糸の不均質圧縮変形を考慮した平織布伸長特性の解析

(第1報) 織布二軸伸長特性の有限要素解析

同志社大学 工学部 平 井 恒 夫 (会員)
同志社大学 大学院 仙 波 卓 弥

Analytical Study on the Tensile Properties of Plain Weaves Considering the Heterogeneous Compressive Properties of the Yarn.

Part 1: Finite Element Analysis on the Biaxial Tensile Properties of Woven Fabrics.

Tsuneo Hirai and Takuya Senba,

Department of Mechanical Engineering, Doshisha University, Kyoto.

Abstract

Woven fabrics are widely used for garments because of their flexible mechanical characteristics against tensile, bending, shearing or these combined deformation. This peculiarity of fabrics against deformation depends mainly upon its three-dimensional cross-linked construction fabricated by the yarn. However, the difficulty to grasp the deformational mechanism of the yarn which is the three-dimensional heterogeneous assemblies of filaments will be a main occasion to leave a woven design to experienced human's perception and taste.

In the first part of this paper, for the purpose of clarifying one of the heterogeneous deformational mechanism of the yarn, the effect of tensile load and compressive length on non-linear compressive properties of the yarn orthogonal to the yarn axis is made clear by an experimental analysis. Secondly, the plain weave is idealized to three-dimensional construction composed of the rahmen element having the tensile and bending rigidity of the yarn and spring element transmitting the contact pressure between warp and weft yarns. Also, for establishing the designing system on woven fabrics, the deformational behaviour of plain weaves under the uniform biaxial extension is analyzed by the Finite Element Method (FEM) in both cases where neglecting the compressive deformation of the yarn and taking into account. Here the deformational behaviour of fabrics is considered to be a large displacement problem including material and geometrical non-linearities.

In view of these respect, it is considered that the deformational behaviour of the yarn against compressive deformation orthogonal to the yarn axis is homogeneous in a macroscopic view despite the heterogeneous crashed deformation of filaments in the yarn. And in the case where reflecting the non-linear contact pressure between warp and weft yarns, a good agreement with experimental results in tensile load-stretch ration relationship can be given especially within the small deformational area. On the other hand, it is made clear that the deformational behaviour of plain weaves can be estimated under the rough assumption of neglecting the non-linear change of the contact pressure by evaluating the tensile rigidity to be feeble.

So the analytical method, considering not only the tensile and bending deformation of the yarn but also the compressive deformation of the fibre bundle will give a good way for the practical design of garments.

(Received May 15, 1980)

摘 要

目 的 糸交錯部に生じ非線形に変化する横圧を正確に評価することのむずかしさは、従来織布の設計を熟練者の経験と勘にたよらせていた主な理由であろう。本報では、まず初めに糸軸と直交する横圧に対する、繊維束の圧縮変形挙動を実験的に明らかに

し、糸の圧縮特性に及ぼす糸張力ならびに圧縮幅の影響について考察する。続いて、繊維の三次元集合体である糸によって構成される平織布を、糸の引張りならびに曲げ特性をもつ梁要素と、接触圧を伝達する仮想ばね要素によって構成される結合構造としてモデル化し、二軸均等な引張変形が作用する場合の織布変形挙動を有限要素法を用いて解析する。

成 果 (1) 糸軸と直交する繊維束の圧縮変形に対する変形挙動は、糸内部で予想される繊維の圧縮ならびに滑り変形に起因する不均質な変形挙動に関係なく、巨視的には力学的に均質な挙動を示すと考えてもさしつかえない。

(2) 織布伸長変形下において糸は圧縮変形しないという仮定の下でも、糸の引張変形抵抗を低めに見積もることによって、実測値と定量的によく一致する結果を得た。

(3) 糸の引張りならびに曲げ変形だけでなく、糸交錯部での非線形な横圧変化をも同時に考慮することにより、織布変形比が10%未満での荷重-変形比特性を良く追従することのできる結果を得た。
(昭和55年5月15日受理)

1. 緒 言

織布は衣服材料としてだけでなく、たとえば複合材料の強化材など、工業用材料としてもさかんに用いられており、軽量化ならびに補強効果に役立っている。このような多用途から、織布の変形挙動を把握しようとする解析的試みは、これまでもさかんになされている。

たとえば、E. E. Clulow¹⁾ や W. D. Freeston²⁾ らは糸の横断面形状を円形と仮定した。F. T. Peirce³⁾ の織構造モデルからえられる変形幾何学を利用して、平織布に二軸伸長変形が作用する場合の織布変形挙動を解析している。しかしながら、この場合糸の曲げならびに、圧縮変形が織布の変形挙動に及ぼす影響については考慮されておらず、必ずしも実測値との間に良い一致はえられていない。また、丹羽⁴⁾ は織布を直線的屈折構造で近似し、糸の引張りおよび、圧縮変形を同時に考慮した理論を展開している。しかしながら、この場合も前者らと同様に、織構造モデルから得られる変形幾何学に依存しており、糸の圧縮変形について考慮されてはいるが、その評価方法は必ずしも満足のいくものではない。すなわち、圧縮変形量の変化のみによって支配される非線形な横圧の変化について考慮されてはいるが、糸の張力状態や圧縮状態の変化につれ逐次変化する横圧の変化については評価されていない。

