を(1)式に代入し、

$$\xi = x/L$$

を用いて、独立変数を変換すれば、被覆ロールの曲げの基礎方程式

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^4 z(\xi)}{d\xi^4} &= 4\lambda'^4 \{u - z(\xi)\}, |\xi| \leq \sigma_2 \\ \frac{d^4 z(\xi)}{d\xi^4} &= 4\lambda'^4 \{u - z(\xi)\}, \sigma_2 \leq |\xi| \leq 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

が得られる。ただし

$$\left. \begin{aligned} \beta &= E_2 I_2 / E_1 I_1 \\ \sigma_2 &= L_2 / L \\ \lambda &= \left(\frac{k/u}{4E_1 I_1 / L^4} \right)^{\frac{1}{4}} \\ \lambda' &= \lambda / (1 + \beta)^{\frac{1}{4}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

(4)式の解は容易に求まって、

$$\left. \begin{aligned} u-z(\xi) &= \bar{y} \cdot \phi(A, \lambda', \xi), |\xi| \leq \sigma_2 \\ u-z(\xi) &= \bar{y} \cdot \phi(B, \lambda, \xi), \sigma_2 \leq \xi \leq 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

である。ただし

$$\bar{y} = \bar{w}/(k/u), \quad \bar{w} = P/L$$

A, B は積分定数をベクトル表示したもので、

$$A = (A_1, A_2, A_3, A_4)$$

$$B = (B_1, B_2, B_3, B_4)$$

であり、関数 ϕ は、次式で定義したものである。

$$\begin{aligned} \phi(A, \lambda, \xi) &= A_1 \psi_1(\lambda, \xi) + A_2 \psi_2(\lambda, \xi) \\ &\quad + A_3 \psi_1(\lambda, \xi) + A_4 \psi_2(\lambda, \xi) \\ \psi_i(\lambda, \xi) &= (1/\sqrt{2}) \{ (-1)^{i-1} \cos \lambda \xi \sinh \lambda \xi \\ &\quad + \sin \lambda \xi \cosh \lambda \xi \} \\ \dot{\psi}_i(\lambda, \xi) &= -\frac{d}{d\xi} \psi_i(\lambda, \xi), \quad i=1, 2 \end{aligned}$$

被覆ロールの荷重分布は、(6)式を(2)式に代入することによって、つぎのように求められる。

$$\frac{w(\xi)}{w} = \begin{cases} \phi(A, \lambda', \xi), & |\xi| \leq \sigma_2 \\ \phi(B, \lambda, \xi), & \sigma_2 \leq \xi \leq 1 \end{cases} \dots\dots\dots (7)$$

つぎに境界条件を考える。仮定(4)より

$x=0$ において

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d^3y}{dx^3} = 0$$

$x=L_2$ において たわみおよび傾斜は一致すること、またモーメントおよび力は平衡していることを考慮すれば、

$x=L_2$ において

$$y_- = y_+$$

$$\frac{dy_-}{dx} = \frac{dy_+}{dx}$$

$$(E_1 I_1 + E_2 I_2) \frac{d^2 y_-}{dx^2} = E_1 I_1 \frac{d^2 y_+}{dx^2} - P(L_1 - L_2)$$

$$(E_1 I_1 + E_2 I_2) \frac{d^3 y_-}{dx^3} = E_1 I_1 \frac{d^3 y_+}{dx^3} + P$$

ただし

$$y_{\pm} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0, \varepsilon > 0} y(L_2 \pm \varepsilon)$$

ロール芯の端は自由であるから、

$x=L$ において

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d^3 y}{dx^3} = 0$$

積分定数の数は8個であるから、それらは上の8個の式より定まる。(3)式を用いて、上の境界条件を z に関する式に変換し、これに(6)式を代入すれば、積分定数 A, B に関する線形方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} A_3 &= A_4 = 0 \\ \phi(A, \lambda', \sigma_2) - \phi(B, \lambda, \sigma_2) &= 0 \\ \phi^{(1)}(A, \lambda', \sigma_2) - \phi^{(1)}(B, \lambda, \sigma_2) &= 0 \\ (1+\beta)\phi^{(2)}(A, \lambda', \sigma_2) - \phi^{(2)}(B, \lambda, \sigma_2) &= 4\lambda^4(1+\sigma_1-\sigma_2) \\ (1+\beta)\phi^{(3)}(A, \lambda', \sigma_2) - \phi^{(3)}(B, \lambda, \sigma_2) &= -4\lambda^4 \\ \phi^{(2)}(B, \lambda, 1) - \phi^{(3)}(B, \lambda, 1) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

