傾斜円柱回りの高分子溶液の流れの数値解析

(第1報) 円柱回りの流れ場

大阪大学工学部	千	葉	訓	司 (会員)
〃	〃	菅	公	一郎
〃	〃	宋	起	元 (〃)
〃	〃	堀	川	明 (〃)

Numerical Solution for the Flow of Polymer Solutions Around an Inclined Circular Cylinder.

Part 1 : The Flow Around a Circular Cylinder

Kunji Chiba, Koichiro Kan, Ki-Won Song and Akira Horikawa

Department of Mechanical Engineering, Osaka University, Suita, Osaka

Abstract

Finite difference solutions for the time dependent equations of motion have been carried out in order to investigate the influence of shear thinning viscosity on the flow around an inclined cylinder of finite length in a uniform flow. In this numerical analysis the Cross model has been used.

The local flow over the cylinder is only slightly slant. However, in the wake flow behind the cylinder the particle path is remarkably influenced by the axial flow and rapidly flows up along the cylinder's axis. Then it gradually approaches the incoming flow direction. It has been found that non-Newtonian fluids are prone to flow axially in the vicinity of the cylinder.

These results obtained by the numerical analysis show a similar tendency to the flow visualization results. Thus, the present numerical analysis is valid to analyze the flow past an inclined cylinder.

The numerical solutions also demonstrate that for non-Newtonian fluids the length of the wake flow behind the cylinder with smaller diameter becomes larger at the same Reynolds number. (Received July 7, 1984)

摘 要

一様流れ中に傾けておかれた有限長円柱周辺の流れを、Cross モデルを用いて数値解析により求め、流体の持つ非ニュートン粘性 (Shear thinning viscosity) が流れに及ぼす影響を調べた。得られた結果はつぎのとおりである。

- (1) 流跡は、円柱後方に回り込んだ後、円柱から離れる際円柱軸方向に鋭く立上ること、および非ニュートン流体の場合の方が円柱近傍で軸方向に沿って流れやすいことが明らかになった。この傾向は、流れの可視化実験から得られた結果と一致する。従って、ここで用いた計算方法は、傾斜円柱周辺の流れを表わすのに有効である。
- (2) 非ニュートン流体の場合、円柱後方に生ずる渦の長さは、円柱直径が小さい場合の方が大きくなる。

(昭和59年7月7日受理)

1. まえがき

静止流体中で線状体（長さや直径の比が大きいまっすぐな円柱）を自由落下させると、ニュートン流体中では線状体は水平な姿勢をとる向きに回転し、最終的に水平姿勢を保ったまま落下する¹⁾（図1(a)）。ところが、非ニュートン粘性（shear thinning viscosity）を有する高分子溶液中では線状体は鉛直な姿勢をとる向きに回転する（図1(b)）。さらに、高分子溶液の非ニュートン性の度合いが小さい場合、線状体はある角度まで回転した後、その姿勢を保ったまま並進運動する²⁾。

(a) in Water

(b) in 0.25wt% PAA Solution

図1 線状体のマルチストロボ写真

また、繊維を分散させた高分子溶液が2次元の平行平板流路内を流れる際、溶液の非ニュートン性の度合いが大きいほど繊維は流れ方向に配向しやすいことがわかっている³⁾。これらの現象は、高分子溶液が有する非ニュートン粘性と大きく関係していると考えられる。しかし、現段階では明確でないで、線状体周りの流速場、応力場の厳密な検討がこの現象を解明するかぎになる。

そこで、本研究では、ニュートン流体および非ニュートン流体の一樣流れ中に傾けておかれた有限長円柱に働く流体力とその周辺における流れ状態を数値解析により求め、非ニュートン粘性が流れ場や流体力に与える影響を明らかにする。また、色素流脈法による流れの可視化実験から得られた結果と数値解析結果を比較し、数値解析の妥当性を検討する。

流れに直角におかれた円柱周りの2次元の流れ場に関しては、ニュートン流体の場合、Thom⁴⁾がレイノルズ数 $Re = 10$ で初めて数値解を求めて以来数多くの研究が行われ、最近では $Re = 300$ での定常流れ場が得られている^{5),6)}。また、粘弾性流体の場合には流れ状態のメカニズムが定性的ではあるが徐々に解明されつつあるがまだ不明な点が多い⁷⁾⁻⁹⁾。特に Mashelkar⁸⁾は、円柱前縁領域で形成される境界層（弾性境界層と呼んでおり、法線応力により支配される）の概念を用いて粘弾性流体の流れのメカニズムを説明している。

一方、ニュートン流体の一樣流れ中に傾けておかれた有限長円柱周辺の流れについては、Slaouti¹⁰⁾（円柱の長さや直径の比 $l/d = 25 \sim 30$, $Re = 60 \sim 200$ ）や Ramberg¹¹⁾（ $l/d = 20 \sim 100$, $Re = 160 \sim 1100$ ）が、円柱端部が円柱後方の伴流に及ぼす影響を流れの可視化実験により調べ、端部の状態が円柱軸方向のかなりの領域で伴流に影響を及ぼすことを明らかにしている。しかし、流れ場を定量的に調べた研究は見当たらない。

