差動運動の新しい図式的解法とその応用(4)

複合的差動運動, DMの一般的定理および減速装置について*

大 沢 源一郎**

1. はじめに

前報では³⁾差動運動が行列式に表わされ運動線図の座標が直示されるという興味ある関係, いわばこのシリーズ¹⁾²⁾での山にも相当すべきところを述べた。一般の研究では理論の叙述に伴いその証明として実験線図など示されるが, 機構学では原則として実験の証明を行わず, ほとんど理論が主になる。その代り例えば歯形曲線の問題では計算曲線などの diagram (曲線図) が示されることがある。差動運動でも改めて回転実験等を行うまでもないことであるが, そこになんらかの傍証としての線図を伴うことが望ましい。差動運動線図それ自体は理論的なものであるが計算とは別種の図式的表現法になるので, この場合は nomogram (共線図) が傍証的な線図といえよう。つまり代数的計算とその幾何学的表示との間になんら矛盾がないことを示そうとする訳である。そこへ DM 行列式を併用すれば相互の関係がさらに生かされるであろう。差動運動は机上だけでも計算設計できるが, 線図の成立によって結果の確認を期し得るし, また線図の直観性から新しい知見を見出すこともあろう。筆者は常に上述の証明という意味でも運動線図を示しているつもりである。

差動運動(DM)の実用の一つは回転の定減速である。ウォーム装置等でもかなり減速はできるが, 入出力軸の入替やまた増速の場合も考えると DM の方がより自在である。複合的 DM による等価的な減速機, 単純 DM なる減速調車, 或いは DM の減速が操重機の増力に利用される場合等がある。任意単純 DM でも側路と回転連絡すれば自由に減速される可能性がある。これらに通用する一般的定理に基き, DM 行列式と運動線図

(DMN)とを駆使して検討を加えてみよう。

2. 複合的差動運動

差動運動系に属して同時回転する全車軸のうち一部の回転が利用され, または新たに車軸を設けて有用な回転を取出すこともできる³⁾。

図 1 I に示すような Humpage 歯車というのがある。これは傘歯車式であるが, 同じ作用をする平歯車式の等価機構として図 1 II が考えられ, 両者共通に取扱える。単純な DM ならば車 A を入力として A-B-D 系統を経て出力 D になるか, または A-BC-E 系統の出力 E になるかである。ところが図 1 の場合はこれらの 2 系統が重なった複合形であり A が入力, E が出力の回転となる。

基準回転 m の指定は自由であるが³⁾, いま $D(m)$ また $A(n_1)$, $E((n_2))$ とする。対応する歯数比は $e_1 = -D/A$, $e_2 = DC/BE$ であり

$$n_1 = e_1 m + (1 - e_1) a, \quad n_2 = e_2 m + (1 - e_2) a \quad \cdots \cdots (1)$$

この際アームの a は陰の回転であり, 式(1)から a を消去すると

$$n_2 = \{(e_2 - e_1) m + (1 - e_2) n_1\} / (1 - e_1) \quad \cdots \cdots (2)$$

この機構では D を死車としてフレーム固定するので, $m = 0$ として式(2)から

$$n_2/n_1 = (1 - e_2) / (1 - e_1) = \delta \quad \cdots \cdots (3)$$

アーム回転も必要ならば, 式(1)で $m = 0$ とおいて,

$$a/n_1 = (1 - e_1)^{-1} = A / (A + D) \quad \cdots \cdots (4)$$

この種の DM は回転減速装置に利用され, 回転比 $n_2/n_1 < 1$ なる一定値を目標にする。歯数をたとえば $A = 12$, $B = 42$, $C = 16$, $D = 48$, $E = 40$ にとると $e_1 = -4$, $e_2 = 0.457$. 式(3)から $\delta = 1/9.21$, $a/n_1 = 1/5$ の程度になる。

*New Graphic Representation of Differential Motion and its Application (4). —Compound Differential Motion, General Theorem of DM and DM Reduction Gears.