ただし

$$\sigma_1 = (L_1 - L)/L$$

$$\phi^{(i)} = \frac{d^i}{d\xi^i} \phi, \quad i=1, 2, 3$$

(8)式の解が求められれば、荷重分布が定められるが、これを解析的に解くことは容易ではない。よって以下では(8)式を数値的に解き、中央支持均圧ロールの荷重分布を考察する。

荷重分布を調べる前に、系を支配するパラメータを考察しておく。(7)、(8)式を調べると、系を支配するパラメータは、

$$\beta, \sigma_1, \sigma_2, \lambda$$

である。 β は軸の中央部の曲げ剛性とロール芯のそれとの比である。 σ_1 はロール芯の端から軸受までの長さを表わす。ロールの構造上の制約から、これらの値はある程度決まっている。他方 σ_2 は軸の中央部の長さを表わし、 λ は被覆層のばね定数とロール芯の曲げ剛さとの比を表わす。よって σ_2 と λ とは、比較的自由に選定できる設計パラメータである。

最初にパラメータ σ_2 の選択によって、荷重分布がいかなる挙動を示すかを調べる。 $\lambda=0.6, \beta=1.0, \sigma_1=0.2$ の場合の荷重分布を、図3に示す。図中 $\sigma_2=0$ は、中央1点支持ロールに相当する。 σ_2 の値が0.2より若干小さいところで、荷重分布は極めて滑らかとなる。 σ_2 の値がこれより大きくても小さくても、荷重分布の軸方向の変化は増加する。また荷重分布の傾向も、この σ_2 の

図3 中央支持均圧ロールの荷重分布

値を境にして変化する。

以上は λ が0.6の場合である。他の λ の値についても同様のことを調べるために、荷重均斉率(w_{min}/w_{max})を計算し、図4に示す。本図によれば、荷重均斉率を最大にする σ_2 の値は、 λ によってほとんど変化せず、おおむね0.18であることがわかる。

図4 中央支持均圧ロールの荷重均斉率

荷重均斉率を最大にする σ_2 の値が、 λ に関してほとんど独立に定まるということは、実質的な意味において重要である。すなわち中央支持均圧ロールの軸の構造は、被覆材の選択と切離して設計できるということである。しかし σ_2 を最適に決めたときの荷重均斉率の最大値は、 λ によって変化するから、被覆材の弾性の決定にあたっては、ロール芯の曲げ剛さを考慮しなければならない。

図4において今一つ注意すべきことは、荷重均斉率が最大値をとる近傍の曲線が、急峻な形をしていることである。これは、 σ_2 の最適値をかなり正確に決めなければ、荷重均斉率が著しく低下し、均圧効果が著しく劣下することを意味する。 λ の値の小さいときには、曲線の

図5 中央支持均圧ロールの最適なパラメータの組合せ

傾きは比較的緩やかであるから、 σ_2 の値のずれによる均圧効果の劣下は小さい。この点でも λ は可能な限り小さくすべきである。

図4に用いた計算結果によれば、 $\lambda=0.6$ のとき中央支持均圧ロールの荷重均斉率は、0.993である。 $\lambda=0.6$ 、 $\sigma_1=0.2$ の場合の両端支持ロールの荷重均斉率は、0.857である。これらの荷重均斉率を比較するだけでも、中央支持均圧ロールの優れていることがわかるであろう。

最後に設計の便利のため β と σ_1 との組合せに対して、 σ_2 の最適値を示しておく。図5は、 $\lambda=0.6$ に対してこれを示したものであるが、一般の λ に対しても先に述べた理由により、この組合せを使用することができる。

4. 組合せ均圧ロールの解析

組合せロールという名称を一般的に使用すれば、異種類のロールの組合せを意味するが、本節では両端支持ロールと中央支持ロールとを組合せた場合に、意味を限定して使用する。

普通一般に用いられている両端を支持したロールどうしの加圧では、被覆層の厚さが一樣である限り、必ず中央部の低い荷重分布が得られる。これに対して中央部の高い荷重分布を与えるものとして、前節で取上げた中央支持ロールがある。この二つのロールを組合せると、互いに逆傾向の荷重分布が相殺されて、荷重分布の一樣化が期待できる。

