織物の反射光分布曲線のシミュレーション

(第2報) 楕円柱面上に小楕円筒を配列したモデル

東海大学 工学部	武	藤	信	男*	(会員)
明治大学 工学部	荒	井	俊	彦**	(〃)
〃	仁	平	幸	治**	(〃)
愛知工業大学 工学部	坪	井	常	世***	(〃)
大妻女子大学 家政学部	軍	司	敏	博****	(〃)

Computer Simulation on Goniophotometric Curves of Fabrics.

Part 2 : The Fabric Model Made of Elliptic Column Yarns Covered with Fine Elliptic Cylinders.

Nobuo Muto*, Toshihiko Arai**, Koji Nihira**,

Tsuneyo Tsuboi*** and Toshihiro Gunji****,

*Faculty of Engineering, Tokai University, Kanagawa.

**Faculty of Engineering, Meiji University, Kanagawa.

***Faculty of Engineering, Aichi Institute of Technology, Aichi.

****Faculty of Home Economics, Otsuma Women's University, Tokyo.

Abstract

Authors have previously reported that the computer simulations of distribution curves of a specular reflection light, i.e., goniophotometric curves, on fabrics were obtained by using the model of small cylinders regularly arranged on the surface of an elliptic column.

The computer simulations of goniophotometric curves were obtained by using a new model, in which the parallel luminous flux was applied to the fabrics. The new model is assumed that fine elliptic columns in stead of small cylinders of the previous report are arranged side by side on the surface of an elliptic column. In this computer simulation, the axis of incident flux and photodetector were assumed to be perpendicular to the filaments of fabrics, and the reflection light was calculated from the view point of a relative intensity.

The calculation method may be applicable on various fabrics more widely than that of the previous paper.

(Received July 28, 1982)

摘 要

目的 前報¹⁾において、織物の上層の繊維軸に対して、入射平行光束が垂直に入射する場合についての正反射光分布曲線を、楕円柱上に小円筒を規則的に配列したモデルにより計算した、その際、実際の織物の表面は複雑であるので、より近似度の高いモデルに変えて計算する必要があることを述べた。今回は織物の上層の繊維軸に対して、入射平行光束の光軸が垂直に入射した場合のモデルとして、楕円柱面上に前報の小円筒の代りに小楕円筒を規則的に配列したモデルについて、正反射光分布曲線をシミュレートした。

成果 前報と比較して、実際の織物に対しより近似度の高いモデルを用い、織物の正反射光分布曲線のコンピュータシミュレーションを行った。繊維の断面形状が、各種の楕円あるいは三角形の場合についても、この計算法が適用できることを示した。

(昭和57年7月28日受理)

1. まえがき

一般に織物に平行光束が入射する場合、2次元測光系では、測光面を たて糸の軸に垂直になるようにすればよこ糸には平行となる。したがって、正反射光分布曲線をシミュレートする場合、繊維の配列に対して、測光面が垂直な場合と平行な場合の2つの組合せと考えられる。また、この2つの正反射光成分に層内拡散反射光成分を重ね合わせたものが反射光分布曲線となる。

筆者等は前報¹⁾において、織物の表面を楕円柱面上に小円筒を配列したモデルと考え、このモデルについて正反射光分布曲線のコンピュータシミュレーションを行った。またその際、楕円柱面上の小円筒に代えて断面形状を楕円形、多角形等について行う必要があることを述べた。

今回は、前回と同じ条件で楕円柱面上に小円筒の代わりの小楕円筒を規則的に配列したモデルを用いて、このものの正反射光分布曲線のコンピュータシミュレーションを行った。

2. モデルと基本計算

実際の織物の繊維束断面はほぼ楕円状で、その最上層の部分にはおよそ十数本の単繊維が存在する。また、その単繊維の断面形状として各種の形が考えられるが、今回の計算では楕円形として、図1のような楕円柱面上に

図1 楕円柱面上に小楕円筒を規則的に配列したモデル

小楕円筒を配列したモデルを使用した。

楕円柱面の断面は

$$x^2 + \frac{y^2}{k^2} = 1 \quad \text{.....(1)}$$

で表わされ、その軸方向の長さを1として、中心軸を通る平面によって隣のものと連結され、しかも連結部分は反射光分布曲線にはまったく影響のないものとして無視した。楕円柱面上の小楕円筒は、実際の織物の最上層の単繊維に相当するもので、楕円柱面上に中心をもち、10～20箇ほどすきまなく並べられているものとした。