本報では、傾斜円柱周辺の流れに対する数値解析結果と流れの可視化実験から得られた結果を比較しながら、非ニュートン粘性が流れ場に及ぼす影響を明らかにする。

2. 流速場、応力場の数値解析

2.1 基礎式

非圧縮性の連続体の運動は、次式で表わされる。連続の式

$$v^i_{,i} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

コーシーの運動方程式

$$\rho Dv^i/Dt = -p_{,i} g^i + T^{ij}_{,j} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 v^i は流速ベクトル、 T^{ij} は偏差応力テンソル、 $-p$ は応力テンソルの等方成分、 g^i は計量テンソル、 ρ は密度、 t は時間、 D/Dt は実質微分

$$Dv^i/Dt = \partial v^i/\partial t + v^j v^i_{,j} \quad \dots\dots\dots (3)$$

である。

ここでは、非ニュートン粘性の影響を調べることを目的としているので、解析に用いる構成式は、剪断速度の広い領域で高分子溶液の粘度変化を良く表わす Cross モデル¹²⁾（図9参照、図中の曲線は Cross モデルから求めたもので、測定値と良く一致している。）を3次元に拡張した式とする。従って、

偏差応力テンソル T'_{ij} は,

$$T'_{ij} = 2[\eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty)/\{1 + \kappa(4|\Pi e|)^{1/3}\}]e'_i e'_j, \quad \dots\dots (4)$$

となる。ここで、 η_0 はゼロ剪断粘度、 η_∞ は剪断速度 $\rightarrow \infty$ での粘度、 κ は物質パラメータ、 e'_i はオイラーの変形速度テンソル、 Πe は e' の第 2 不変量である。

傾斜円柱の形状と座標系を図 2 に示す。近寄り速度 U_∞ の方向を y^2 方向とすると、その軸が y^2y^3 平面内にあり、しかも y^2 軸に対し角度 α だけ傾斜している円柱座標系 (r, θ, z) を用いる。ただし、 a は円柱半径、 l は円柱長さである。

図 2 円柱形状と座標系

(1), (2), (4) 式中のすべてのベクトル量とテンソル量を (r, θ, z) 座標系で書き改める。つぎに(2)式から p を消去して渦度移動方程式を求めるが、流れ関数は一般の 3 次元流れに対して、そのままでは存在しない。そこで、ベクトル場に対し流速が $\mathbf{v} = \text{curl} \boldsymbol{\psi}$ から求まるベクトルポテンシャル $\boldsymbol{\psi}$ を導入する。 $\boldsymbol{\psi}$ は連続の式を満足する。また、 $\boldsymbol{\omega}$ を渦度ベクトルとする。従って、つぎの量を用いて渦度移動方程式を無次元化表示する。

$$\left. \begin{aligned} r^* &= r/a, \quad z^* = z/a, \quad v_r^* = v_r/U_\infty, \quad v_\theta^* = v_\theta/U_\infty, \\ v_z^* &= v_z/U_\infty, \quad p^* = p/(\rho U_\infty^2/2), \quad T_{rr}^* = T_{rr}/(\eta_0 U_\infty/a), \\ T_{\theta\theta}^* &= T_{\theta\theta}/(\eta_0 U_\infty/a), \quad T_{zz}^* = T_{zz}/(\eta_0 U_\infty/a), \\ T_{r\theta}^* &= T_{r\theta}/(\eta_0 U_\infty/a), \quad T_{\theta z}^* = T_{\theta z}/(\eta_0 U_\infty/a), \\ T_{zr}^* &= T_{zr}/(\eta_0 U_\infty/a), \quad \psi_r^* = \psi_r/aU_\infty, \quad \psi_\theta^* = \psi_\theta/aU_\infty, \\ \psi_z^* &= \psi_z/aU_\infty, \quad \omega_r^* = \omega_r/(U_\infty/a), \quad \omega_\theta^* = \omega_\theta/(U_\infty/a), \\ \omega_z^* &= \omega_z/(U_\infty/a), \quad \tau = t/(a/U_\infty), \quad Re = 2a\rho U_\infty/\eta_0, \\ l^* &= l/a \end{aligned} \right\} \dots\dots (5)$$

ただし、 v_r , T_{rr} などは物理成分を表わし、 Re はレイノルズ数である。さらに、円柱表面近くで格子を細かくとるのが望ましいので、つぎのような変数変換を行うと、

$$r^* = e^{\pi\xi}, \quad \eta = \theta/\pi, \quad \zeta = z^* \quad \dots\dots (6)$$