組合せ均圧ロールの概略を、図6に示す。前節の仮定をすべて本節の仮定として引継ぐ。また等価力学モデルを、図7のように定める。組合せ均圧ロールは、上下非対称なロールであるから、取扱いは若干複雑である⁴⁾。両端支持ロールのロール芯の曲げ剛性を E_0I_0 、中央支持ロールのロール芯の曲げ剛性を E_1I_1 、また中央支持ロールの中央部の軸の曲げ剛性を E_2I_2 とする。被覆層のばね定数 k/u 、被覆層の厚さ u 、その圧縮時の厚さ z 、ロール芯のたわみ y 、 $\hat{y}$ (図7参照)については、添字1を両端支持ロールに、添字2を中央支持ロールに付し、区別する。

図6 組合せ均圧ロール

$$\left. \begin{array}{l} A_3=A_4=0 \\ C_1=C_3=0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

が得られる。(15)の最後の4式からは、

$$\left. \begin{array}{l} D_1=2\lambda_0^4/3 \\ D_2=-2(1+\sigma_1)\lambda_0^4 \\ \phi^{(2)}(B, \lambda, 1)=4\sigma_1\lambda_0^4 \\ \phi^{(3)}(B, \lambda, 1)=-4\lambda_0^4 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

$x=L_2$ における境界条件を用いると、

$$\left. \begin{array}{l} \phi(A, \lambda', \sigma_2)=\phi(B, \lambda, \sigma_2) \\ \phi^{(1)}(A, \lambda', \sigma_2)=\phi^{(1)}(B, \lambda, \sigma_2) \\ \frac{1+\beta+\beta'}{1+\beta'}\phi^{(2)}(A, \lambda', \sigma_2) \\ \quad =\phi^{(2)}(B, \lambda, \sigma_2)+\frac{4\lambda_0^4}{\beta_0}(1+\sigma_1-\sigma_2) \\ \frac{1+\beta+\beta'}{1+\beta'}\phi^{(3)}(A, \lambda', \sigma_2) \\ \quad =\phi^{(3)}(B, \lambda, \sigma_2)-\frac{4\lambda_0^4}{\beta_0} \\ C_2=0 \\ \frac{\beta_0\beta}{1+\beta'}\left\{\frac{11}{y}-\phi(A, \lambda', \sigma_2)\right\} \\ \quad =\phi_0(D, \sigma_2)-\frac{1+\beta_0}{1+\beta'}C_4 \\ \frac{\beta_0\beta}{1+\beta'}\phi^{(1)}(A, \lambda', \sigma_2)=-\phi_0^{(1)}(D, \sigma_2) \end{array} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

が得られる。(18)式は、本来8式しなければならないが、この中に(17)の第1式が含まれていたため、1式を省略してある。したがって7式しかない。(16)の第1, 2式, (17)の第3, 4式および(18)の第1~4式を連立させて解けば、 A, B は求められる。しかし残りの7式からは、 C, D は求められない。これは、幾何学的な条件が欠けているからで、(9)の最後の2式のいずれか1式を追加すれば、 C も D も完全に求められる。いずれにしても、 A, B は求められるので、(14)式から荷重分布が定まる。

以上の解析から組合せ均圧ロールの荷重分布が求められるので、以下に若干の数値計算結果を示し、検討する。系の挙動を規定するパラメータは、

$$\beta_0, \beta, \sigma_1, \sigma_2, \lambda_0$$

である。特性数 λ_0 は、両端支持ロールの曲げ剛さと、二つのロールの被覆層のばね定数の直列結合との比によって表わされる。したがってパラメータ系に λ_0 をとっているということは、両端支持ロールを基準に考えていることを意味する。 $\beta_0, \sigma_2, \lambda_0$ は、自由に選択できるパラメータである。特に β_0 と σ_2 とは、中央支持ロールの構造を決めるための重要な設計パラメータである。 β, σ_1 は、前節で言及したようにロールの構造の制約から自由に選択できない。

最初に組合せ均圧ロールの荷重分布を調べる。 $\lambda_0=0.6$, $\beta=1.0$, $\sigma_1=0.2$ とし、 $\beta_0=0.3$ の場合の荷重分布を図8に示す。 σ_2 の値が小さければ中央の高い荷重分布が、 σ_2 の値が大きければ両端の高い荷重分布が得られる。 σ_2 の値が0.05より若干小さいところで、荷重分布は非常に滑らかになる。また本図によれば、 σ_2 の変化に伴う荷重分布の変動は、極めて大きいことがわかる。

図8 組合せ均圧ロールの荷重分布 (σ_2 の影響)