測光面が楕円柱の中心軸にその中心を置き、さらに中心軸に垂直になっているので、二次元としての取扱いが

可能となる。この楕円柱面上に入射角 φ で平行光束が入射したときの正反射光分布曲線を計算した。ただし楕円柱面の軸方向の長さを1とした。

図2において、楕円上に中心をもつ半径 a の小円の1

図2 楕円と小楕円の関係

つを円 O_n とする。円 O_n の中心 $O_n(x_n, y_n)$ における楕円の接線の傾き角を角 α_n とすれば

$$\alpha_n = \tan^{-1} \left(-\frac{kx_n}{\sqrt{1-x_n^2}} \right) \quad \text{.....(2)}$$

である。

$x-y$ 座標を原点 O について $-\alpha_n$ 回転した $X-Y$ 座標で、長軸が X 軸に平行で半径 a の円に内接する楕円 O_n の方程式は、

$$\frac{(X-X_n)^2}{a^2} + \frac{(Y-Y_n)^2}{b^2} = 1 \quad \text{.....(3)}$$

X_n, Y_n は小円 O_n の中心座標を $X-Y$ 座標系で表わしたものである。この楕円 O_n を $x-y$ 座標系で表わすと、回転角 $-\alpha_n$ で座標回転して、

$$\begin{aligned} & \frac{\{x \cos(-\alpha_n) - y \sin(-\alpha_n) - x_n\}^2}{a^2} \\ & + \frac{\{x \sin(-\alpha_n) + y \cos(-\alpha_n) - y_n\}^2}{b^2} = 1 \quad \text{.....(4)} \end{aligned}$$

となる。ただし x_n, y_n は小円 O_n の中心座標を $x-y$ 座標で表わしたものである。この方法で楕円上に相接するすべての小楕円の方程式を求める。

入射光は平行光束であるので、入射光をシミュレートした方程式は

$$y = x \tan \left(\frac{\pi}{2} + \varphi \right) + c \quad \text{.....(5)}$$

と表わすことができる。ただし φ は入射角、 c は切片である。

図3において、(5)式で表わされる入射光が(4)式で表わされる小楕円 O_n と交差すれば反射する点が存在し正反

図3 楕円柱面上の小楕円筒の光学的関係

射光が生ずる。

(5)式を(4)式に代入して

$$Ax^2 + Bx + C = 0 \quad \dots\dots(6)$$

ただし

$$A = b^2 \left\{ \cos \alpha_n + \tan \left(\frac{\pi}{2} + \varphi \right) \sin \alpha_n \right\}^2 + a^2 \left\{ -\sin \alpha_n + \tan \left(\frac{\pi}{2} + \varphi \right) \cos \alpha_n \right\}^2$$

$$B = 2 \left\{ b^2 \left[\cos \alpha_n + \tan \left(\frac{\pi}{2} + \varphi \right) \sin \alpha_n \right] \left[c \sin \alpha_n - x_n \right] + a^2 \left[-\sin \alpha_n + \tan \left(\frac{\pi}{2} + \varphi \right) \cos \alpha_n \right] \left[c \cos \alpha_n - y_n \right] \right\}$$

$$C = b^2 (c \sin \alpha_n - x_n)^2 - a^2 (c \cos \alpha_n - y_n)^2 - a^2 b^2$$

である。(6)式の判別式を

$$D = B^2 - 4AC \quad \dots\dots(7)$$

とすれば $D > 0$ の場合、入射光は小楕円 O_n に当り反射する点が存在する。(6)式の解を x_a, x_b とすれば

$$x_a = \frac{-B + \sqrt{D}}{2A}, \quad x_b = \frac{-B - \sqrt{D}}{2A} \quad \dots\dots(8)$$