**G. Ohsawa, Member. 群馬大学 工学部 教授(工博)

図1 複合的差動運動

また固定車 D を開放し, DM 系外の回転側路で m/n_1 の回転比を作り, n_2/n_1 を目標値とするためには, 式(2)から

$$m/n_1 = \{ (1 - e_1)n_2/n_1 - 1 + e_2 \} / (e_2 - e_1) \quad \dots\dots(5)$$

さらに $n_2 = 0$ の限度を考えると

$$m/n_1 = (1 - e_2) / (e_1 - e_2) = \epsilon \quad \dots\dots(6)$$

$$= -A(BE - CD) / D(AC + BE),$$

上例では $\epsilon = -1/8.21$ となる。

$$\therefore 1/\delta + 1/\epsilon = 1 \quad \dots\dots(7)$$

なる函数関係がある。しかし構造的には $e_1 < 0$, $0 < e_2 < 1$ であり, したがって

式(3)分子 $1 - e_2 > 0$, 分母 $1 - e_1 > 0$, $\therefore \delta > 0$ 。

式(6)分子 $1 - e_2 > 0$, 分母 $e_1 - e_2 < 0$, $\therefore \epsilon < 0$ 。

式(3)や(6)で表される図1 I, II 以後の複合 DM では, 上式に対応して次の行列方程式(3)', (6)' が成立つ。念のため $\delta = (n_2/n_1)_{m=0}$, $\epsilon = (m/n_1)_{n_2=0}$ 。

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ e_1 & 1 & 1 \\ e_2 & \delta & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} e_1 & 1 & 1 \\ e_2 & 0 & 1 \\ 1 & \epsilon & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad \dots\dots(3)', (6)'$$

各第1, 2行の既知座標 $(1, 0)$, $(e_1, 1)$, また $(e_1, 1)$, $(e_2, 0)$ から DMN , 図1 III が得られる。各縦値は対 n_1 の回転比 ($n_1 = 1$) であり, 割線(1)は $m = 0$, (2)は $n_2 = 0$ の状態が示される。函数比 e_2 が1に近いほど回転比 δ は0に近づき, $e_2 \leq 1$ に応じて $\delta \geq 0$ となることは図からも推測される。式(3)の分母のように $e_1 < 0$ の場合 $|e_1|$ が大きいほど減速効果があり, 図上 $e_1 = -4$ にもそれが現れている。座標 $(e_1, 1)$ を通り $e_2' > 1$ と仮定する割線(3)から $m/n_1 = \epsilon' > 0$ がわかり, $n_2'/n_1 = \delta' < 0$ と ϵ' とは向きが逆になる。

固定車 $D(m)$ を解放して新たに車 E の $n_2 = 0$ を考えるのは, いわば固定車の交換であり, $e_2 \leq 1$ に応じて

$\delta \geq 0$, $\epsilon \leq 0$ すなわち $\epsilon/\delta < 0$ となる。函数比 $e_2 > 0$ ならば $a/n_1 > 0$ なることも図示される。この機構では $e_1 < e_3 < 0 < e_2 < 1$ であり, 右下がり割線で $n_1 > n_3 > a > n_2 > m$ の大小順になる。

3. DM 系の一般的定理

いま図1 I, II で車 F を新たに設け車 C に噛合せて主軸線上に回転 n_3 を作る。この回転は必要に応じて A または E の軸をスリーブにして右方で出し入れができる。 $D(m)$ に対する $F(n_3)$ から $e_3 = -DC/BF = -1.83$, ただし $F=10$ である。回転 $n_3 = e_3 m + (1 - e_3)a$ を式(1)に連立させて, a と m とともに消去すると

$$(e_1 - e_2)n_3 + (e_2 - e_3)n_1 + (e_3 - e_1)n_2 = 0 \quad \dots\dots(8)$$

回転は4種以上あり得るが, 式(8)に関係するのは3種ゆえ添字 i, j, k の一般式として³⁾

$$(e_i - e_j)n_k + (e_j - e_k)n_i + (e_k - e_i)n_j = 0 \quad \dots\dots(9)$$

行列化すると一般標準型³⁾の次式となる。

$$\begin{vmatrix} e_i & n_i & 1 \\ e_j & n_j & 1 \\ e_k & n_k & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} e_i & 1 & 1 \\ e_j & n_j/n_i & 1 \\ e_k & n_k/n_i & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad \dots\dots(10), (10)'$$