ところで、織布の伸長変形下における糸の圧縮変形を考慮しているか否かという観点から、ここで挙げた両者の解析法に差はあるが、織構造モデルからえられる変形幾何学に依存しているという点では基本的に共通しているように考えられる。さらに、織布を構成する糸は繊維の三次元不均質集合体であるにもかかわらず、変形に対する糸の力学的性質を明らかにしようとする試みはなされていない。しかしながら、糸が引張り、曲げ、あるいは圧縮変形に対して力学的に均質な挙動を示すか否かという点に関しては、検討を試みる必要がある。また、糸の張力状態や圧縮変形状態の変化に伴い非線形に変化する横圧を解析に導入するためには、糸の変形履歴をも追従することが可能な解析法を用いる必要がある。

本報ではまず初めに、織布の変形挙動を支配する要因

の1つである横圧に注目して、糸軸と直交する横圧に対する繊維束の圧縮変形挙動を実験的に明らかにし、力学モデルを用いて、圧縮変形に対する繊維束の変形挙動を考察する。続いて、糸が繊維の三次元集合体であることに起因する織布解析法の煩雑さを回避するために、糸の引張り、および曲げ変形抵抗をもつ梁要素と、たて糸ならびによこ糸間の接触圧を伝達する仮想ばね要素の結合構造として織布をモデル化する。さらに、各種織構造の基本であると考えられる平織布に、二軸均等な引張変形が作用する場合の織布変形挙動を、材料非線形と幾何学非線形の混合する大変形問題に置換し、有限要素法を用いて解析する。この場合、解析は糸の圧縮変形を無視した場合と、考慮した場合の両方の場合について行ない、同時に、実測値との比較検討を試みることにより本解析法の妥当性を検討する。

2. 解析法

織布は典型的な直交異方性材料であるにもかかわらず、非連続体であるため、従来から展開されている直交異方性理論などの適用が容易でなく、その多様性にもかかわらず、織布の設計は熟練者の経験と勘に頼っている部分が多いように考えられる。ここでは、織布に伸長変形が作用する場合の織布変形挙動を、複合非線形性を有する大変形問題に置換し、有限要素解析を進めていく基礎として、織構造物の平衡方程式の誘導法ならびに、糸材料特性の解析への導入法を明らかにする。また、平織布を梁要素と仮想ばね要素の結合構造としてモデル化する場合に必要な、織構造定数の決定法について述べる。

2.1 基礎方程式

繊維の三次元不均質配列を考慮して、厳密に糸をモデル化することは現実には不可能であるだけでなく、必要以上に解析法を複雑にするおそれがある。そこで、図1に示す一次元梁要素で糸を置換し、糸の引張りならびに曲げ変形抵抗をもつ梁要素と、接触圧を伝達する仮想ばね要素との結合構造として織布を理想化すると、任意の変形段階において平衡状態にある各梁要素に対しては、物体力を無視した場合式(1)に示す仮想仕事の原理⁵⁾が

図1 糸の引張り および曲げ変形抵抗をもつ梁要素

成立つ。

$$\int_v (\sigma_x + \Delta\sigma_x) \delta(\Delta E_x) dv = \int_s (T_k + \Delta T_k) \delta(\Delta u_k) ds \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし、ここで使用した記号の説明は以下に示すとおりである。

- $\sigma_x, \Delta\sigma_x$: 軸方向応力ならびに応力増分 (g/mm²)
 - $T_k, \Delta T_k$: 単位面積あたりに作用する、表面力ならびにその増分 (g/mm²), $k=x, y, z$
 - ΔE_x : 軸方向歪増分 (—)
 - ΔU_k : 梁要素内変位増分 (mm), $k=x, y, z$
- 軸方向歪増分 ΔE_x を線形歪増分 $\Delta \epsilon_x$ と非線形歪増分 $\Delta \eta_x$ と分離すると、式(1)は式(2)のように変形される。

$$\begin{aligned} & \int_v \sigma_x \delta(\Delta \eta_x) dv + \int_v \Delta \sigma_x \delta(\Delta \epsilon_x) dv + \int_v \Delta \sigma_x \delta(\Delta \eta_x) dv \\ &= \int_s \Delta T_k \delta(\Delta u_k) ds + \left(\int_s T_k \delta(\Delta u_k) ds - \int_v \sigma_x \delta(\Delta \epsilon_x) dv \right) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2)$$