$x_a \geq x_b$ するとき反射する点 P_{nm} の x 座標 x_{nm} は

$$x_{nm} = x_b \quad \dots\dots(9)$$

となる。またその y 座標 y_{nm} は(5)式に(9)式を代入して

$$y_{nm} = x_{nm} \tan \left(\frac{\pi}{2} + \varphi \right) + c \quad \dots\dots(10)$$

となる。

したがって点 P_{nm} における反射光の受光角を δ_{nm} とすれば、反射光の方程式は

$$y = x \tan \left(\frac{\pi}{2} - \delta_{nm} \right) + y_{nm} - x_{nm} \tan \left(\frac{\pi}{2} - \delta_{nm} \right) \quad \dots\dots(11)$$

となる。反射する点 P_{nm} における接線の勾配は

$$\tan \delta_{nm} = \frac{-b^2 \cdot S_1 \cdot \cos \alpha_n + a^2 \cdot S_2 \cdot \sin \alpha_n}{b^2 \cdot S_1 \cdot \sin \alpha_n + a^2 \cdot S_2 \cdot \cos \alpha_n} \quad \dots\dots(12)$$

ただし

$$S_1 = x_{nm} \cos \alpha_n + y_{nm} \sin \alpha_n - x_n$$

$$S_2 = -x_{nm} \sin \alpha_n + y_{nm} \cos \alpha_n - y_n$$

である。したがって点 P_{nm} における法線の傾き角 α_{nm}

は

$$\alpha_{nm} = \tan^{-1} \frac{-b^2 \cdot S_1 \cdot \cos \alpha_n + a^2 \cdot S_2 \cdot \sin \alpha_n}{b^2 \cdot S_1 \cdot \sin \alpha_n + a^2 \cdot S_2 \cdot \cos \alpha_n} \quad \dots\dots(13)$$

となる。

反射する点 P_{nm} の受光角を δ_{nm} 、またその微小素面の入射角を ϕ_{nm} とすれば

$$\delta_{nm} = \varphi - 2\alpha_{nm} \quad \dots\dots(14)$$

$$\phi_{nm} = \frac{\varphi + \delta_{nm}}{2} \quad \dots\dots(15)$$

となる。

反射する点 P_{nm} と P_{nm+1} における反射光の受光角はそれぞれ δ_{nm} 、 δ_{nm+1} である。したがって、この2つの受光角により決まる反射光の広がり角は $\delta_{nm+1} - \delta_{nm}$ である。立体角を $\Delta\omega_{nm}$ とすれば、軸方向の長さを1としているので、

$$\Delta\omega_{nm} = \delta_{nm+1} - \delta_{nm} \quad \dots\dots(16)$$

である。したがって反射光光束を ΔF とすれば、入射平行光束は一定であるので、その単位断面積の光束を1と規格化し、試料の屈折率 n と微小素面の入射角 ϕ により決まるフレネル係数を $f(\phi, n)$ とすれば、点 P_{nm} の正反射光強度 $\Delta I(\delta)$ は

$$\Delta I(\delta) = f(\phi, n) \cdot \frac{1}{\Delta\omega_{nm}} \cdot \cos \phi \quad \dots\dots(17)$$

となる。

しかしながら、このようにして求められた正反射光のうち図4に示すように隣接小楕円により遮られる場合

図4 二次反射光の関係

や、隣合う楕円により遮られる場合、二次正反射光が生ずるが、その値はきわめて小さいのでこの計算では零と仮定した。したがって、それぞれの場合について正反射光が遮られるか否かの判定を行った。

図4において隣接小楕円 O_{n+1} の方程式は

$$\frac{\{x \cos(-\alpha_{n+1}) - y \sin(-\alpha_{n+1}) - x_{n+1}\}^2}{a^2} + \frac{\{x \sin(-\alpha_{n+1}) + y \cos(-\alpha_{n+1}) - y_{n+1}\}^2}{b^2} = 1 \quad \dots\dots(18)$$

