織物の反射光分布曲線のシミュレーション

(第1報) 楕円柱面上に小円筒を配列したモデルによる反射光分布曲線の計算

東海大学 工学部	武 藤 信 男*	(会員)
明治大学 工学部	荒 井 俊 彦**	(〃)
〃	仁 平 幸 治**	(〃)
愛知工業大学 工学部	坪 井 常 世***	(〃)
大妻女子大学 家政学部	軍 司 敏 博****	(〃)

Computer Simulation on Goniophotometric Curves of Fabrics.

Part 1: The Fabric Model Made of Elliptic Column Yarns Covered with Fine Cylinders.

Nobuo Muto*, Toshihiko Arai**, Koji Nihira**, Tsuneyo Tsuboi***
and Toshihiro Gunji****,

*Faculty of Engineering, Tokai University, Kanagawa.

**Faculty of Engineering, Meiji University, Kanagawa.

***Faculty of Engineering, Aichi Institute of Technology, Aichi.

****Faculty of Home Economics, Otsuma Women's University, Tokyo.

Abstract

Authors have previously reported that the distribution curve of a specular reflection light, *i.e.*, goniophotometric curve, on fabrics can be calculated by using the simple cross-sectional elliptic model. The experimental results agreed well with these calculated curves. It is necessary, however, to assume a model more similar to fabrics, because the surface of fabrics is much complicated.

The goniophotometric curves were obtained by a computer simulation by using a new model, in which a parallel luminous flux was assumed to be applied to the fabrics. The new model is so assumed that fine cylinders are arranged side by side on the surface of an ellipsoid. In this computer simulation, the axis of incident flux and photo-detector were assumed to be perpendicular to the filaments of fabric, and the reflection light was calculated from the view point of luminous intensity.

The method of the calculation is more applicable than that of the previous paper. (Received December 10, 1981)

摘 要

目的 前報において織物の正反射光分布曲線を計算より求めるために、単純な楕円柱面モデルを用いて織物の表面よりの正反射光分布曲線を計算し、その傾向が測定結果と似ていることを報告した。

しかしながら、実際の織物の表面は複雑であるのでそれに対応してモデルをより近似度の高いものにすることが必要である。そのためにはモデルの条件を変えて計算を行う必要がある。今回は織物の上層の繊維に対して入射平行光束の光軸と受光軸とが繊維に対して垂直になるような場合を考えて、楕円柱面上に小円筒を規則的に配列したモデルを基本モデルとし、正反射光分布曲線についてコンピュータ シミュレーションを行った。

成果 前報の結果に対して反射光光度としての取扱いを厳密に行い、かつ各種条件を変えた精度の高い計算を行った。

(昭和56年12月10日受理)

1. まえがき

前報¹⁾²⁾において、織物表面のモデルとして極めて単純化した楕円柱面モデルと、楕円柱面上に規則的に配列した円筒のモデルを使って、織物の正反射光分布曲線を近似的に計算した。そして計算結果の傾向が、測定結果の傾向と良く似ていることを確認した。

しかしながら、実際の織物の表面の正反射光分布曲線を計算によって求めることは織物の表面が複雑であるので、それに対応してより近似度の高いモデルにすることが必要である。したがって、このような織物の表面の反射光分布曲線を求めるために、モデルによるコンピュータ シミュレーションを行う必要がある。しかもこれに関する報文はあまり多くない。

そこで、筆者等は電子計算機を使用し、モデルの条件をいろいろと変えてコンピュータ シミュレーションを行った。

一般に織物に平行光束が入射した場合測光面を、たて糸の軸に垂直になるようにすれば、よこ糸には平行となる。したがって、たて方向、よこ方向、それぞれの正反射光成分を考える場合は繊維の配列に対して、測光面が垂直な場合と平行な場合の組合せとして考えればよい。この2つの正反射光成分に層内拡散反射成分が重ね合せられたものが、反射光分布曲線となる。