繊維の三次元不均質集合体である糸の、曲げならびに引張変形に対する変形抵抗の差異を考慮すると、その変形挙動は均質体とは異なり、おのおの独立した特有の変形機構の下で行われるものと仮定されよう。そこで、線形歪増分 $\Delta \epsilon_x$ を引張歪増分 $\Delta \epsilon_x^t$ と曲げ歪増分 $\Delta \epsilon_x^b$ と分離するとき、各応力増分と歪増分との間には微小増分間で線形の構成関係が成立し、また各応力成分の重ね合わせが可能であると考え、式(3)に示す構成式を用いる。

$$\Delta \sigma_x = C_{xx}^t (\Delta \epsilon_x^t + \Delta \eta_x) + C_{xx}^b \Delta \epsilon_x^b \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 C_{xx}^t ならびに C_{xx}^b はそれぞれ糸の引張り および曲げ剛性を意味し、おのおのの変形が独立した特有の変形機構の下で行われることを表わす。また、 $\Delta \epsilon_x^t, \Delta \epsilon_x^b$ ならびに $\Delta \eta_x$ は式(4)に示すとおりである。

$$\left. \begin{aligned} \Delta \epsilon_x^t &= \Delta u_{x,x} \\ \Delta \epsilon_x^b &= -y \Delta u_{y,xx} - z \Delta u_{z,xx} \\ \Delta \eta_x &= \{ (\Delta u_{x,x})^2 + (\Delta u_{y,x})^2 + (\Delta u_{z,x})^2 \} / 2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

式(3)を式(2)に代入すると式(2)は式(5)のように変形される。ただし、 $\int_v \Delta \epsilon_x^t C_{xx}^t \delta(\Delta \epsilon_x^b) dv$ などの積分項は式(4)より、 $\int_0^l y dx = 0, \int_0^l z dx = 0$ ならびに $\int_0^l yz dx = 0$ が成立つことから省略することができる。

$$\begin{aligned} & \int_v \sigma_x \delta(\Delta \eta_x) dv + \int_v \Delta \epsilon_x^t C_{xx}^t \delta(\Delta \epsilon_x^t) dv \\ &+ \int_v \Delta \epsilon_x^b C_{xx}^b \delta(\Delta \epsilon_x^b) dv + \left(\int_v \Delta \epsilon_x^t C_{xx}^t \delta(\Delta \eta_x) dv \right. \\ &+ \left. \int_v \Delta \eta_x C_{xx}^t \delta(\Delta \epsilon_x^t) dv + \int_v \Delta \eta_x C_{xx}^b \delta(\Delta \eta_x) dv \right) \\ &= \int_s \Delta T_k \delta(\Delta u_k) ds + \left(\int_s T_k \delta(\Delta u_k) ds - \int_v \sigma_x \delta(\Delta \epsilon_x) dv \right) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、式(5)左辺第4項以下ならびに右辺第2項以下の積分はそれぞれ、高歪項に関係する仮想仕事増分および仮想変形後の非平衡性を意味するが、いずれも適切な増分間隔を選択することによってそれらを考慮した場合と同等の効果が得られることから、ここでは省略して考えることにする。式(4)を式(5)に代入し、さらに梁要素内変位増分 Δu_k を節点変位増分 Δr_i を用いて式(6)のように表わすと、式(5)より要素平衡方程式(7)を導くことができる。

$$\Delta u_k = \phi_{ki} \Delta r_i \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$(k \sigma_{ij}^{(e)} + k E_{ij}^{(e)}) \Delta r_j^{(e)} = \Delta f_i^{(e)} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ただし、 $k \sigma_{ij}^{(e)}, k E_{ij}^{(e)}$ ならびに $\Delta f_i^{(e)}$ は次に示すとおりである。また肩添字(e)は要素番号を意味する。

$$\left. \begin{aligned} k \sigma_{ij}^{(e)} &= \sigma_{xx} A \int_0^e \phi_{ki,x} \phi_{kj,x} dx \\ k E_{ij}^{(e)} &= C_{xx}^t A \int_0^e \phi_{xi,x} \phi_{xj,x} dx \\ &+ C_{xx}^b I_z \int_0^e \phi_{yi,xx} \phi_{yj,xx} dx \\ &+ C_{xx}^b I_y \int_0^e \phi_{zi,xx} \phi_{zj,xx} dx \\ \Delta f_i^{(e)} &= \int_s \Delta T_k \phi_{ki} ds \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 A ならびに I_y, I_z はそれぞれ糸の断面積、および断面二次モーメントを意味する。また、 $C_{xx}^a A$ および $C_{xx}^b I_y, C_{xx}^b I_z$ はそれぞれ糸の引張りならびに曲げ変形抵抗を意味するが接線係数法を用いると、式(9)によって導入することが可能な材料定数である。

$$\left. \begin{aligned} C_{xx}^a A &= f_1'(\epsilon_x) \\ C_{xx}^b I_y &= C_{xx}^b I_z = f_2'(c) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