渦度移動方程式は次式となる。

$$\begin{aligned} & E^2 \partial \omega_r^* / \partial \tau + (\partial \psi_z^* / \partial \eta - E \partial \psi_\theta^* / \partial \zeta) \partial \omega_r^* / \partial \xi \\ & + (E \partial \psi_r^* / \partial \zeta - \partial \psi_z^* / \partial \xi) \partial \omega_r^* / \partial \eta + E (\partial \psi_\theta^* / \partial \xi \\ & + \pi \psi_\theta^* - \partial \psi_r^* / \partial \eta) \partial \omega_r^* / \partial \zeta - \omega_r^* (\partial^2 \psi_z^* / \partial \xi \partial \eta \\ & - \pi \partial \psi_z^* / \partial \eta - E \partial^2 \psi_\theta^* / \partial \zeta \partial \xi) - \omega_\theta^* (\partial^2 \psi_z^* / \partial \eta^2 \\ & - E \partial^2 \psi_\theta^* / \partial \eta \partial \zeta) - E \omega_z^* (\partial^2 \psi_z^* / \partial \eta \partial \zeta - E \partial^2 \psi_\theta^* / \partial \zeta^2) \\ & = (2/Re) \{ \Theta^* (\Delta \omega_r^* - 2\pi \partial \omega_\theta^* / \partial \eta - \pi^2 \omega_r^*) + \partial \Theta^* / \partial \xi \\ & \{ \partial \omega_r^* / \partial \xi + \pi \omega_r^* + (2\pi/E) (E \partial^2 \psi_r^* / \partial \zeta^2 - \partial^2 \psi_z^* / \partial \zeta \partial \xi) \} \\ & + \partial \Theta^* / \partial \eta \{ 2 \partial \omega_r^* / \partial \eta - \partial \omega_\theta^* / \partial \xi - \pi \omega_\theta^* - (2\pi/E) \\ & (\partial^2 \psi_z^* / \partial \eta \partial \zeta - E \partial^2 \psi_\theta^* / \partial \zeta^2) \} + E \partial \Theta^* / \partial \zeta \{ 2 E \partial \omega_r^* / \partial \zeta \\ & - \partial \omega_z^* / \partial \xi + \partial^2 \Theta^* / \partial \eta^2 \{ \omega_r^* + (2/E) (E \partial^2 \psi_r^* / \partial \zeta^2 \\ & - \partial^2 \psi_z^* / \partial \zeta \partial \xi) \} - E^2 \partial^2 \Theta^* / \partial \zeta^2 \{ \omega_r^* + (2/E) (E \partial^2 \psi_r^* / \partial \zeta^2 \\ & - \partial^2 \psi_z^* / \partial \zeta \partial \xi) \} + \partial^2 \Theta^* / \partial \xi \partial \eta \{ -\omega_\theta^* + (2/E) \\ & (\partial^2 \psi_z^* / \partial \eta \partial \zeta - E \partial^2 \psi_\theta^* / \partial \zeta^2) \} + \partial^2 \Theta^* / \partial \eta \partial \zeta \{ (2/E) \\ & (\partial^2 \psi_z^* / \partial \xi \partial \eta - \pi \partial \psi_z^* / \partial \eta + E \partial^2 \psi_\theta^* / \partial \zeta \partial \xi) + 4 (\pi \partial \psi_\theta^* / \partial \zeta \\ & - \partial^2 \psi_r^* / \partial \eta \partial \zeta) \} + \partial^2 \Theta^* / \partial \zeta \partial \xi \{ E \omega_z^* - (2/E) \\ & (E \partial^2 \psi_r^* / \partial \zeta \partial \xi + \pi \partial \psi_z^* / \partial \xi - \partial^2 \psi_z^* / \partial \xi^2) \} \} \end{aligned} \dots\dots (7)$$