である。ただし点 (x_{n+1}, y_{n+1}) は小楕円 O_{n+1} の中心である。

(11)式を(18)式に代入して

$$A_1 x^2 + B_1 x + C_1 = 0 \quad \dots\dots\dots (19)$$

ただし

$$\begin{aligned} A_1 &= b^2 \left\{ \cos \alpha_{n+1} + \tan \left(\frac{\pi}{2} - \delta_{nm} \right) \sin \alpha_{n+1} \right\}^2 \\ &\quad + a^2 \left\{ (-\sin \alpha_{n+1}) + \tan \left(\frac{\pi}{2} - \delta_{nm} \right) \cos \alpha_{n+1} \right\}^2 \\ B_1 &= 2b^2 \left\{ \cos \alpha_{n+1} + \tan \left(\frac{\pi}{2} - \delta_{nm} \right) \sin \alpha_{n+1} \right\} \\ &\quad \left\{ \left[y_{nm} - x_{nm} \tan \left(\frac{\pi}{2} - \delta_{nm} \right) \right] \sin \alpha_{n+1} - x_{n+1} \right\} \\ &\quad + 2a^2 \left\{ (-\sin \alpha_{n+1}) + \tan \left(\frac{\pi}{2} - \delta_{nm} \right) \cos \alpha_{n+1} \right\} \\ &\quad \left\{ \left[y_{nm} - x_{nm} \tan \left(\frac{\pi}{2} - \delta_{nm} \right) \right] \cos \alpha_{n+1} - y_{n+1} \right\} \\ C_1 &= b^2 \left\{ \left[y_{nm} - x_{nm} \tan \left(\frac{\pi}{2} - \delta_{nm} \right) \right] \sin \alpha_{n+1} \right. \\ &\quad \left. - x_{n+1} \right\}^2 + a^2 \left\{ \left[y_{nm} - x_{nm} \tan \left(\frac{\pi}{2} - \delta_{nm} \right) \right] \cos \alpha_{n+1} \right. \\ &\quad \left. - y_{n+1} \right\}^2 - a^2 b^2 \end{aligned}$$

である。(19)式の判別式を D_1 とすれば、 $D_1 > 0$ のとき、反射光は隣接小楕円に当り遮られる。

同様に図4の楕円Ⅱにおいて、楕円上に存在する小楕円の包絡面を表面がなめらかな1つの楕円で近似すると、この楕円の方程式は

$$\frac{(x-z)^2}{(1+b)^2} + \frac{y^2}{(k+b)^2} = 1 \quad \dots\dots\dots (20)$$

である。(11)式を(20)式に代入して

$$A_2 x^2 + B_2 x + C_2 = 0 \quad \dots\dots\dots (21)$$

ただし

$$\begin{aligned} A_2 &= (k+b)^2 + (1+b)^2 \tan^2 \left(\frac{\pi}{2} - \delta_n \right) \\ B_2 &= -2z(k+b)^2 - 2(1+b)^2 \tan \left(\frac{\pi}{2} - \delta_n \right) \\ &\quad \left\{ y_{nm} - x_{nm} \tan \left(\frac{\pi}{2} - \delta_n \right) \right\} \\ C_2 &= (k+b)^2 z^2 + (1+b)^2 \left\{ y_{nm} - x_{nm} \tan \left(\frac{\pi}{2} - \delta_n \right) \right\}^2 \\ &\quad - (1+b)^2 (k+b)^2 \end{aligned}$$

である。(21)式の判別式を D_2 とすれば $D_2 > 0$ のとき反射光は隣合う楕円により遮られる。

以上2つの判定で、反射光が零となれば(17)式の正反射光強度 $\Delta I(\delta)$ は

$$\Delta I(\delta) = 0 \quad \dots\dots\dots (22)$$

となる

この考え方で楕円上のすべての小楕円に対して入射光方程式の切片 c の値を変化して受光角と正反射光強度を求め、各受光角ごとに加えれば、正反射光分布曲線が求められる。

しかしながら、各反射光光軸は測光中心である O 点

に結ばず、受光条件は完全ではない。しかし楕円柱面の大きさが測光系と比較して無視し得るほど小さいので、各反射光軸は測光中心 O に集まるものとして計算した。

3. コンピュータによるシミュレーション

図5(a)は実際の計算で用いたメインフローチャートである。また図5(b)~図5(f)はそれぞれ、座標、反射光強度、判別式、反射点、のサブルーチンを示したものである。