回転 a と m も付带的意味はあるが, 一律に所属回転として取扱われる。これらが既知のときは $e_i = 0$, $n_i = a$, $e_j = 1$, $n_j = m$ として簡単になる。

普通の単純な DM 系ではアームが1個あり, その回転 a が差動運動の特徴を出している。図1 I, II の $F(n_3)$ の場合は主軸線上に回転軸の数を増しただけで, ここには1個の DM 系しかなく, その使用法が複合的(複式)であると見るべきであろう。

式(9), (10)は方程式として一つの未知数を含むと考えられる。元来が各 e や n について線型であり³⁾, 線図では直線を表わし, そこに関係3座標が一斉に乗る。 DMN では既知2座標 (e_i, n_i) , (e_j, n_j) を結ぶ割線が自動的に第3座標 (e_k, n_k) を通る。第3座標は成分の一方が未知, 普通は e_k 既知で n_k 未知とするが, 線図ではその n_k も同時に表示される。式(10)では1並び1以外の6成分中既知5個から, また単純な DM では a, m, e など既知3成分から線図上に未知成分が求められる。

図1 I の例のように回転が a, m, n_1, n_2 と4種類あれば, 3座標 (e_i, n_i) , (e_j, n_j) , (e_k, n_k) の組は次の $4C_3 = 4$ 通りできる。

$$(0, a)(1, m)(e_1, n_1), (0, a)(1, m)(e_2, n_2),$$

$$(1, m)(e_1, n_1)(e_2, n_2), (0, a)(e_1, n_1)(e_2, n_2)$$

これらはまず線図上の4直線と考えられる。各組は互いにどれか2座標ずつが共通であるから, 4直線は重なり4座標は1直線上にある。同様にして一般に DM 系の回転が ν 種類あれば, νC_3 本の直線は一致しその上に ν 個の座標はすべて乗るとみなされる。

そこで前の定理¹⁾を拡張して次の命題が成立つであろう。

【定理】 同一差動運動系に属する座標 (歯数比, 回転数) はすべて運動線図の一直線上にある。

直線を決定するのは2座標であり, 原公式からいえるが, 次のことは公理であろう。

(公理) 差動運動系では任意2種回転を与えれば全回転がきまる。

これはもちろん DM 単独で可能な回転合成¹⁾の場合であり, 回転配分¹⁾には1種回転と他2軸の回転比が必要になる。付与回転として, 最も簡単な固定, すなわち回転0と置くことも含まれる。付与1種回転だけでは運動不定であり, また3種以上の回転を任意に与えることもできない (機構破損)。粗紡機では主軸回転から一たん側路で変速回転を作り DM 部で2者を合成した¹⁾。後述の側路を内蔵する減速機 (調車) もこの例である。

図2は複合 DM 等の式 (10)' の関係を示す一般的 DMN ($n_i=1$) すなわち対 n_i 回転比線図である。既知回転比1, $n_j/n_i (= \epsilon)$ から割線 $(e_i, 1)$ (e_j, ϵ) が引かれ, e_k を通る縦軸との交点が未知の $n_k/n_i (= \delta)$ を与える。時には表立たぬ m , a のほか陰回転として所属の残り全車

図2 一般的 $DMN(n_i=1)$

軸の回転 (点線縦軸) がある。各車軸の歯数比は構造的に既知で, 必要ならば各回転比はすべて該割線との交点で求めることができる。

4. 複合的差動運動の例

4.1 平歯車式 DM 減速機 (5車)

図1Ⅱの機構は固定車 D に対して入出力軸が図1Ⅰとは逆位置になる。前と同様の e_1, e_2, e_3 であるが, 公転軸 $BC(n_4)$ は $e_4 = D/B$ となる。 DMN も図1Ⅲと同形であるが, n_4/n_1 が追加図示される。