今回は、織物の上層の繊維の配列に対して入射平行光束の光軸が繊維軸に垂直になるような場合について正反射光分布曲線をモデルを使ってコンピュータ シミュレーションを行った。その条件を満たすモデルとして、楕円柱面上に小円筒を規則的に配列したモデルを基本モデルとして、正反射光分布曲線を計算した。さらに前報の結果に対する反射光光度としての取扱いを厳密にし、かつ精度の高い計算が得られるようにコンピュータ シミュレーションを行った。

2. モデルと基本計算

実際の織物では繊維の束の断面はほぼ楕円状になっていて、その最上層の部分はおよそ十数本の単繊維が存在するとみなした。また、その単繊維の断面形状は各種の形が考えられるが、今回の計算では図1のような楕円柱面上に小円筒を配列したモデルを使用した。

楕円柱面は長径を2、短径を2k、軸方向の長さを1として、中心軸を通る平面によって隣りのものと連結され、しかも連結部分は反射光分布曲線にはまったく影響がないものとして無視した。楕円柱面上の小円筒は実際の織物の最上層の単繊維に対応するもので、柱面の断面上に中心をもつ半径rの小円筒で、10~20個ほど、すきまなく並べられているものとした。

図1 楕円柱面上に小円筒を規則的に配列したモデル

測光面が楕円柱の中心軸に垂直で、測光中心が中心軸上にあり、楕円柱の軸方向に単位長さを取っているので、二次元としての取扱いが可能となる。この楕円柱面に入射角φで平行光束を投射した時の正反射光分布曲線を計算した。

いま図2のような楕円上点の $O_n(x_n, y_n)$ に中心をもつ半径rの小円について考える。

図2 楕円面上の小円筒の光学的関係

入射光束は平行光束であるので、入射光をシミュレートした方程式は、

$$y = x \tan\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) + c \dots\dots\dots (1)$$

と表わすことができる。ただしcは切片である。

また小円の方程式は

$$(x - x_n)^2 + (y - y_n)^2 = r^2 \dots\dots\dots (2)$$

となる。

(1)式で表される入射光が(2)式で表される円と交差すれば反射点が存在し正反射光が生ずる。

(1)式を(2)式に代入して

$$x^2 \left\{ 1 + \tan^2 \left(\frac{\pi}{2} + \varphi \right) \right\} + 2x \left\{ (c - y_n) \tan \left(\frac{\pi}{2} + \varphi \right) - x_n \right\} + \left\{ x_n^2 + (c - y_n)^2 - r^2 \right\} = 0 \dots (3)$$

ここで

$$A = 1 + \tan^2 \left(\frac{\pi}{2} + \varphi \right)$$

$$B = 2 \left\{ (c - y_n) \tan \left(\frac{\pi}{2} + \varphi \right) - x_n \right\}$$

$$C = x_n^2 + (c - y_n)^2 - r^2$$

とすれば, (3)式の判別式は

$$D = B^2 - 4AC \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる.

ここで, $D > 0$ の場合入射光は円 O_n に当たり反射点が存在する. (3)式の解を x_a , x_b とすれば,

$$x_a = \frac{-B + \sqrt{D}}{2A}, \quad x_b = \frac{-B - \sqrt{D}}{2A} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$x_a \geq x_b$ するとき反射点 P_{nm} の x 座標 x_{nm} は

$$x_{nm} = x_b \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる. またその y 座標 y_{nm} は(1)式より

$$y_{nm} = x_{nm} \tan \left(\frac{\pi}{2} + \varphi \right) + c \quad \dots\dots\dots (7)$$

となる.

したがって, 点 P_{nm} における反射光の受光角を δ とすれば反射光の方程式は

$$y = x \tan \left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) + y_{nm} - x_{nm} \tan \left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) \quad \dots\dots\dots (8)$$

となる.

円 O_n の反射点 $P_{nm} (x_{nm}, y_{nm})$ における接線の勾配は

$$\tan \alpha = \frac{x_n - x_{nm}}{\sqrt{r^2 - (x_{nm} - x_n)^2}} \quad \dots\dots\dots (9)$$

となる. したがって点 P_{nm} における法線の傾き角 α は,

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{x_n - x_{nm}}{\sqrt{r^2 - (x_{nm} - x_n)^2}} \quad \dots\dots\dots (10)$$

となる.