図6は図5のフローチャートに従ってコンピュータシミュレーションを行った一例で、入射角 $\varphi = 60^\circ$ 、屈折率 $n = 1.5$ 、楕円の高さ $k = 0.1$ 、小楕円の長軸の長さ、 $2a = 0.15$ 、短軸の長さ $2b = 0.014$ 、小楕円の箇数13箇の場合のプリント結果である。なお、本報文の計算例は、すべて屈折率を $n = 1.5$ として計算してある。

4. シミュレーションの結果と検討

図7、図8は入射角 φ を 60° と 45° としたとき楕円の短径について $k = 0.1$ 、小楕円の長径を $2a = 0.08$ の場合、小楕円の短径 $2b$ をパラメータとしたときの正反射光分布曲線の計算結果である。入射角が 60° のとき、小楕円の短径 $2b$ が大きくなると正反射光の最大値は小さくなり広がりを増してくる。入射角 φ が 45° の場合も同様である。

図9は入射角 $\varphi = 60^\circ$ 、楕円の $k = 0.1$ 小楕円の長径 $2a = 0.15$ 、小楕円の短径 $2b$ をパラメータとしたときの

図5.a) メイン プログラム

図 5(b) 座標, 回転角を求めるサブ ルーチン

図 5(c) 反射光強度を求めるサブ ルーチン (I)

図 5(d) 反射光強度を求めるサブ ルーチン (II)

図 5:e) 判別式のサブ ルーチン

図 5:f) 反射点を求めるサブ ルーチン

図 6 コンピュータ シミュレーションの一例

図 7 入射角 60° $k=0.1$, $2a=0.08$ の正反射光分布曲線の計算結果

図 8 入射角 45° $k=0.1$, $2a=0.08$ の正反射光分布曲線の計算結果

図 9 入射角 $\varphi=60^\circ$ $k=0.1$, $2a=0.15$ の正反射光分布曲線の計算結果

正反射光分布曲線である。図7の正反射光分布曲線と比較して小楕円の長径 $2a$ の値が大きくなり、短径 $2b$ の値が小さくなる場合、すなわち、小楕円が偏平になると、正反射光分布曲線は鋭くなってくる。

図10は入射角 $\varphi=60^\circ$ 、楕円の $k=0.25$ 、小楕円の長径 $2a=0.08$ 、小楕円の短径 $2b$ の値をパラメータとし

図10 入射角 $\varphi=60^\circ$ $k=0.25$ 、 $2a=0.08$ の正反射光分布曲線の計算結果

たときの正反射光分布曲線である。図7の正反射光分布曲線と比較して、楕円の k の値が大きくなると正反射光強度の値は全体的に小さくなってくる。

小楕円の短径 $2b$ が小さくなると正反射光強度の最大値が大きく、鋭くなってくるのは楕円柱面の基準面に近い傾き角を微小素面の数が増加してくるためと考えられる。また、小楕円の短径 $2b$ の値が小さく、偏平となった場合は、図11の様に、ややふくらみのある三角形断

図11 三角断面をもつ繊維の場合

面をもつ繊維の集合体からなる繊維に相当するものと考えられる。したがって、このモデルはその小楕円筒の短軸の長さ $2b$ と b/a を幅広く変化させれば幾何学的条件に一致するモデルを作ることが可能である。

入射平行光束が繊維の配列に対して垂直な場合と平行な場合の正反射光分布曲線と、層内拡散反射光分布曲線のシミュレーションを行い、これらの3成分を重ね合せれば2次元測光系での反射光分布曲線が得られ、測定結果との比較検討が可能となる。

5. あとがき

今回の計算では、楕円柱面上に小楕円筒を規則的に配列したモデルを用いて、繊維上層の繊維配列の方向に対し、入射平行光束の光軸が垂直に入射した場合の正反射光分布曲線のシミュレーションを行った。

このモデルは前回のモデルと比較して、繊維の断面形状が各種の楕円、あるいは三角形の場合にも適用できることを示した。

次回には、繊維の断面形状を変えた場合の計算、また、繊維の上層の繊維配列に対し、入射平行光束の光軸が平行に入射する場合についての計算について報告する予定である。

参考文献

- 1) 武藤, 荒井, 仁平, 坪井, 軍司; 繊維誌, **35**, T72 (1982)