ただし、 $f_1(\epsilon_x)$ ならびに $f_2(c)$ はそれぞれ図2および図3に破線で示す、糸の引張荷重-歪曲線、あるいは、曲げモーメント-曲率曲線の内挿式を意味する。ここで使用した内挿式は式(10)に示すとおりである。

$$\left. \begin{aligned} f_1(\epsilon_x) &= \sum_{i=1}^6 a_i \epsilon_x^i \\ f_2(c) &= a_1 + a_2 c \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

図2 糸の引張特性曲線と内挿曲線

図3 糸の曲げ特性曲線と内挿直線

したがって、任意の変形段階において平衡状態にある織構造物の平衡方程式は、式(7)に示した要素平衡方程式を構造全体について足し合わせることににより、式(11)によって決定することができる。ここに E は全要素数を意味する。

$$(K_{\sigma ij} + K_{Eij}) \Delta R_j = \Delta F_i \dots\dots\dots (11)$$

ただし、 $K_{\sigma ij}, K_{Eij}, \Delta R_j$ ならびに ΔF_i は以下に示すとおりである。

$$\left. \begin{aligned} K_{\sigma ij} &= \sum_{e=1}^E k_{\sigma ij}^{(e)}, \quad K_{Eij} = \sum_{e=1}^E k_{Eij}^{(e)} \\ \Delta R_j &= \sum_{e=1}^E \Delta r_j^{(e)}, \quad \Delta F_i = \sum_{e=1}^E \Delta f_i^{(e)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

このように、本報では一般に非線形な特性をもつ織物の伸長特性を、有限要素法を用いて解析するために、織構造物の平衡方程式を増分形で表わした。

2.2 糸圧縮変形抵抗の解析への導入法

糸交錯部に生じ、織物の伸長変形とともに、非線形な変化をすることが予想される横圧は現実には糸の張力状態や圧縮状態の変化に左右され、きわめて複雑な機構で伝達されるように考えられるが、いま、たて糸とよこ糸の間に仮想ばね要素を設けてこの接触圧を考慮すると、微小な圧縮変形に対しては式(7)と同様の要素平衡方程式が成立つと考えてもさしつかえない。ここではまず初めに、糸軸と直交する繊維束の横圧に対する変形挙動、すなわち、糸の圧縮変形に及ぼす、糸張力ならびに圧縮長さの影響を実験的に明らかにし、糸の圧縮変形量を、糸張力および圧縮荷重の関数として定式化する。続いて、圧縮変形抵抗の解析への導入法を明らかにする。

糸は、糸軸と直交する方向の圧縮変形に対して、力学的に均質な挙動を示すと仮定し、単位長さあたりの変形抵抗が等しい線形圧縮ばねを用いて糸の圧縮状態を図4

図4 糸縦断面における圧縮変形状態のモデル図

のようにモデル化すると、糸表層の圧縮変位量 ω (mm)は弦のたわみ式⁶⁾より式(13)のように近似することができる。ただし、ここでは加圧変位端から充分離れたところの糸表層圧縮変位を零とした。

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \delta \exp \{a(-\xi+x)\} & x < \xi \\ &= \delta & \xi \leq x \leq \xi+L \\ &= \delta \exp \{a(\xi+L-x)\} & x > \xi+L \end{aligned} \right\} \dots\dots (13)$$

$$a = \sqrt{K/T}$$

また、用いた記号の説明は以下に示すとおりである。

K : 圧縮ばねのもつ, 単位長さあたりの圧縮変形抵抗 (g/mm/mm)

L : 圧縮長さ (mm)

T : 糸張力 (g)

δ : 加圧圧縮変位置 (mm)

したがって、圧縮方向の平衡方程式は、感知される みかけの圧縮力を $P_c'(g)$ とすると、単位長さあたりに作用する圧縮力を糸軸方向にわたって積分することにより、式(14)のように表わすことができる。

$$P_c' = (LK + 2\sqrt{KT})\delta \dots\dots\dots (14)$$

ここに、式(14)右辺第2項は、加圧素子両端部での糸盛上がり起因する、感知される圧縮力の過大な評価力を意味する。したがって与えられた実験条件の下での真の圧縮荷重 $P_c(g)$ は、実験条件ならびに測定値を式(14)に代入し、単位長さあたりの変形抵抗を求めることにより、式(15)によって求めることができる。

$$P_c = P_c' - 2\sqrt{KT}\delta \dots\dots\dots (15)$$

糸圧縮長さが0.5mm, 1mm ならびに 4mm の三種類の加圧素子を用いて糸の圧縮試験を行い、式(15)による圧縮荷重の補正を行うと、強い非線形性の表われている低圧縮荷重領域においては図5に示す結果を得る。同図によれば、低張力時と高張力時のいずれの張力状態下においても、単位長さあたりの圧縮荷重は圧縮長さの影響をうけず、糸の張力状態と、圧縮変位置のみによって支