歯数制約 $D = 2B + A$ を考慮して次のように歯数を割出してみる。 $B \equiv x$ (整数) 例えば $x=15$ とし $A \equiv x+3=18$, $C \equiv x-1=14$, $D \equiv 3(x+1)=48$, $E \equiv 3x=45$ とする。

$\therefore e_1 = -3(x+1)/(x+3) = -2.6, e_2 = 1 - 1/x^2 = 0.995$ 。

前式(3), (6)または(7)が適用され, $m=0$ で $\delta=1/825$, a

$/n_1=1/3.67$, $n_2=0$ で $\epsilon=-1/824$ 。

歯数を $C \equiv x=15$, $E \equiv 3x+2=47$ だけ変えると $e' = 1.02$, $\delta' = -1/172.3$, $\epsilon' = 1/173.3$ になる。すなわち $e_2 \leq 1$ に応じて $\delta \geq 0$ と $\epsilon \leq 0$ とは互いに異符号 ($\epsilon/\delta < 0$) である。

4.2 複合 DM 減速機 (6車)

図3Ⅰの機構はまずアーム共通な単純 DM が2個並ぶものとみなされる。左入力側の $D(m_1)-B-A(n_1)$ 系統と右出力側の $C(m_2)-E-F(n_2)$ 系統で, $n_1=m_2$, $m_1=0$ である。歯数制約 $D=2B+A$, $F=2E+C$ のもとに例えば $A=28$, $B=E=15$, $C=27$, $D=58$, $F=57$ とする。

$\therefore e_1 = -D/A = -2.07$, $e_2 = -C/F = -0.4737$ 。

各 DM につき関係回転から次式が成立つ。

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ e_1 & 1 & 1 \\ 0 & a/n_1 & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 0 & a/n_1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ e_2 & n_2/n_1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

図3 複合 DM 減速機 (6車)

線図3Ⅱで行列式から(1)の割線 $(1, 0)$ ($e_1, 1$) が引かれ0に通る縦軸上に a/n_1 がまず得られる。つぎに座標 $(0, a/n_1)$ と $(1, 1)$ を結ぶ割線(2)と e_2 軸の交点から n_2/n_1 が求まる。計算では $n_2/n_1 = (1 - e_1 e_2)/(1 - e_1) = (AF - CD)F/(A + D) = 1/163.4$, $a/n_1 = 1/3.07$ 。

また全体を1個の複合 DM とみなせば, e_1 は前と同じく, $D(m)-B-AC(n_1)-E-F(n_2)$ 系統で $e_2' = e_1 e_2 = 0.9812$ である。式(3)相当の $n_2'/n_1 = (1 - e_2')/(1 - e_1) = n_2/n_1 = \delta$, 式(6)は $\epsilon = -1/162.4$ となる。単純 DM 2個としては図3Ⅱの割線(1), (2)を引いたが, 複合 DM とみれば行列式(3)'により割線(1)だけから $n_2'/n_1 = n_2/n_1$ が直接に求められて簡単である。

4.3 超減速機

用途は別として超減速機 Super Reduction Gear とも称すべき極端に回転比を落とし得る複合 DM がある⁹⁾。図4Ⅰのような傘歯車式で, 左方の車 $A(n_1)$ が入力, 右方 $F(n_2)$ が出力である。車 $D(m)$ を固定 $m=0$ とし, $D-CB-A$ 系統で $e_1 = -BD/AC$, また $D-CE-F$ 系統で $e_2 = DE/CF$ となる。

前の諸例と同様に式(3)等が成立つが, 超減速には歯数のとり方が肝腎で, 実際上 $A=12$, $B=C=40$, $D=303$, $E=33$, $F=250$ と選ぶ。 $\therefore e_1 = -25.25$, $e_2 = 0.99990$

図4 超減速機

であり、式(3)から $\delta = 0.0001/26.25 = 1/262\,500$ になる。関係歯車4個で歯数比 e_2 は four nine の値を示し、式(3)の分子が極小 10^{-4} で分母も比較的大なる超減速になる。