$$\begin{aligned} & E^2 \partial \omega_\theta^* / \partial \tau + (\partial \psi_z^* / \partial \eta - E \partial \psi_\theta^* / \partial \zeta) (\partial \omega_\theta^* / \partial \xi - \pi \omega_\theta^*) \\ & + (E \partial \psi_r^* / \partial \zeta - \partial \psi_z^* / \partial \xi) \partial \omega_\theta^* / \partial \eta + E (\partial \psi_\theta^* / \partial \xi + \pi \psi_\theta^* \\ & - \partial \psi_r^* / \partial \eta) \partial \omega_\theta^* / \partial \zeta - \omega_r^* \{ E (\partial^2 \psi_r^* / \partial \zeta \partial \xi - \pi \partial \psi_r^* / \partial \zeta) \\ & - (\partial^2 \psi_z^* / \partial \xi^2 - 2\pi \partial \psi_z^* / \partial \xi) \} - \omega_\theta^* (E \partial^2 \psi_r^* / \partial \eta \partial \zeta \\ & - \partial^2 \psi_z^* / \partial \xi \partial \eta) - E \omega_z^* (E \partial^2 \psi_r^* / \partial \zeta^2 - \partial^2 \psi_z^* / \partial \zeta \partial \xi) \\ & = (2/Re) \{ \Theta^* (\Delta \omega_\theta^* + 2\pi \partial \omega_r^* / \partial \eta - \pi^2 \omega_\theta^*) + \partial \Theta^* / \partial \xi \\ & \{ 2 \partial \omega_\theta^* / \partial \xi - \partial \omega_r^* / \partial \eta + (2\pi/E) (\partial^2 \psi_z^* / \partial \eta \partial \zeta \\ & - E \partial^2 \psi_\theta^* / \partial \zeta^2) \} + \partial \Theta^* / \partial \eta \{ \partial \omega_\theta^* / \partial \eta + 2\pi \omega_r^* + (2\pi/E) \\ & (E \partial^2 \psi_r^* / \partial \zeta^2 - \partial^2 \psi_z^* / \partial \zeta \partial \xi) \} + E \partial \Theta^* / \partial \zeta \{ 2 E \partial \omega_\theta^* / \partial \zeta \\ & - \partial \omega_z^* / \partial \eta + \partial^2 \Theta^* / \partial \xi^2 \{ \omega_\theta^* + (2/E) (E \partial^2 \psi_\theta^* / \partial \zeta^2 \\ & - \partial^2 \psi_z^* / \partial \eta \partial \zeta) \} - E^2 \partial^2 \Theta^* / \partial \zeta^2 \{ \omega_\theta^* + (2/E) (E \partial^2 \psi_\theta^* / \partial \zeta^2 \\ & - \partial^2 \psi_z^* / \partial \eta \partial \zeta) \} + \partial^2 \Theta^* / \partial \xi \partial \eta \{ -\omega_r^* + (2/E) (\partial^2 \psi_z^* / \partial \zeta \partial \xi \\ & - E \partial^2 \psi_r^* / \partial \zeta^2) \} + \partial^2 \Theta^* / \partial \eta \partial \zeta \{ -E \omega_z^* + (2/E) \\ & (E \partial^2 \psi_r^* / \partial \zeta \partial \xi - \partial^2 \psi_z^* / \partial \xi^2 + \pi \partial \psi_z^* / \partial \xi) \} + \partial^2 \Theta^* / \partial \zeta \partial \xi \\ & \{ (2/E) (\partial^2 \psi_z^* / \partial \xi \partial \eta - \pi \partial \psi_z^* / \partial \eta - 2 E \partial^2 \psi_\theta^* / \partial \zeta \partial \xi \\ & - \pi E \partial \psi_\theta^* / \partial \zeta + E \partial^2 \psi_r^* / \partial \eta \partial \zeta) \} \} \end{aligned} \dots\dots (8)$$

$$\begin{aligned} & E^2 \partial \omega_z^* / \partial \tau + (\partial \psi_z^* / \partial \eta - E \partial \psi_\theta^* / \partial \zeta) \partial \omega_z^* / \partial \xi \\ & + (E \partial \psi_r^* / \partial \zeta - \partial \psi_z^* / \partial \xi) \partial \omega_z^* / \partial \eta + E (\partial \psi_\theta^* / \partial \xi \\ & + \pi \psi_\theta^* - \partial \psi_r^* / \partial \eta) \partial \omega_z^* / \partial \zeta - \omega_r^* (\partial^2 \psi_\theta^* / \partial \xi^2 \\ & - \partial^2 \psi_r^* / \partial \xi \partial \eta + \pi \partial \psi_r^* / \partial \eta - \pi^2 \psi_\theta^*) - \omega_\theta^* (\partial^2 \psi_\theta^* / \partial \xi \partial \eta \\ & + \pi \partial \psi_\theta^* / \partial \eta - \partial^2 \psi_r^* / \partial \eta^2) - E \omega_z^* (\partial^2 \psi_\theta^* / \partial \zeta \partial \xi \\ & + \pi \partial \psi_\theta^* / \partial \zeta - \partial^2 \psi_r^* / \partial \eta \partial \zeta) = (2/Re) \{ \Theta^* (\Delta \omega_z^*) \\ & + \partial \Theta^* / \partial \xi \{ 2 \partial \omega_z^* / \partial \xi - E \partial \omega_r^* / \partial \zeta + 2\pi \omega_z^* - (4\pi/E^2) \\ & (E \partial^2 \psi_r^* / \partial \zeta \partial \xi - \partial^2 \psi_z^* / \partial \xi^2 + \pi \partial \psi_z^* / \partial \xi) \} \\ & + \partial \Theta^* / \partial \eta \{ 2 \partial \omega_z^* / \partial \eta - E \partial \omega_\theta^* / \partial \zeta + (4\pi/E^2) \\ & (\partial^2 \psi_z^* / \partial \xi \partial \eta - \pi \partial \psi_z^* / \partial \eta) - (2\pi/E) (\partial^2 \psi_\theta^* / \partial \zeta \partial \xi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\pi\partial\phi^*/\partial\zeta + \partial^2\phi^*/\partial\eta\partial\zeta\} + \partial\theta^*/\partial\zeta (E^2\partial\omega^*/\partial\zeta) \\
& -\partial^2\theta^*/\partial\zeta^2\} \omega^* + (2/E^2) (\partial^2\phi^*/\partial\zeta^2 - \pi\partial\phi^*/\partial\zeta \\
& - E\partial^2\phi^*/\partial\zeta\partial\xi) + \partial^2\theta^*/\partial\eta^2\} \omega^* + (2/E^2) \\
& (\partial^2\phi^*/\partial\zeta^2 - \pi\partial\phi^*/\partial\zeta - E\partial^2\phi^*/\partial\zeta\partial\xi) \} \\
& + \partial^2\theta^*/\partial\zeta\partial\eta\} (2/E) (\partial^2\phi^*/\partial\zeta\partial\xi - \pi\partial\phi^*/\partial\zeta \\
& + \partial^2\phi^*/\partial\eta\partial\zeta) - (4/E^2) (\partial^2\phi^*/\partial\zeta\partial\eta - \pi\partial\phi^*/\partial\eta) \} \\
& + \partial^2\theta^*/\partial\eta\partial\zeta\} E\omega^* + 2(E\partial^2\phi^*/\partial\zeta^2 - \partial^2\phi^*/\partial\eta\partial\zeta) \} \\
& + \partial^2\theta^*/\partial\zeta\partial\xi\} E\omega^* + 2(E\partial^2\phi^*/\partial\zeta^2 - \partial^2\phi^*/\partial\zeta\partial\xi) \} \} \\
& \dots\dots\dots (9)
\end{aligned}$$