つぎに $\sigma_2=0.05$ と取った場合に、 β_0 に対する荷重分布の挙動を調べる。これを図9に示す。図によれば β_0 の値の大小は、 σ_2 の値の大小と同様な効果のあることがわかる。以上の荷重分布の傾向は、中央支持ロールの支持位置と2本のロールの曲げ剛性の比とを考察すれば、容易に理解し得る。

図9 組合せ均圧ロールの荷重分布 (β_0 の影響)

上述の考察より β_0 と σ_2 とを適当に選択すれば、荷重分布は極めて滑らかになることがわかった。そこで荷重分布の一様性を評価する規範として、前節でも用いた荷重均斉率を採用し、これの最高値を与える β_0 と σ_2 との組合せを考察する。 β_0 をパラメータとして荷重均

斉率の最大値と、それを与える σ_2 の値（最適値と呼ぶ）とを図10に示す。

(1) 荷重均斉率

(2) σ_2 の最適値

図10 組合せ均圧ロールの荷重均斉率と σ_2 の最適値 ($\beta=1.0$, $\sigma_1=0.2$)

図10の(1)によれば、荷重均斉率の最高値は、 $\beta_0=0.3$ 付近に得られることがわかる。また図10の(2)によれば、このときの σ_2 の値は、 $\lambda_0 \leq 0.8$ において 0.042～0.043 の範囲にある。要するに荷重均斉率を最高とする β_0 と σ_2 との組合せが存在することがわかる。また図10によれば、このような β_0 と σ_2 との組合せは、 $\lambda_0 \leq 0.8$ の範囲においてほとんど変化しない。このことは前節でも指摘したように、実際の意味において重要である。すなわち組合せ均圧ロールの芯および軸の構造を、被覆材の選定と独立に設計することができるということである。また先の荷重分布の考察で述べたように、組合せロールの芯と軸との設計において、 β_0 の値と σ_2 の値とを正確に決定しなければ、均圧効果は著しく劣下することを注意しておく。

以上の諸結果は、 $\beta=1.0$, $\sigma_1=0.2$ の場合のものである。 β と σ_1 とがこの値と異なる場合には、 β_0 と σ_2 との最適な組合せはもちろん変化する。定性的に言えば、

σ_1 が大きくなると両端支持ロールのたわみが大きくなるから、中央支持ロールのたわみも、これに添うように大きくしなければならぬ。したがって σ_2 を小さくするか、 β_0 を小さくする必要がある。他方 β が小さくなると、中央支持ロールの中央部のたわみが大きくなり、また全体のたわみも増す。したがって中央支持ロールの中央部のたわみを小さくするために σ_2 を小さくするか、中央支持ロールの全体のたわみ量を大きくし、中央部の荷重を増加させるために β_0 を小さくしなければならない。これ以上の議論は行なわないが、必要な場合には本節の解析結果の数値計算を進めれば、容易に目的は達せられる。

5. 浮遊ロールの解析

浮遊ロールは、図11に示したように、小径ロールの外半円周上に静水圧を作用させ、この力で小径ロールを両端支持の大径ロールに押し付ける構造のものである。よってその等価力学モデルは、等分布荷重の作用を受ける自由ロールと、両端支持ロールとの組合せロールである(図12参照)。直観的に明らかなように、自由ロールと両端支持ロールとの曲げ剛性の比が、荷重分布に大きな影響を及ぼす。以下では2本のロールの曲げ剛性の比が、荷重分布に及ぼす影響を調べる。

図11 浮遊ロール

図12 浮遊ロールの等価力学モデル

3節の仮定のうち不必要の(6)を除いて、本節の仮定とする。本節で使用する記号は、特に断わらない限り前節で定義したものをそのまま使用する。自由ロールに作用する等分布荷重を $\bar{w}$ とすると、系を記述する方程式系は、(9)式の最初の3式を次式と置換した方程式系で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} E_0 I_0 \frac{d^4 y_1(x)}{dx^4} &= w(x), |x| \leq L \\ E_1 I_1 \frac{d^4 y_2(x)}{dx^4} &= \bar{w} - w(x), |x| \leq L \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

(11)の最初の2式に対応する z に関する微分方程式を求めると、

$$\frac{d^4 z(\xi)}{d\xi^4} = 4\lambda^4 \{u - \beta_1 \bar{y} - z(\xi)\}, |\xi| \leq 1 \dots\dots\dots (20)$$