この DMN は図4 IIで、数値以外は図1 IIIと同形式である。対 n_1 の割線 $(e_1, 1)(1, 0)$ 上 $e_2 \approx 1$ に $\delta \approx 0$ と出るが、拡大図で $e_2 < 1$, $\delta > 0$ なることを示す。

4.4 複合 DM 減速機 (7車)

図5 Iの複合 DMⁿ で入力軸 $A(n_1)$ 、出力軸 $G(n_2)$ 、 $D(m)$ は固定される。D-CB-A系統で $e_1 = DB/CA$ 、また D-CB-A-E-F-G系統で $e_2 = DBF/CEG$ と e_1 , e_2 の関係歯車が2個ずつ増える。

基準車 $D(m)$ の $m = 0$ から式(3), (4)や $n_2 = 0$ の式(6)したがって(7)が成立つ。歯数を例えば $A=32$, $B=81$, $C=20$, $D=50$, $E=E'=80$, $F=F'=20$, $G=50$ とすると, $e_1 = 6.328$, $e_2 = 1.0125$ 。式(3)から $\delta = 1/426.24 = A(CEG - BDF)/EG(CA - BD)$, $a/n_1 = 1/5.33 < 0$ 。

図5 複合DM減速機 (7車)

この場合 $e_1 > e_2 > 1$, 式(3)の分子分母とも負になり $\delta > 0$ に変りないが、アームは負回転になる。分母は $e_1 - 1$ と減るが e_2 に6車が関係して細かい調整ができる。

図5 IIはその DMN ($n_1=1$)で、行列式(3')から割線 $(1, 0)(e_1, 1)$ の e_2 軸に δ が得られるが、横軸1付近を拡大図で示す。割線は前と異なり右上り傾斜で, $0 < 1 < e_2 < e_1$ ゆえ $a < 0 < n_2 < n_1$ の順になる。また $e_2 \geq 1$ に応じて今度は $\delta \leq 0$, $\epsilon \geq 0$ になるが, $\epsilon/\delta < 0$ は以前と同様である。図5 II拡大部の記号は図1 IIIのそれらと同意義であるが、横軸上1の左右は互いに逆になる。

5. 単純 DM 減速機, 減速調車

単純な DM でも歯数のとり方によりかなりの減速が

できる。これには入力側が調車の形になるものがある。DMのアーム部分は他の車を乗せて自然大形になるので高速側とするのは好ましくないが、大きな直径がうまく調車に生かされる。高速な調車の軸が直接に低速で回転するような感じを与える Self Reduction Pulley である。

5.1 外歯車式

図6 Iは平歯車4個の単純 DMであり $A(m)$ を固定する。入力は一アーム軸 $S(a)$ のままでよいが、円筒側面 Eにベルトを掛ける調車にもなり $D(n)$ 出力とする。 $A(m)-BC-D(n)$ 系統で $e = AC/BD$, $m=0$ として入力回転比は

$$n/a = 1 - e = 1 - AC/BD = \delta \quad \text{.....(II)}$$

ここで $n/a \rightarrow 0$ のためには $e \rightarrow 1$ とするのがよく、歯数比 $e \leq 1$ に応じて $\delta \geq 0$ と回転向きがとれる。

図6 単純DM減速機, 減速調車

必ずしも $n/a \rightarrow 0$ を要しないが, x を整数にとり次のように置いてみる。

$$e = AC/BD \equiv (x-1)(x+1)/x^2 = 1 - 1/x^2 < 1.$$

$\therefore n/a = 1/x^2$ となる。目標値 $n/a = \delta$ に対しては $x = 1/\sqrt{\delta}$ である。例えば $x=30$, すなわち $A=29$, $B=D=30$, $C=31$ とすれば $e=0.998$, $\therefore \delta=1/900$ である。噛合い歯数に ± 1 の差があり、追歯⁸⁾として歯の遭遇均等化にもなる。任意の値 δ は歯車のため出しにくい、減速調車では次のように出力回転 n を調整できる。入力調車の半径 r , これに入る前の原動調車の半径 r_0 , 回転 n_0 とすれば $n = \delta n_0 r_0 / r$ である。