ただし, $E = \pi e^{\pi^2}$, $\Delta = \partial^2/\partial\xi^2 + \partial^2/\partial\eta^2 + E^2\partial^2/\partial\zeta^2$ である。また, θ^* は無次元化粘度で

$$\begin{aligned}
\theta^* &= \theta/\eta_0 = \eta_\infty/\eta_0 + (1 - \eta_\infty/\eta_0) / [1 + \kappa (|\Pi e|)^{1/3}] \\
&= \eta^* + (1 - \eta^*) / [1 + \kappa (|\Pi e|)^{1/3}] \dots\dots\dots (10)
\end{aligned}$$

である。ここで,

$$\begin{aligned}
4|\Pi e| &= (U_\infty/aE)^2 \{ 2[(\partial v_r^*/\partial\xi)^2 + (\partial v_\theta^*/\partial\eta + \pi v_r^*)^2 \\
&+ (E\partial v_z^*/\partial\zeta)^2 + (\partial v_\theta^*/\partial\xi - \pi v_\theta^* + \partial v_r^*/\partial\eta)^2 \\
&+ (E\partial v_\theta^*/\partial\zeta + \partial v_z^*/\partial\eta)^2 + (E\partial v_r^*/\partial\zeta \\
&+ \partial v_z^*/\partial\xi)^2] \} \dots\dots\dots (11)
\end{aligned}$$

となる。

さらに, ϕ^* と ω^* の関係は次式で表わされる。

$$\Delta\phi_r^* - 2\pi\partial\phi_\theta^*/\partial\eta - \pi^2\phi_r^* = -E^2\omega_r^* \dots\dots\dots (12)$$

$$\Delta\phi_\theta^* + 2\pi\partial\phi_r^*/\partial\eta - \pi^2\phi_\theta^* = -E^2\omega_\theta^* \dots\dots\dots (13)$$

$$\Delta\phi_z^* = -E^2\omega_z^* \dots\dots\dots (14)$$

また, 応力の偏差成分は

$$\left. \begin{aligned}
T_{rr}^* &= 2(\theta^*/E) \partial v_r^*/\partial\xi, \\
T_{\theta\theta}^* &= 2(\theta^*/E) (\partial v_\theta^*/\partial\eta + \pi v_r^*), \\
T_{zz}^* &= 2\theta^* \partial v_z^*/\partial\zeta, \\
T_{r\theta}^* &= (\theta^*/E) (\partial v_\theta^*/\partial\xi - \pi v_\theta^* + \partial v_r^*/\partial\eta), \\
T_{\theta z}^* &= (\theta^*/E) (E\partial v_\theta^*/\partial\zeta + \partial v_z^*/\partial\eta), \\
T_{zr}^* &= (\theta^*/E) (\partial v_z^*/\partial\xi + E\partial v_r^*/\partial\zeta)
\end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

となる。

境界条件は, 無限遠方で一様流れであり, 円柱面上で流速 0 とする。

$\xi \rightarrow \infty$ および $\zeta \rightarrow \pm \infty$ で,

$$v_r^* = -\sin\alpha \cos\pi\eta, v_\theta^* = \sin\alpha \sin\pi\eta, v_z^* = \cos\alpha \dots\dots\dots (16a)$$

$$\begin{aligned}
&\xi=0, 0 \leq \zeta \leq l^* \text{ および } \xi < 0, \zeta=0, l^* \text{ で,} \\
&v_r^* = v_\theta^* = v_z^* = 0 \dots\dots\dots (16b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\eta=0, 1 \text{ で,} \\
&\partial v_r^*/\partial\eta = \partial v_\theta^*/\partial\eta = v_\theta^* = 0 \dots\dots\dots (16c)
\end{aligned}$$

2.2 数値計算の方法

数値計算では, 境界条件のもとで渦度移動方程式(7)~(9)式を ADI 法で, ϕ^* と ω^* の関係を表わす(12)~(14)式を SOR 法で解き, 非定常解を定常状態に近づける。フローチャートを図 3 に示す。