である。ただし、

$$\beta_1 = \frac{E_0 I_0}{E_0 I_0 + E_1 I_1} = \frac{1}{1 + \beta_0}$$

(20)式の解は、

$$u - \beta_1 \bar{y} - z(\xi) = \bar{y} \cdot \phi(A, \lambda, \xi) \dots\dots\dots (21)$$

であるから、荷重分布は、

$$\frac{w(\xi)}{\bar{w}} = \beta_1 + \phi(A, \lambda, \xi) \dots\dots\dots (22)$$

で与えられる。

境界条件は、(15)の最初の4式と最後の4式とで与えられる。これを(10)の第1式を用いて z に関する境界条件に書換えると、

$$\left. \begin{aligned} x=0 \text{ において} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{d^3 z}{dx^3} = 0 \\ x=L \text{ において} \\ \frac{d^2 z}{dx^2} = -\frac{P}{E_0 I_0} (L_1 - L) \\ \frac{d^3 z}{dx^3} = \frac{P}{E_0 I_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

となる。

(21)式を(23)の第1式、第2式に代入すると、

$$A_3 = A_4 = 0$$

が、ただちに求められる。(23)の残りの2式から、 A_1 、 A_2 も容易に求められる。これらを(22)式に代入すると荷重分布は、

$$\begin{aligned} \frac{w(\xi)}{\bar{w}} &= \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{\psi_1(\lambda) \dot{\psi}_1(\lambda) + \psi_2(\lambda) \dot{\psi}_2(\lambda)} \\ &\times [\dot{\psi}_1(\lambda) \dot{\psi}_1(\lambda, \xi) + \dot{\psi}_2(\lambda) \dot{\psi}_2(\lambda, \xi) \\ &- 2\lambda^2 \sigma_1 \{\psi_2(\lambda) \dot{\psi}_1(\lambda, \xi) - \psi_1(\lambda) \dot{\psi}_2(\lambda, \xi)\}] \dots\dots (24) \end{aligned}$$

のように求められる。ただし

$$\beta_2 = 1 - \beta_1$$

$$\psi_i(\lambda) = \psi_i(\lambda, 1), \dot{\psi}_i(\lambda) = \dot{\psi}_i(\lambda, 1), \quad i=1, 2$$

以上で浮遊ロールの荷重分布が求められたので、両端支持ロールを基準にして、浮遊ロールの挙動を考察する。パラメータは、以下のようにとる。

$$\beta_0, \sigma_1, \lambda_0$$

いま $\lambda_0 = 0.6$ 、 $\sigma_1 = 0.2$ ととった場合の荷重分布を、図13に示す。第3節、第4節で示した荷重分布と比較して、 $\beta_0 < 0.001$ でないと荷重分布の変化は小さくならないことがわかる。

図13 浮遊ロールの荷重分布

$\beta_0 = \infty$ は、 λ_0 なる両端支持ロールを剛体壁に押し付けた場合である。換言すれば λ_0 なる両端支持ロールどうしを、加圧した場合である。したがって浮遊ロールの荷重分布は、 λ_0 なる上下対称の両端支持ロールの荷重分布より、常に一様化を保障されている。

β_0 が荷重分布の一様化に及ぼす影響を調べるために、荷重均斉率を図14に示す。 β_0 の値が0.001以下であれば、広範囲の λ_0 に対して荷重分布の一様化は良好である。しかしより高い精度の一様化を望むのであれば、 β_0 を0.0001以下にすべきである。ただし β_0 の値が小さくなればなるほど、ニップの圧力分布が急峻になるから、使用目的にあわせて適当な β_0 の値を選ぶ必要がある。

図14 浮遊ロールの荷重均斉率

6. 一様分布荷重を与える被覆層の厚さ分布とロール芯のクラウン分布

ロール芯にはたわみが生じるので、一定厚さの被覆層を使用する限り、一様な荷重分布は得られない。これを避けるために被覆層の厚さを変える方法、いわゆるクラウンを付ける方法がよく用いられる。筆者らは先に上下対称なロールに対して、一様な荷重分布を与える被覆層の厚さ分布を求めた³⁾。ここでは先の方法を拡張し、任意の被覆ロールの組合せに対して、一様な荷重分布を与える被覆層の厚さ分布を求めることにする。また被覆層が多層の場合についても考察する。

最初に単層の被覆ロールを考える。一様な分布荷重の設計値を $\bar{w}$ とする。2本のロール芯の曲げの式は、

$$E_1 I_1 \frac{d^4 y_1}{dx^4} = \bar{w}, \quad E_2 I_2 \frac{d^4 y_2}{dx^4} = -\bar{w}$$