固定 $A(m)$ を開放し D を $n=0$ と固定すれば $m/a = -(x^2-1)^{-1} = \epsilon = -1/899$ となる。単純 DM でも $\delta = (n/a)_{m=0}$, $\epsilon = (m/a)_{n=0}$ として、複合 DM 同様の式(7)が成立つ。

$A(m)$ または $D(n)$ の各固定につきそれぞれ

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ e & \delta & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ e & 0 & 1 \\ 1 & \epsilon & 1 \end{vmatrix} = 0$$

これから図6ⅣのDMNで、 $e \leq 1$ に応じて割線 $(0, 1)$
 $(1, 0)$ 上に $\delta \geq 0$, またその横軸1に $\epsilon \leq 0$ が出る。 $(e' > 1; \delta' = n'/a < 0)$ 。

複合DMの式(3)に比べると分母 $1 - e_1$ による回転比低下がない。しかし式(3)でも普通には $1 - e_2 \ll 1/(1 - e_1)$ であるから、 $1 - e$ による低下だけでも充分であろう。

5.2 内歯車式

車 $A(m)$ と $D(n)$ を内歯車とする図6ⅡのDMは外歯車式と全く等価の機構である。主軸線があるため車 B, C には次の制限があらう。

$$B < A/2, C < D/2, \beta > 2 \text{ として}$$

$e = AC/BD \equiv |\beta(x-1)|(x+1)/x(\beta x)$ 。例えば $\beta = 3, x = 30; A = 87, B = 30, C = 31, D = 90$ とすると、 $e = 0.998$ 。入出力車 A, D のいずれかを内歯車、他を外歯車とする機構もできるが、 $e < 0$ になる。

5.3 側路を内蔵する単純DM減速機

図6Ⅲの機構は単純なDMであり、入力軸 $A(m)$ は機枠上の遊車 E を経て内歯車 $B(n)$ を回し、この部分は側路 $\epsilon = -A/B$ である。 $B(n)$ に背合せ一体の内歯車 $C(n)$ と A 軸の延長 $D(m)$ から遊車 F のアーム (a) が回る。出力側 $D-F-C$ 系統が $e = -D/C$ のDMであり、側路を内蔵するDM減速機といえる。回転は入力 m から側路で n ができ両回転が合成されて出力 a になる。アーム低速は力学的にも好ましく、ここには回転固定もない²⁾。一つの発想として $BC(n)$ の外側円筒部は調車の形にすることができる。

(1)入力 $A(m)$ 軸の場合(n 陰回転)は

$$a/m = (\epsilon - e)/(1 - e) = \delta \dots\dots\dots(12) \\ = (BD - AC)/B(C + D)$$

(2)調車 $BC(n)$ 入力の場合(m 陰回転)は

$$a/n = (\epsilon - e)/\epsilon(1 - e) = \delta' = \delta/\epsilon \dots\dots\dots(13) \\ = -(BD - AC)/A(C + D)$$

複合DMの式(3)と似て両場合ともわずかながら分母、 $1 < 1 - e < 2$ による低減がある。

歯数制約 $B = 2E + A, C = 2F + D$ から例えば $A = 26, B = 58, C = 59, D = 27, E = F = 16$ とすれば $e = -0.4576, \epsilon = -0.448$, よって $\delta = 1/155.8, \delta' = -1/69.87$ 。この場合 $|\epsilon| < 1$ なるゆえ $|\delta| < |\delta'|$ 。

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ e & \epsilon & 1 \\ 0 & \delta & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} e & 1 & 1 \\ 1 & 1/\epsilon & 1 \\ 0 & \delta' & 1 \end{vmatrix} = 0$$

図6ⅤのDMNで、(1) $m = 1$ 割線では対 m , (2) $n = 1$ 割線では対 n の各回転比と読む(多重表示)。上の行列方程式から共に0を通る縦軸上に割線 $(1, 1)(e, \epsilon)$ の $\delta > 0$, 割線 $(e, 1)(1, 1/\epsilon)$ の $\delta' < 0$ が出る。座標 $(0, 0)$ で交わる2破線、(1)は $a/m = 0$, (2)は $a/n = 0$ の状態