図5 糸圧縮特性に及ぼす糸張力ならびに圧縮長さの影響

配されているということがわかる。このことは、糸の内部において予想される繊維の不均質な変形挙動、すなわち、滑り変形や圧縮変形に関係なく糸軸方向の繊維束は横圧に対して巨視的には均質な変形挙動を示すと考えてもさしつかえないことを意味する。

同様の荷重補正を 高压荷重領域についてもおこなひ、糸張力状態をパラメータにとり実験結果を整理すると、図6に示す圧縮特性曲線をうることができる。

図6 糸圧縮特性に及ぼす糸張力の影響

図6に示した結果から、任意の変形状態における圧縮変位置 $\delta(mm)$ を、同一圧縮荷重に対応する無張力時の圧縮変位置 $\delta_0(mm)$ と、変形比 δ/δ_0 の積として定義すると、基本的には式(16)によって任意の張力状態下における圧縮特性曲線を内挿することができる。

$$\delta = \delta/\delta_0 \cdot \delta_0 \dots\dots\dots (16)$$

ここに、変形比 δ/δ_0 は糸張力をパラメータにとり図示

図7 変形比 δ/δ_0 と単位長さあたりの圧縮荷重 F_c との関係

すると、図7に示す特性をもつ。同図から明らかなように、各張力下において変形比 δ/δ_0 は圧縮荷重の増加に関係なく収束する傾向をもつ。そこで、全張力下において変形比がもはや変化しなくなったときの圧縮荷重を定圧縮荷重 F_0 とし、 δ/δ_0 を定圧縮荷重時における基準変形比 $(1-\delta/\delta_0)_{F_0}$ と任意の圧縮変形時における変形比 $(1-\delta/\delta_0)$ の基準変形比に対する比率 C との積として、式(17)のように表わす。

$$\left. \begin{aligned} \delta/\delta_0 &= 1 - C(1 - \delta/\delta_0)_{F_0} \\ C &= (1 - \delta/\delta_0) / (1 - \delta/\delta_0)_{F_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

いま、単位長さあたりの圧縮荷重が 500 g/mm のときの

図8 基準変形比 $(1-\delta/\delta_0)_{F_0}$ と糸張力との関係

図9 変形比 $(1-\delta/\delta_0)$ の基準変形比 $(1-\delta/\delta_0)_{F_0}$ に対する比率 C の特性

変形比を基準変形比にとると、基準変形比特性ならびに比率 C の変化はそれぞれ、図8ならびに図9に示すとおりとなる。したがって、任意の変形状態における圧縮変位量 δ (mm) は、糸張力 T (g) および単位長さあたりの圧縮荷重 F_c (g/mm) を用いて式(18)のよに求めることができる。

$$\delta(T, F_c) = \{1 - f_1(F_c) \cdot f_2(T)\} \cdot f_3(F_c) \dots\dots\dots (18)$$

ここに、 $f_1(F_c)$ 、 $f_2(T)$ ならびに $f_3(F_c)$ はそれぞれ、比率 C 、基準変形比 $(1-\delta/\delta_0)_{500}$ および無張力時の圧縮変位量 δ_0 を近似する関数であり、具体的には式(19)に示すとおりである。

$$\left. \begin{aligned} f_1(F_c) &= \sum_{i=1}^6 a_i (F_c - 500)^i \quad 0 \leq F_c \leq 500 \\ &= 1 \quad F_c > 500 \\ f_2(T) &= \sum_{i=1}^3 \{(\ln(T+1) - a_2)/a_1\}^i \\ f_3(F_c) &= \sum_{i=1}^3 \{(\ln(F_c+1) - a_2)/a_1\}^i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

割線近似による基準変形比特性近似の模様を図8に細線ならびに破線で示す。また、式(18)による圧縮特性曲線の近似例を図10に示す。

図10 圧縮特性曲線の内挿曲線

したがって、任意の変形段階 (n) を解いて平衡状態にある仮想ばね要素の変形抵抗 $k_{(n+1)}$ は、式(20)によって導入することができる。

$$k_{(n+1)} = \Delta P_{c(n+1)} / \Delta \delta_{c(n+1)} \dots\dots\dots (20)$$

ただし、圧縮荷重増分 $\Delta P_{c(n+1)}$ ならびに圧縮変位増分 $\Delta \delta_{c(n+1)}$ は、圧縮特性曲線の内挿式(18)を用いることに

より, 次のように導入することができる.

$$\left. \begin{aligned} \Delta \delta_{c(n+1)} &= \alpha \Delta \delta_{(n+1)} \\ \Delta \delta_{(n+1)} &= \delta(T_{(n)} + \Delta T_{(n)}, \\ &\quad F_{c(n)} + \Delta F_{c(n)}) - \delta(T_{(n)}, F_{c(n)}) \\ \Delta P_{c(n+1)} &\cong \Delta P_{c(n)} \end{aligned} \right\} \dots (21)$$

ここに, $T_{(n)}$, $\Delta T_{(n)}$ ならびに $F_{c(n)}$, $\Delta F_{c(n)}$ はそれぞれ以下に示すとおりである.