で与えられる。ただし $E_1 I_1$ 、 $E_2 I_2$ はそれぞれのロールのロール芯の曲げ剛性である。これらを被覆ロールの境界条件を与えて解くと、たわみ y_1 、 y_2 は、

$$y_i(\xi) = (-1)^{i-1} \frac{\bar{w} L^4}{E_i I_i} \tilde{y}_i(\xi), \quad i=1, 2, \dots (25)$$

のように求めることができる。ここに $\tilde{y}_i(\xi)$ は、境界条件によって決まり、たわみを表す無次元関数である。(9)の第4式から第9式より被覆層の厚さ分布は、

$$u_i(\xi) - u_i(1) = \frac{(-1)^{i-1}}{1 - \bar{w}/k_i} \{y_i(\xi) - v(\xi)\}, \quad i=1, 2, \dots (26)$$

のように求めることができる。

上式から明らかなように、厚さ分布中の $v(\xi)$ は自由に選べる。実用上は、 $v(\xi) \equiv 0$ が望ましいが、片方のロールの被覆層のみにクラウンを付けたい場合には、 $v = y_2$ と置けばよい。 v を決めたとしても、(26)式は厚さ分布そのものを与えず、被覆層のふくらみ分布しか与えない。 $u_i(1)$ は他の条件、たとえば実用上重要な接触幅などから決定することができる。

被覆層が多層の場合にも同様の計算を行えばよい。多層ロールの場合には、分布荷重と被覆層の圧縮量との関係は、次式で与えられる⁴⁾。

$$w_i = \frac{k_i^j}{u_i^j} (u_i^j - z_i^j) \dots (27)$$

ただし添字の i, j の値は、つぎの組合せに従ってとらるものとする。

$$\begin{aligned} i=1 \text{ の場合} & \quad j=1, 2, \dots, m \\ i=2 \text{ の場合} & \quad j=1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

いま(27)式を、

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{k_1}{u_1}\right)^{-1} &= \sum_{j=1}^m \left(\frac{k_1^j}{u_1^j}\right)^{-1}, \quad \left(\frac{k_2}{u_2}\right)^{-1} = \sum_{j=1}^n \left(\frac{k_2^j}{u_2^j}\right)^{-1} \\ u_1 &= \sum_{j=1}^m u_1^j, \quad u_2 = \sum_{j=1}^n u_2^j \\ z_1 &= \sum_{j=1}^m z_1^j, \quad z_2 = \sum_{j=1}^n z_2^j \end{aligned} \right\} \dots (28)$$

なる変換式を用いて書き換えると、(9)の第4式、第5式とまったく同じ2式が得られる。したがって被覆層の厚さ分布も(26)式で与えられる。式中 u_i, k_i は、(28)式で定義されたものを用いなければならない。

多層の場合には $v \equiv 0$ としても、 $i=1, 2$ に対して $u_i^j - u_i^j(1)$ は、それぞれ $(m-1)$ 個および $(n-1)$ 個任意に定めることができる。ロールの製作方法などを考えると、最外層の被覆層以外は一律な厚さとして、最外層のみをふくらませる方法をとるべきであろう。

以上要するにいかなる被覆ロールにおいても、被覆層の厚さ分布を(26)式に従って変化させることにより、荷重分布を一様にするができる。 $v \equiv 0$ の場合には被覆層のふくらみ分布は、一様な分布荷重を受けるロール芯のたわみ分布と一致する。ふくらみの最大値は、(25)式、(26)式よりロール芯のたわみ量と、荷重 $\bar{w}$ を受ける被覆層のひずみ量 $\bar{w}/k_i$ とによって決まる。(25)式、(26)式には $\bar{w}$ が陽に入っているので、 $\bar{w}$ を与える設計値以外の加圧力 P でロールを使用した場合、一様な荷重分布は得られない。

つぎにロール芯もしくはロール芯に巻かれたエポナイト層にクラウンを付ける方法を考察しよう。上述の従来からある被覆層にクラウンを付ける方法に対して、Parish⁵⁾は、ロール芯もしくはロール芯に巻かれたエポナイト層にクラウンを付ける方法を提案している。この方法によれば、被覆層の外径は一定でよく、従来のクラウン法のように被覆層の再研削時にクラウンを付け直す必要はない。以下にロール芯のクラウン曲線を求める。