タイム ステップを $\Delta\tau$, その数を n とすると, ADI 法では $\Delta\tau$ を 3 等分し, $\tau = (n + 1/3) \Delta\tau$, τ

図3 計算の手順

$= (n + 2/3) \Delta\tau$ における中間値 $\bar{\omega}$ および $\bar{\phi}$ を計算し, それらの値を用いて新しい時刻 $\tau = (n + 1) \Delta\tau$ での値 ω^{n+1} を求める。その際, 基礎式の非線形性が強いので, ω の中間値を計算した直後に(12)~(14)式を SOR 法で解き, ϕ の中間値 $\bar{\phi}$, $\bar{\phi}$ を計算し, それらの値を用いて順次計算を進めてゆく。この方法では, 線形化域を $\Delta\tau/3$ ずつ動かしたことになる。

η, ξ, ζ 方向の格子点を添字 i, j, k で, また格子間隔を $\Delta\eta, \Delta\xi, \Delta\zeta$ で表わすと, 例えば, 渦度移動方程式の ξ 方向成分(7)式についてはつぎの3つの有限差分近似式が得られる。

$$\begin{aligned}
& (3E^2/\Delta\tau) (\bar{\omega}_{\tau, i, j, k} - \omega_{\tau, i, j, k}^n) + (\delta\phi_z^n/\delta\eta - E\delta\phi_\theta^n/\delta\zeta) \\
& \delta\omega_r^n/\delta\xi + (E\delta\phi_r^n/\delta\zeta - \delta\phi_z^n/\delta\xi) (\bar{\omega}_{\tau, i+1, j, k} - \bar{\omega}_{\tau, i-1, j, k}) \\
& / 2\Delta\eta + E(\delta\phi_\theta^n/\delta\xi + \pi\phi_\theta - \delta\phi_r^n/\delta\eta) \delta\omega_r^n/\delta\zeta \\
& - \omega_{\tau, i, j, k}^n (\delta^2\phi_z^n/\delta\xi\delta\eta - \pi\delta\phi_z^n/\delta\eta - E\delta^2\phi_\theta^n/\delta\zeta\delta\xi) \\
& - \omega_{\theta, i, j, k}^n (\delta^2\phi_z^n/\delta\eta^2 - E\delta^2\phi_\theta^n/\delta\eta\delta\zeta) - E\omega_{z, i, j, k}^n \\
& (\delta^2\phi_z^n/\delta\eta\delta\zeta - E\delta^2\phi_\theta^n/\delta\zeta^2) \\
& = (2/R_e) \{ \theta_{\tau, i, j, k}^n \delta^2\omega_r^n/\delta\xi^2 + (\bar{\omega}_{\tau, i+1, j, k} - 2\bar{\omega}_{\tau, i, j, k} \\
& + \bar{\omega}_{\tau, i-1, j, k}) / (\Delta\eta)^2 + E^2\delta^2\omega_r^n/\delta\zeta^2 - 2\pi(\bar{\omega}_{\theta, i+1, j, k} \\
& - \bar{\omega}_{\theta, i-1, j, k}) / 2\Delta\eta - \pi^2\omega_{\tau, i, j, k}^n \} + \delta\theta^n/\delta\xi \delta\omega_r^n/\delta\xi
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +\pi\omega_{r,i,j,k}^n/(2\pi/E)(E\delta^2\psi_r^n/\delta\zeta^2-\delta^2\psi_z^n/\delta\zeta\delta\xi)\{ \\
& +\partial\Theta^n/\delta\eta\{2(\bar{\omega}_{r,i,j,k}-\bar{\omega}_{r,i-1,j,k})/2\Delta\eta-\delta\omega_{\theta,i,j,k}^n/\delta\xi \\
& -\pi\omega_{\theta,i,j,k}^n/(2\pi/E)(\delta^2\psi_z^n/\delta\eta\delta\xi-E\delta^2\psi_{\theta}^n/\delta\zeta^2)\} \\
& +E\partial\Theta^n/\delta\zeta(2E\delta\omega_r^n/\delta\zeta-\delta\omega_z^n/\delta\xi)+ \\
& f(\psi^n, \omega^n, \Theta^n)\} \dots\dots\dots (17a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (3E^2/\Delta\tau)(\bar{\omega}_{r,i,j,k}-\bar{\omega}_{r,i,j,k})+(\delta\bar{\psi}_z/\delta\eta-E\delta\bar{\psi}_{\theta}/\delta\zeta) \\
& (\bar{\omega}_{r,i,j+1,k}-\bar{\omega}_{r,i,j-1,k})/2\Delta\xi+(E\delta\bar{\psi}_r/\delta\zeta-\delta\bar{\psi}_z/\delta\xi) \\
& \delta\bar{\omega}_r/\delta\eta+E(\delta\bar{\psi}_{\theta}/\delta\xi+\pi\bar{\psi}_{\theta}-\delta\bar{\psi}_r/\delta\eta)\delta\omega_r^n/\delta\zeta \\
& -\bar{\omega}_{r,i,j,k}(\delta^2\bar{\psi}_z/\delta\xi\delta\eta-\pi\delta\bar{\psi}_z/\delta\eta-E\delta^2\bar{\psi}_{\theta}/\delta\zeta\delta\xi) \\