$T_{(n)}$, $\Delta T_{(n)}$: 変形段階(n)を解いて得られる糸の張力
ならびに張力増分 (g)

$F_{c(n)}$, $\Delta F_{c(n)}$: 変形段階(n)を解いて得られる単位長さ
あたりの糸圧縮荷重ならびに圧縮荷重増
分 (g/mm)

ただし, 係数 α は加圧圧縮変位量に対する糸断面中心点の圧縮変形比を意味し, 糸張力状態の変化や圧縮変形に伴う繊維接近率の変化に影響され, 非線形な変化をすることが予想される. したがって, 圧縮変形比 α は一義的に定めることが困難な定数であり, 実験による考察が必要であるが, ここでは, 繊維接近率の変化に起因する非線形変化を無視して線形な定数を用いた.

2.3 織構造定数の決定法

織布を構成する糸は, 織られた後の状態においてすでにかなりの形状変形を受けており, 特に糸交錯部での形状変形は顕著であるように推察されるが, いま, 織られた後の状態における糸の断面形状を円形と仮定すると, F. T. Peirce によって考案されたように, 平織布は図11のように理想化することができる. したがって, 織構

図11 F. T. Peirce により考案された平織構造モデル

造を糸中心軸の軌跡で代表させると, たて糸とよこ糸が互いに接触し合っている場合には, 式(22)に示す幾何学的関係を得ることができる (図12参照).

$$\left. \begin{aligned} 1/\cos \theta_i - D \tan \theta_i / P_i + D \theta_i / P_i &= C_i \\ ZH_1 &= D \cos \theta_2 - (P_2 - D \sin \theta_2) \tan \theta_2 \\ ZH_2 &= D \cos \theta_1 - (P_1 - D \sin \theta_1) \tan \theta_1 \\ D &= ZH_1 + ZH_2 \end{aligned} \right\} \dots (22)$$

ただし, 式(23)により織縮率 C_i を定義した.

図12 平織布を糸軸の軌跡で代表させた場合の幾何学的関係

$$C_i = L_i / P_i \dots (23)$$

ここに, 用いた記号は以下に示す物理的意味をもつ.

$2P_i$: 織密度 (mm/単位構造)

θ_i : 糸軸と織布中心面のなす角 (ラジアン)

D : よこ糸と緯糸の平均糸直径 (mm)

$2L_i$: 単位構造内の糸軸長さ (mm)

ZH_i : 布中心面から糸軸最大高さまでの距離 (mm)

C_i : 織縮率 (—)

i : 添字, 1 の場合は たて糸, 2 の場合は よこ糸を意味する

したがって, 織密度 $2P_i$, 織縮率 C_i ならびに, たて糸とよこ糸との目安の平均直径を測定し, これらを式(22)に代入することによって幾何学的な関係を満たす平均直径 D ならびに, モデルを決定する際に必要な織構造定数を決定することができる. この場合, 目安の平均直径には, 図13に示す, 糸張力状態の変化に伴う糸直径の変化特性から, 無張力時の糸直径を使用した.

図13 糸張力状態の変化に伴う糸直径の変化特性

3. 解析結果

必要とされる強度，ならびに力学的特性をもつ織布を設計しようとする場合には，織布を構成する糸の材料特性や，織構造などによって支配される織布の変形挙動を予測することが必要となる．ここでは，各種織構造の基本であると考えられる平織布に，二軸均等な引張変形が作用する場合の織布変形挙動を，糸の圧縮変形を無視した場合と，考慮した場合の両方の場合について解析し，織布設計に対する本解析法の妥当性を検討する．ただし，実験ならびに解析に使用した糸は，綿糸 1.5s（英式綿番手）である．また，構成要素の材料特性には織る前の糸特性を使用した．

3.1 糸の圧縮変形を無視した場合

織布伸長変形下において，糸は圧縮変形せず引張りおよび曲げ変形のみが行われることを仮定すると，平織布は，糸の引張り と曲げ変形抵抗をもつ梁要素の結合構造として，図14のようにモデル化することができる．図中X-Z平面ならびにY-Z平面に細線で示す円弧は，物理的には たて糸と よこ糸の接触面を意味する．ここでは，その接触面と接する梁要素節点に滑動支持の境界