なお点 P_{nm} の受光角 δ , またその微小素面の入射角 ϕ はそれぞれ

$$\delta = \varphi - 2\alpha \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\phi = \frac{\varphi + \delta}{2} \quad \dots\dots\dots (12)$$

となる.

次に図3において, 入射平行光束を等分割してそれぞれの反射点を P_{nm} , P_{nm+1} , P_{nm+2} とすると, それぞれの反射角は δ_{nm} , δ_{nm+1} , δ_{nm+2} , となる. したがって, その P_{nm} , P_{nm+1} の反射光の立体角を $d\omega_{nm}$ とすれば, 中心軸上の長さは1であるので

$$d\omega_{nm} = \delta_{nm+1} - \delta_{nm} \quad \dots\dots\dots (13)$$

となる.

反射光分布曲線は光度を測定しているので, 各反射光の光度 dI は,

図3 立体角の説明図

$$dI = \frac{dF}{d\omega} \quad \dots\dots\dots (14)$$

dF , $d\omega$ はそれぞれ入射平行光束, 立体角である.

dF は一定であるので, それを1と仮定すると, 試料の屈折率 n と微小素面の入射角 ϕ により決まるフレネル係数を $f(\phi, n)$ とすれば, 点 P_{nm} の正反射光光度 $\Delta I(\delta)$ は

$$\Delta I(\delta) = f(\phi, n) \cdot \frac{1}{d\omega} \cdot \cos \phi \quad \dots\dots\dots (15)$$

となる.

この考え方に従ってすべての小円について, 受光角 δ の正反射光光度 $\Delta I(\delta)$ を求める.

このようにして各反射点における正反射光強度が求められるが, その各反射光軸は測光中心である O 点に結ばず, 受光条件は完全ではない. しかしながら楕円柱面の径が測定系の径と比較して無視し得るほど小さいので, 各反射光軸は測定中心 O に集まるものと仮定して計算しても差し支えない.

次にこの反射光が隣接小円柱で遮られて二次反射光になる場合, さらに隣接楕円柱面に遮られて二次正反射光になる場合の両者については極めて小さいのでこれを零と仮定して計算を行う. したがって, その2つの場合についてそれぞれ正反射光が遮られるか, 否かの判定を行う.

図4において, 円 O_{n+1} の方程式は

図4 反射光と隣接小円との関係

$$(x-x_{n+1})^2+(y-y_{n+1})^2=r^2 \dots\dots\dots(16)$$

である。(8)式を(16)式に代入して

$$\begin{aligned} & x^2 \left\{ 1 + \tan^2 \left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) \right\} + 2x \left[\tan \left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) \right. \\ & \quad \left. \left\{ y_{nm} - x_{nm} \tan \left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) - y_{n+1} \right\} - x_{n+1} \right] \\ & + \left[\left\{ y_{nm} - x_{nm} \tan \left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) - y_{n+1} \right\}^2 \right. \\ & \quad \left. + x_{n+1}^2 - r^2 \right] = 0 \dots\dots\dots(17) \end{aligned}$$

ここで(17)式の判別式を D_1 とすれば、 $D_1 > 0$ の時反射光は隣接小円柱に遮られる。

同様に(8)式で示される反射光が隣の楕円に当たるかどうかの判定を行う。

図5の楕円Ⅱにおいて、楕円上に小円筒が存在する凹

図5 反射光と隣接楕円との関係

凸のある表面を表面がなめらかな楕円柱面で近似すると、その断面の方程式は、

$$\frac{(x-z)^2}{(1+r)^2} + \frac{y^2}{(k+r)^2} = 1 \dots\dots\dots(18)$$

となる。(8)式を(18)式に代入して

$$\begin{aligned} & x^2 \left\{ (k+r)^2 + (1+r)^2 \tan^2 \left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) \right\} + \\ & 2x \left[(1+r)^2 \tan \left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) \left\{ y_{nm} - x_{nm} \tan \left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) \right\} \right. \\ & \quad \left. - (k+r)^2 z \right] + (1+r)^2 \left\{ y_{nm} - \right. \\ & \quad \left. x_{nm} \tan \left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) \right\}^2 + (k+r)^2 z^2 - \\ & (k+r)^2 (1+r^2) = 0 \dots\dots\dots(19) \end{aligned}$$