& -\bar{\omega}_{\theta,i,j,k}(\delta^2\bar{\psi}_z/\delta\eta^2-E\delta^2\bar{\psi}_{\theta}/\delta\eta\delta\zeta)-E\bar{\omega}_{z,i,j,k} \\
& (\delta^2\bar{\psi}_z/\delta\eta\delta\xi-E\delta^2\bar{\psi}_{\theta}/\delta\zeta^2) \\
& = (2/Re)\{\bar{\Theta}_{i,j,k}\{\bar{\omega}_{r,i,j+1,k}-2\bar{\omega}_{r,i,j,k}+\bar{\omega}_{r,i,j-1,k}\}/ \\
& (\Delta\xi)^2+\delta^2\bar{\omega}_r/\delta\eta^2+E^2\delta^2\omega_r^n/\delta\zeta^2-2\pi\delta\bar{\omega}_{\theta}/\delta\eta \\
& -\pi^2\bar{\omega}_{r,i,j,k}\}+\delta\bar{\Theta}/\delta\xi\{\bar{\omega}_{r,i,j+1,k}-\bar{\omega}_{r,i,j-1,k}\}/2\Delta\xi \\
& +\pi\bar{\omega}_{r,i,j,k}+(2\pi/E)(E\delta^2\bar{\psi}_r/\delta\zeta^2-\delta^2\bar{\psi}_z/\delta\zeta\delta\xi)\{ \\
& +\partial\bar{\Theta}/\delta\eta\{2\delta\bar{\omega}_r/\delta\eta-(\bar{\omega}_{\theta,i,j+1,k}-\bar{\omega}_{\theta,i,j-1,k})/2\Delta\xi \\
& -\pi\bar{\omega}_{\theta,i,j,k}-(2\pi/E)(\delta^2\bar{\psi}_z/\delta\eta\delta\xi-E\delta^2\bar{\psi}_{\theta}/\delta\zeta^2)\} \\
& +E\delta\bar{\Theta}/\delta\zeta\{2E\delta\omega_r^n/\delta\zeta-(\bar{\omega}_{z,i,j+1,k}-\bar{\omega}_{z,i,j-1,k})/2\Delta\xi\} \\
& +f(\bar{\psi}, \bar{\omega}, \bar{\Theta})\} \dots\dots\dots (17b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (3E^2/\Delta\tau)(\omega_{r,i,j,k}^{n+1}-\bar{\omega}_{r,i,j,k})+(\delta\bar{\psi}_z/\delta\eta-E\delta\bar{\psi}_{\theta}/\delta\zeta) \\
& \delta\bar{\omega}_r/\delta\xi+(E\delta\bar{\psi}_r/\delta\zeta-\delta\bar{\psi}_z/\delta\xi)\delta\bar{\omega}_r/\delta\eta+E(\delta\bar{\psi}_{\theta}/\delta\xi \\
& +\pi\bar{\psi}_{\theta}-\delta\bar{\psi}_r/\delta\eta)(\omega_{r,i,j,k+1}^{n+1}-\omega_{r,i,j,k-1}^{n+1})/2\Delta\zeta-\bar{\omega}_{r,i,j,k} \\
& (\partial^2\bar{\psi}_z/\delta\xi\delta\eta-\pi\delta\bar{\psi}_z/\delta\eta-E\delta^2\bar{\psi}_{\theta}/\delta\zeta\delta\xi)-\bar{\omega}_{\theta,i,j,k} \\
& (\delta^2\bar{\psi}_z/\delta\eta^2-E\delta^2\bar{\psi}_{\theta}/\delta\eta\delta\zeta)-E\bar{\omega}_{z,i,j,k}(\delta^2\bar{\psi}_z/\delta\eta\delta\zeta \\
& -E\delta^2\bar{\psi}_{\theta}/\delta\zeta^2) \\
& = (2/Re)\{\bar{\Theta}_{i,j,k}\{\delta^2\bar{\omega}_r/\delta\xi^2+\delta^2\bar{\omega}_r/\delta\eta^2+E^2(\omega_{r,i,j,k+1}^{n+1} \\
& -2\omega_{r,i,j,k}^{n+1}+\omega_{r,i,j,k-1}^{n+1})/(\Delta\zeta)^2-2\pi\delta\bar{\omega}_{\theta}/\delta\eta-\pi^2\bar{\omega}_{r,i,j,k}\} \\
& +\delta\bar{\Theta}/\delta\xi\{\delta\bar{\omega}_r/\delta\xi+\pi\bar{\omega}_{r,i,j,k}+(2\pi/E)(E\delta^2\bar{\psi}_r/\delta\zeta^2 \\
& -\delta^2\bar{\psi}_z/\delta\zeta\delta\xi)\}+\delta\bar{\Theta}/\delta\eta\{2\delta\bar{\omega}_r/\delta\eta-\delta\bar{\omega}_{\theta}/\delta\xi- \\
& -\pi\bar{\omega}_{\theta,i,j,k}-(2\pi/E)(\delta^2\bar{\psi}_z/\delta\eta\delta\xi-E\delta^2\bar{\psi}_{\theta}/\delta\zeta^2)\} \\
& +E\delta\bar{\Theta}/\delta\zeta\{2E(\omega_{r,i,j,k+1}^{n+1}-\omega_{r,i,j,k-1}^{n+1})/2\Delta\zeta-\delta\bar{\omega}_z/\delta\xi\} \\
& +f(\bar{\psi}, \bar{\omega}, \bar{\Theta})\} \dots\dots\dots (17c)
\end{aligned}$$