を示し、前者は (e, e) 後者は $(1, 1/e)$ を通る。歯数 B と C, A と D を入れ換え $\epsilon < e < 0$ にすると調車型でも $a/n = 1/70.87 > 0$ にできる。一般に $\epsilon \geq e$ に応じて $\delta \geq 0, \delta' \leq 0$ である。

6. 減速による増力, 操重機

歯車連鎖で半径 r_1 , 負荷 W の回転 n_1 , 入力 f の n_2, r_2 として摩擦を無視すれば、仕事の釣合から $W/f = r_2 n_2/r_1 n_1$ と接線力を増培できる。ここにDMの減速作用 $|n_1/n_2| < 1$ が応用され更に $r_2/r_1 > 1$ で補う。操重機(chain block)は1車を固定する単純DMの減速装置である。

6.1 偏心円カム2歯車式

偏心円カム(eccentric)を使うと分類²⁾ $0 < e < 1$ で歯車数が最も少ない2車のDM機構ができる。図7Ⅰにおいて歯車 $B(m)$ のピン P は本体のスリット S に沿い、偏心円カム $A(a)$ により B 自体は回転しないが、 A は $B-C$ の内噛点をずらして回転させるアーム作用を与える。

歯数 $B < C, 1 > e = B/C > 0, m = 0, \therefore n/a = 1 - e > 0$, 例えば $B = 50, C = 55; e = 0.909, \therefore n/a = 1/11$ となる。前同様 $e \rightarrow 1$ の減速であり、操重機としては $a/n \cdot r_2/r_1$ の倍力になる。

図7 DM操重機構

次の行列方程式から図7ⅢのDMNができ、割線 $(0, 1)$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ e & n/a & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (1, 0) \text{ と } e(< 1) \text{ を通る縦軸} \\ \text{の交点として } n/a(> 0) \text{ が求} \\ \text{まる。}$$

上述の偏心円回転はそのまま内噛点の回転になるが、粗紡機用Dobson-Barlow's DMでもこの種の噛合点回転を a とした²⁾。偏心円の例からもアーム回転 a とは本質的には噛合点の絶対回転と考へべきであろう。

6.2 DM 4歯車式

歯車4個の操重機用DMは図7Ⅱである。入力車 A

(n), 固定内歯車 $D(m)$, 負荷軸 (a) として $e = -BD/AC$, $m=0$, $\therefore a/n = (1-e)^{-1}$. 例えば $A=C=10$, $B=22$, $D=42$ とすると, $e = -9.24$, $a/n = 1/10.24$ である. 倍力数は nr_2/ar_1 となるが, これは $e < 0$ なる分母 $1+|e|$ を大にするだけの減速である.

図 7 IV は 4 歯車式の $DMN(n=1)$ で, 次の行列式から,

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ e & 1 & 1 \\ 0 & a/n & 1 \end{vmatrix} = 0$$

の交点が $a/n > 0$ を与える. 図のように 01 一定なるゆえ, 歯数比 $|e|$ を大にする必要がある.

7. 任意 DM と側路による減速

以上はコンパクトにまとめた減速機であるが, 一般 DM は側路を外装して割合自由な回転比を出し得る減速装置になる. 複合 DM の場合に式(5)の処置をとったが, 側路を使う以上, 内蔵型のような固定車なしの単純 DM で充分であろう.

図 8 において任意 DM の全歯数比を $e (\neq 1)$, 回転 m を入力とする.