計算の簡単化のために、上下対称なロールを考えるが、上下非対称なロールへの一般化は容易である。ロール芯のクラウン量は小さいので、ロール芯の曲げ剛性は一定とする。一般に曲げ剛性の変化は、たわみ曲線の形状にそれほど大きな影響を与えないことを考慮すれば、この仮定は妥当であろう。もちろんエポナイト層にクラウンを付ける場合には上の仮定は正しい。

図15に示したように、ロール芯のクラウン量を $t(\xi)$ とすれば、被覆層の厚さは、

$$u(\xi) = u(1) - t(\xi)$$

と表現でき、圧縮時の被覆層の厚さは、

$$z(\xi) = z(1) - t(\xi) + y(\xi)$$

と表現できる。また分布荷重と被覆層の圧縮量との関係

図15 ロール芯のクラウン

より,

$$\frac{\bar{w}}{k} = \frac{u(\xi) - z(\xi)}{u(\xi)} = \frac{u(1) - z(1)}{u(1)}$$

が得られる。上の4式から u, z を消去すると,

$$t(\xi) = \frac{k}{w} y(\xi)$$

これに(25)式の y を代入すれば,

$$t(\xi) = \frac{kL^4}{EI} \tilde{y}(\xi) \quad \dots\dots\dots (29)$$

が得られる。

(29)式によれば、ロール芯のクラウン量は、ロール芯の曲げ剛さ、被覆層の弾性およびロールの境界条件によって決まり、被覆層の厚さや設計分布荷重には無関係である。これは任意の加圧力 P に対して、常に様な荷重分布が得られることを意味し、従来のクラウン法の欠点を克服した優れた性質である。しかし一般の被覆材料に対して k を決定することは容易ではなく、また加圧力 P によって k が変化することも考えられる。実用化において解決しなければならない困難な問題点も多数あるが、検討に値する。

7. 均圧ロールの比較

被覆ロールは種々の工程に用いられているから、要求される性能も様々である。しかし第一に要求される性能は、荷重分布の一樣性であろう。この観点から各種均圧ロールの荷重分布の一樣性を比較、検討する。荷重分布の一樣性を評価する規範として多数のものが考えられるが、本節でも荷重均斉率を採用する。

比較の対象とするロールは、これまでの節で解析した4種類の均圧ロールと、先に報告した中間2点支持ロール⁶⁾、モーメント補償ロール⁶⁾の計6種類とし、各ロールの最適設計の場合について比較する。以上の6種類の均圧ロールの荷重均斉率を、 λ あるいは λ_0 に対して示したものが、図16である。

また本図には、均圧ロールと普通ロールとを比較するために、両端支持ロールと中央1点支持ロールとの荷重均斉率をあわせ示してある。図16において軸を有するすべてのロールは、 $\sigma_1=0.2$ 、中央支持ロールは、 $\beta=1$ としている。浮遊ロールについては、 $\beta_0=0.0001$ にとっ

図16 均圧ロールの荷重均斉率の比較

ている。

図16は各種のロールの荷重分布の一樣性のちがいを極めて明白に示している。ここに取上げた6種類の均圧ロールは、普通一般に使用されている両端支持ロールよりも、一応は良好な均圧効果を示している。しかしおのこの均圧ロール間の荷重均斉率の差は小さくない。比較のため荷重均斉率の大きいロールから順番に並べると、

1. クラウン付ロール
2. 浮遊ロール
3. 中間2点支持ロール
4. 中央支持均圧ロール
5. モーメント補償ロール
6. 組合せ均圧ロール

のようになる。

クラウン付ロールは、すべての λ に対して様な荷重分布が得られ、この点は他の均圧ロールにない特長である。浮遊ロールは、自由ロールの曲げ剛性を、両端支持ロールのそれと比較して充分に小さくしておけば、クラウン付ロールに次いで、非常に優秀な均圧ロールである。

中間2点支持ロールは、前二者に比べて若干荷重均斉率は劣る。しかし $\lambda \leq 0.8$ では、その差は僅少である。中間2点支持ロールはあまり使用されていないようであるが、荷重均斉率で評価する限り、検討の余地があるものと考えられる。

以上の三者の均圧ロールから若干劣って、中央支持均圧ロール、モーメント補償ロール、組合せ均圧ロールと続く。これらは同程度の荷重均斉率を持つロールの集団を構成している。これらのうち中央支持均圧ロールと組合せ均圧ロールとは、多くの実際的な長所を有する。たとえば組合せ均圧ロール方式を、稼動中の普通の両端支持ロールに採用すれば、1本のロールを交換するだけで、普通ロールを均圧ロールに改善することができる。