図14 糸の圧縮変形を無視した糸非圧縮平織モデル

条件⁷⁾を与え，糸の非圧縮性を考慮した．

図14に示した解析モデルを用いて，二軸均等な引張変形下での荷重-変位特性を解析し，実験結果との比較を試みた結果を図15に示す．ただし，解析に使用した織構造定数ならびに，式(10)で近似した，糸の引張り および曲げ特性曲線の内挿係数は，表 1 ならびに表 2 に示すとおりである．また，実験ならびに解析では，織布を衣服材料として使用する場合の設計指針を得ることを目的として，単位長さあたりの引張荷重が，500 g/mm 以下の織布変形挙動を追従することを試みた．

平織布を構成する たて糸と よこ糸の材料特性は等しく，単に たて糸方向と よこ糸方向の織構造のみが違っていていることを考慮すると，図14に示した 荷重-変位特性にみられる直交異方性には，織縮率の相違が原因してい

図15 糸非圧縮モデルよりえられる荷重-変形比特性と実測値との比較

表 1 実験ならびに解析に使用した平織布の織構造定数

P_i (mm)		θ_i (deg)		D (mm)	$2L_i$ (mm)		ZH_i (mm)		C_i	
P_1	P_2	θ_1	θ_2	D	L_1	L_2	ZH_1	ZH_2	C_1	C_2
0.790	0.845	37.5	33.5	0.793	0.910	0.952	0.403	0.390	1.152	1.126

表 2 糸の引張り および曲げ特性曲線の内挿係数

内挿係数	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
$f_1(\epsilon_s)$	0.457×10^4	-0.418×10^6	0.228×10^8	-0.310×10^9	0.208×10^{10}	-0.559×10^{10}
$f_2(C)$	0.110	0.276×10^{-1}				

るように考察される。また、実測値を大幅に上回る解析結果を得たのは、糸の圧縮変形を無視したことに起因するためであると考えられる。そこで、糸の圧縮変形を考慮するかわりに、糸の引張変形抵抗を低めに評価すると、図16に示すように、実測値と定量的に良く一致する荷重-変位特性を得る。この場合、解析によって得ることができる織布変形モードは図17に示すとおりである。ただし、糸の引張変形抵抗には、現実の1/4の値を使用した。

したがって、織布の伸長変形下において糸は圧縮変形しないという非常に大きな仮定の下でも、糸の引張変形抵抗を低めに評価することによって、ある程度の設計指

針は得ることが可能であると考えられる。しかしながら、織布を構成するあらゆる種類の糸、ならびに織構造に対し、本報で用いたように、糸の引張変形抵抗を現実の1/4とした場合に良い追従結果が得られるかどうかは大きな疑問である。そこで、本解析法に汎用性をもたせる意図から、糸の引張り、曲げ変形だけでなく、圧縮変形をも同時に考慮することを次に試みた。

3.2 糸の圧縮変形を考慮した場合

糸の張力状態や、圧縮状態の変化に伴い、非線形に剛性の変化する圧縮ばねを、糸交錯部に設け、梁要素と仮想ばね要素の結合構造として織構造を理想化すると、平織布は、図18のようにモデル化することができる。同モデルを用いて、図19に示す圧縮変形比 α が1/2の場合

図16 糸の引張変形抵抗を1/4に見積った場合に非圧縮モデルから得られる荷重-変形比特性と実測値との比較

図17 糸の引張変形抵抗を1/4に見積った場合に非圧縮モデルから得られる変形モード

図18 糸の圧縮変形を考慮した糸圧縮平織モデル

図19 糸横断面における圧縮状態の模式図

と、1/5の場合について、二軸均等な伸長変形下での織布変形挙動を解析すると図20に示す荷重-変位特性を得る。ただし、解析に使用した織構造定数ならびに、糸の引張りおよび曲げ特性曲線の内挿係数は、表1あるいは表2に示したものと同じである。また、式(19)を用いて近似した圧縮特性曲線の内挿係数は、表3ならびに表4に示すとおりである。さらに、たて糸とよこ糸の接触長さには幾何学的関係から求められる、糸軸円弧部の長さを使用した。

図20 圧縮変形比 α に1/2と1/5を用いた場合に得られる、荷重-変形比特性

図21 圧縮変形比 α に1/4を用いた場合に得られる荷重-変形比特性と実測値との比較

式(20)あるいは、式(21)から明らかなように、圧縮変形比 α の相違は圧縮変形抵抗の大きさを支配する。すなわち、 α が小さいほど圧縮変形抵抗は剛な特性をもつわけであるが、図20に示した解析結果から考察すると、本報で使用した糸ならびに織構造の場合には、特に変形比が10%以上の大変形領域において、糸圧縮変形抵抗の相違は織布の変形挙動に大きな影響を与えていることが推察される。