I. 出力回転 a の場合は図 8 I のように

$$a/m = (n/m - e)/(1 - e) = \delta \text{ となり, 側路 } \epsilon \text{ は式(13)で}$$

$$\epsilon = n/m = e + (1 - e)\delta \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\delta = 0 \text{ に対しては } \epsilon = e \quad \dots\dots\dots (13')$$

図 8 のように $DM(e=-1)$ を使うと

$$\epsilon = 2\delta - 1 \text{ になる.}$$

図 8 DM と側路による減速

II. 出力回転 n の場合は図 8 II のように

$$n/m = e + (1 - e)a/m = \delta$$

$$\therefore \epsilon' = a/m = (\delta - e)/(1 - e) \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\delta = 0, \epsilon' = e/(e - 1) \quad \dots\dots\dots (14')$$

また式(14)から $e = -1$ のとき $\epsilon' = (1 + \delta)/2$

例えば $\delta = 1/100$, $e = -1$ とすると

$$\epsilon = -0.98, \epsilon' = 0.505.$$

$$\delta = 0 \text{ に対しては } \epsilon = -1, \epsilon' = 1/2$$

図 8 III のように $DM(-1)$ 機構によって δ を得るにはそれぞれ側路 ϵ , ϵ' が要求される⁹⁾.

$$\text{I. } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & \delta & 1 \\ -1 & \epsilon & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \text{II. } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & \delta & 1 \\ 0 & \epsilon' & 1 \end{vmatrix} = 0$$

I の場合は割線 $(1, 1)(0, \delta)$ 上の横軸 -1 の位置に $\epsilon (< 0)$, II の場合は割線 $(1, 1)(-1, \delta)$ 上の横軸 0 の位置に $\epsilon' (> 0)$ が出る. I, II の破割線は各 $\delta = 0$ の状態を示す.

具体的に側路とは普通歯車列であり, 外噛みだけ使えば I の場合は $\epsilon < 0$ ゆえ中偶数軸, II は $\epsilon' > 0$ ゆえ中奇数軸となる. 側路空間を要するが軸数や車数を増せば, より精密な目標値 δ が得られるはずである.

図 8 III で I の実線を II の場合に兼用すると, δ と ϵ を置換えて, $n/m = \delta < 0$ (逆転) には $\epsilon' < 1/2$ であるといえる. I の $a/m = \delta < 0$ とするには, $e = -1$ では $\epsilon < -1$ とすべきこともわかる.

8. おわりに

差動運動の減速機への応用を複合または単純 DM について検討し, そして行列方程式の既知座標から DMN を示しそれぞれの運動を明らかにした.

(1) 一般的定理として, DM 系に属するすべての座標 (e_i, n_i) は線図の一直線上にある.

(2) DM 系で 2 種回転を与えると全運動状態が決まる. 固定車も側路入力も付与回転とする.

(3) 複合 DM で規準回転を固定すると入出力回転比 $n_2/n_1 = (1 - e_2)/(1 - e_1)$ になり, $e_2 \rightarrow 1$ なるほど減速効果がある. DMN では割線 $(1, 0)(e_1, 1)$ と e_2 を通る縦軸の交点として n_2/n_1 が求まる等価機構である.

(4) 単純 DM でも回転比 $1 - e$ なる減速ができる. 歯数比 $e \leq 1$ に応じて回転比 $n/a \geq 0$ となる.

(5) 単純 DM の入力アーム部は減速調車になり, また側路内蔵の DM 調車 (出力 a) もできる.

(6) DM の減速作用は逆に倍力効果となり, 操重機に単純 DM 機構が採用される.

(7) 任意の単純 DM は外部側路と回転連絡することにより減速装置になる.

文献と注

- 筆者; 本誌, 34, P 424~428 (1981)
- 筆者; 本誌, 35, P 156~161 (1982)
- 筆者; 本誌, 35, P 184~190 (1982)
- 例えば丹羽重光; 機構学, p. 189, 丸善 (昭38)
- 側路 ϵ 既知で $n_2/n_1 = \delta$ 未知, またはその逆, いずれかの問題になる.
- 例えば浅川権八; 新編機械の素, p. 216, 理工学社 (1970)
- 編集委; 機械設計便覧, p. 1276, 丸善 (昭37)
- 宮城音五郎; 機構学, p. 116, 丸善 (昭8)
- 側路部は遊車 E を乗せるアーム軸が固定された普通歯車列とも考えられる.