以上布を考えず、左右対称な場合について、荷重分布

の一樣性のみに注目して、均圧ロールを評価したが、布幅の影響や左右非対称要因の影響など、他にも検討すべき多くの問題点がある。また実際に製作し使用するためには、なお多数の実用上の問題点を解決しなければならないであろう。これら諸事項を総合してはじめて均圧ロールの評価が決まるが、これ以上の議論は本論文の目的外であるので取上げない。

つぎにロールの構成について若干比較しておく。中間2点支持ロール、中央支持均圧ロール、モーメント補償ロールは、上下対称なロールである。一方浮遊ロール、組合せ均圧ロールは、その構成上必然的に上下非対称なロールとなる。また浮遊ロールとモーメント補償ロールとは、均圧化のための特別な機構が必要である。その他のロールは、特別な均圧化機構を必要としない。

最後に浮遊ロール以外の均圧ロールでは、均圧化にかかわるパラメータの値を、極めて正確に決定しなければ、均圧効果の著しい劣下を招くことを注意しておく。

8. 結 言

4種類の均圧ロールを解析し、他に2種類の均圧ロールをも加えて比較、検討を行なった。その結果を要約すると、

- (1) 均圧ロールの芯および軸の設計は、被覆層の選定と独立に行なえる。
- (2) 均圧効果にかかわるパラメータの決定を極めて正確に行なわなければ、均圧効果の著しい劣下を招く。
- (3) 荷重均斉率を評価の規範にとり、均圧ロールを評価すれば、以下の順序になる。

1. クラウン付ロール
2. 浮遊ロール
3. 中間2点支持ロール
4. 中央支持均圧ロール
5. モーメント補償ロール
6. 組合せ均圧ロール

(4) ロール芯にクラウンを付ける方法は、任意の加圧力に対して、一様な荷重分布を与える。

(5) いかなる組合せの被覆ロールにおいても、一様な荷重分布を与える被覆層のクラウン分布が存在する。

以上の結果は、三次元的に取扱うべき問題を、二次元

問題と二次元問題とに分離して、後者を解析して得られたものである。したがって二次元的な問題、たとえばニップ幅、ニップ圧力などは取扱っていない。均圧ロールの評価を、分布荷重を用いて行なえるかどうかは、絞り機構の解明の今後に待たねばならない。しかし巨視的な立場からの議論としては妥当なものであろう。

一方、染色工程における染色むらなどは、ロールの荷重分布の一樣化のみによって達成できるものではない。乾燥工程の特性をも考慮に入れなければならないこともある。この場合被覆ロールの荷重分布を、積極的にある分布に設定したいということもあり得る。このようなときにも本論文で述べた解析方法を使用すれば、極めて見通しよく種々の場合を検討でき、有効な設計指針を得ることができるであろう。

最後に本報告の解析結果は、第3節において設けた仮定のもとに成立するものであることを注意しておく。特に仮定(6)は、先にも言及したように実際の中央支持ロールに対して成立し得ない可能性がある。これを厳密に取扱った場合、筆者らが導入した基礎方程式を用いた統一的な議論はもちろんできない。このような理由から仮定(6)においてあえてそのような厳密性を犠牲にしたが、本報告の目的に対してはやむを得ないものと考えている。

なお数値計算は、大阪府立大学計算センターのTOSBAC 5600を使用して行なった。

注) これまで中央支持ロールという名称を、中央1点支持ロールの意味に用いてきたが、今後は中央支持ロールという名称を、図1のようなロールまで括げて用いる。従来のものは、中央1点支持ロールと呼ぶ。

参考文献

- 1) 日本繊維機械学会染色加工機械研究委員会 マングル部会編；マングルの作用と構造，日本繊維機械学会（1968）
- 2) E. Moss ; J. Text. Inst., **50**, P654 (1959)
- 3) 中島，辻尾；繊維誌，**19**, T252 (1966)
- 4) 中島，辻尾；日本機械学会論文集，**39**, 2061 (1973)
- 5) 中島，辻尾；繊維誌，**19**, T274 (1966)
- 6) 中島，辻尾，加納；繊維誌，**21**, T125 (1968)
- 7) 橋本勇；繊維工学，**27**, P379 (1974)
- 8) G. J. Parish ; Brit. J. Appl. Phys., **12**, 333 (1961)