ここで判別式を D_2 とすれば、 $D_2 > 0$ の時反射光は隣接楕円柱面に遮られる。

以上2つの判定で反射光が零となれば(15)式の正反射光光度 $\Delta I(\delta)$ は

$$\Delta I(\delta) = 0 \dots\dots\dots(20)$$

となる。

このようにして一個の小円についての正反射光光度が求められるが、これを楕円柱面上すべての小円について求め、同一受光角について加えれば、正反射光分布曲線が求められる。

3. コンピュータによるシミュレーション

図6(a)は実際の計算で用いたフローチャートである。また図6(b)～図6(h)はそれぞれ、座標、反射光強度、判別式、立体角、反射点、印刷のサブルーチンを示したものである。

図7は図6のフローチャートに従ってコンピュータシミュレーションを行った一例で、屈折率 $n=1.5$ 、入射角 $\phi=45^\circ$ 、楕円の短径について $k=0.25$ 、円筒の半

図6(a) メインフローチャート

図6(b) 座標を求めるサブルーチン

図 6(c) 反射光強度を求めるサブ ルーチン (1)

図 6(d) 反射光強度を求めるサブ ルーチン (2)

図 6(e) 判別式のサブ ルーチン

図 6(f) 立体角を求めるサブ ルーチン

図 6(g) 反射点を求めるサブ ルーチン

図 6(h) 印刷のサブ ルーチン

図7 コンピュータ シミュレーションの一例

径 $r=0.075$ (円筒の個数=13) とした場合の受光角に対する正反射光分布曲線の印刷結果である。本論文の計算例においては、すべて屈折率 $n=1.5$ として計算してある。

4. シミュレーションの結果と検討

図8、図9は楕円の短径について $k=0.5$ とし、小円の半径 r をパラメータとしたときの入射角 φ をそれぞれ 45° と 60° としたときの正反射光分布曲線の計算結果である。入射角 φ が 45° のとき小円の半径 r の値が小さくなると、正反射光光度は同じ形で大きくなる。入射角 φ

図9 入射角 60° の正反射光分布曲線の計算結果 図8 入射角 45° の正反射光分布曲線の計算結果

が 60° の場合も同様である。なお入射角 $\varphi=45^\circ$, 60° のとき k を変えても正反射光分布曲線はほとんど変化しない。

小円の半径 r の値が小さくなると正反射光光度が増加するのは、 r の値が小さくなるに従って、楕円上の小円の個数が増加し、その結果正反射に寄与する微小素面の数が増加してくるためと考えられる。

今回の計算では織物の上層の繊維に対して入射平行光束の光軸と受光軸が繊維軸に対して垂直になるような場合についてのみ行った。そのため、測定結果と直接比較することは不可能である。また上層繊維のモデルとして

断面が円形のを考えた。実際の織物の繊維は、このような単純なものではなく、断面が楕円形など円形と異なった形状を持っているので次回以降においてはこれを考慮し種々の条件を変えシミュレーションを行う。さらに他の2成分についてのシミュレーションを併せて行い、3成分の重ね合せとして、測定結果と比較検討が可能となる。

5. あとがき

今回は織物の上層の繊維に対して入射平行光束の光軸と受光軸が繊維軸に対して垂直になるような場合についての正反射光分布曲線のコンピュータシミュレーション

を行った。そのモデルとして楕円柱面上に円筒を敷き並べたものを考えて計算した。しかし実際の織物の繊維はその断面形状として各種のものが用いられている。したがって今後その断面形状を例えば多角形、楕円形等について行えば、実際の織物面の反射光分布曲線に近いシミュレーションが得られるものと考えられる。このようにして、近似度の高いシミュレーションが得られれば、織物面の光沢の量的、質的評価の解析に役立つものと考え研究を進めている。

参考文献

- 1) 仁平, 坪井, 軍司; 織機誌, 30, T 23 (1977)
- 2) 仁平, 坪井, 軍司; 織機誌, 30, T 77 (1977)