また、圧縮変形比 α に1/4を用いた場合には、図21に示すように、特に変形比が10%未満での織布変形挙動を充分追従することのできる結果を得る。ただし、織布の変形比が10%以上の領域においては、徐々に高めの評価をしていく傾向が見られる。以上の観点から圧縮変形比 α は、糸の伸長変形ならびに圧縮変形に伴う繊維接近率

図22 圧縮変形比 α に1/4を用いた場合に得られる変形モード

表3 圧縮特性曲線の内挿式 $f_1(F_c)$ に用いた内挿係数

内挿係数	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
$f_1(F_c)$	0.173×10^{-8}	-0.240×10^{-5}	0.146×10^{-7}	0.166×10^{-10}	-0.161×10^{-12}	0.225×10^{-15}

表4 圧縮特性曲線の内挿式 $f_2(T)$ ならびに $f_3(F_c)$ に用いた内挿係数

変形段階	1		2		3	
内挿係数	a_1	a_2	a_1	a_2	a_1	a_2
$f_2(T)$	49.3	0	20.1	1.39	17.7	1.91
$f_3(F_c)$	3.78	0	7.40	-0.628	11.2	-3.54

の増大につれ、非線形に増大していくことが考察される。

このように、糸の引張りならびに曲げ変形だけでなく、交錯糸間の非線形な横圧変化をも同時に考慮した本解析法によれば、比較的変形の小さな領域における織布の変形挙動を追従することが可能であることから、衣服材料としての織布設計に対し、有効な指針を与え得るように考察される。また、圧縮変形比 α の非線形な変化をも考慮することによって、本解析法は、衣服材料だけに限らず、他の織構造をもつ対象物にも適用が可能であるように思われる。

4. 結 言

本報では、織布設計法の確立を目的として、繊維の三次元不均質集合体である糸によって構成される織布を、糸の引張りおよび曲げ特性をもつ一次元梁要素と、糸の圧縮特性をもつ仮想ばね要素の結合構造として近似し、平織布に二軸均等な引張変形が作用する場合の織布変形挙動を、有限要素法を用いて解析した。また、非線形圧縮ばねを用いて糸交錯間に生じる横圧を評価することを目的として糸軸と直交する繊維束の圧縮特性におよぼす、糸張力ならびに圧縮長さの影響を実験的に明らかにした。

以上の観点から考察を試みた結果、糸の張力状態や圧縮状態の変化に左右され、糸内部では繊維の不均質な圧縮ならびに滑り変形が生じているように考えられるにもかかわらず、糸軸方向の繊維束は、横圧に対して巨視的には均質な挙動を示すということが確かめられた。また、糸の引張りならびに曲げ変形だけでなく、非線形な横圧変化をも同時に考慮して、二軸均等な引張り変形下における平織布の変形挙動を解析した結果、変形比が10%未満の変形領域においては実測値と良く一致する解を得た。一方、織布伸長変形下において糸は圧縮変形し

ないという非常に大きな仮定の下でも、糸の引張変形抵抗を低めに評価することによって実測値と定量的によく一致する解が得られることがわかった。

このように、糸の引張りならびに曲げ変形だけでなく非線形な横圧変化をも同時に考慮した本解析法によれば、比較的変形の小さな領域における織布の変形挙動を追従することが可能であることから、衣服材料としての織布設計に対し、有効な指針を与え得るように考えられる。

ところで、本報では圧縮変形比 α の決定を数値実験に頼ったが、その妥当性については実験的考察を試みる必要がある。また、糸が変形に対して均質な挙動を示すか否かという点に関しては、糸の圧縮変形に対してだけでなく、引張りおよび曲げ変形に対しても同様の検討を試みる必要があるように思われる。

5. 謝 辞

本解析法の導入にあたり、いろいろご指導を賜った、東レ エンジニアリング研究所、田中豊喜博士ならびに、実施にあたり具体的な御教授をいただいた、大阪府立工業技術研究所、片山伝生氏に厚く御礼申し上げます。

参考文献

- 1) E. E. Clulow, H. M. Taylor; J. Text. Inst., **54**, T323 (1963).
- 2) W. D. Freeston, M. M. Platt Jr., M. M. Schoppee; Text. Res. J., **37**, 948 (1967).
- 3) F. T. Peirce; J. Text. Inst., **28**, T45 (1937).
- 4) 丹羽, 川端, 河合; 繊維機械学会論文集, **22**, T133 (1969).
- 5) L. D. Hofmeister, G. A. Greenbaum, D. A. Evensen; A. I. A. A. J., **9**, 1248 (1971).
- 6) T. V. Kármán, M. A. Biot; Mathematical Method in Engineering, 259 (1940), McGraw-Hill.
- 7) 三木本, 吉村; 有限要素法による構造解析プログラム, 86 (1970), 培風館.