ここで、 $\delta\psi_z^n/\delta\eta$ 、 $\delta^2\psi_z^n/\delta\xi\delta\eta$ などは中心差分による近似式を表す。また、 $f(\psi^n, \omega^n, \Theta^n)$ 、 $f(\bar{\psi}, \bar{\omega}, \bar{\theta})$ および $f(\bar{\psi}, \bar{\omega}, \bar{\theta})$ は、(7)式の右辺の θ^* の2次導関数に関する項の差分近似式を表わしており、例えば、

$$\begin{aligned}
f(\psi^n, \omega^n, \Theta^n) = & \delta^2\Theta^n/\delta\eta^2\{\omega_r^n+(2/E)(E\delta^2\psi_r^n/\delta\zeta^2-\delta^2\psi_z^n/\delta\zeta\delta\xi)\} - \\
& E\delta^2\Theta^n/\delta\zeta^2\{\omega_r^n+(2/E)(E\delta^2\psi_r^n/\delta\zeta^2-\delta^2\psi_z^n/\delta\zeta\delta\xi)\} \\
& +\partial^2\Theta^n/\delta\xi\delta\eta\{-\omega_{\theta}^n+(2/E)(\delta^2\psi_z^n/\delta\eta\delta\xi \\
& -E\delta^2\psi_{\theta}^n/\delta\zeta^2)\}+\delta^2\Theta^n/\delta\eta\delta\zeta\{(2/E)(\delta^2\psi_z^n/\delta\xi\delta\eta \\
& -\pi\delta\psi_z^n/\delta\eta+E\delta^2\psi_{\theta}^n/\delta\zeta\delta\xi)+4(\pi\delta\psi_{\theta}^n/\delta\zeta \\
& -\delta^2\psi_z^n/\delta\eta\delta\zeta)\}+\delta^2\Theta^n/\delta\zeta\delta\xi\{E\omega_z^n-(2/E) \\
& (E\delta^2\psi_r^n/\delta\zeta\delta\xi+\pi\delta\psi_z^n/\delta\xi-E\delta^2\psi_{\theta}^n/\delta\zeta^2)\} \dots\dots\dots (18)
\end{aligned}$$

である。

図4に円柱中央部 ($\zeta = 20$) の表面における渦度の発達状態を示す。初期条件は一樣流れである。図4(b)から、定常な流れ場に近づくにつれて円柱後方に双子渦が発達してゆく様子がよくわかる。

このようにして定常解を求めた後、質量のない仮想粒子を流速と同一の速度で動かすことにより流跡を計算する。さらに、円柱表面での応力分布を計算し、円柱に働く流体力を得る。

$d = 0.512 \text{ mm}$ 、 $l = 30 \text{ mm}$ のピアノ線を0.05 wt % PAA (ポリアクリルアミド) 水溶液中で落下させたときの回転角 β (線状体の軸が鉛直方向となす角度で、 $\beta = 0^\circ$ は鉛直な姿勢を表わす) に対する R_e および線状体重心の運動方向が軸方向となす角度 α の変化を図5に示す。この場合、線状体を

図4 円柱表面の渦度の発達状態

水平に近い姿勢 $\beta \doteq 90^\circ$ から落下させると線状体は鉛直な姿勢をとる向きに回転し、角速度 $\dot{\beta}$ は $\beta = 55^\circ$ 程度まで加速される。そして、線状体は $\beta = 21^\circ$ 程度まで回転した後その姿勢を保ったまま並進運動する。また、 R_e は高々10程度である。

そこで、表1に示すように、数値計算においても $R_e \leq 10$ とし、円柱の傾斜角度 α を変えたととも

図5 線状体の運動特性

図6 計算に用いた非ニュートン流体の流動特性

に非ニュートン流体の場合直径 d を変化させた。なお、2種類の非ニュートン流体の流動曲線は図6に示す通りである。

数値計算に用いた有限差分メッシュは、 $0 \leq \eta \leq 1$ で $\Delta\eta = 1/12$ 、 $-1.0 \leq \xi \leq 1.2$ で $\Delta\xi = 0.1$ 、 $-20 \leq \zeta \leq 60$ で $\Delta\zeta = 2.5$ であり、無限遠方の位置は $\gamma^*_{\infty} = 43.4$ 、軸方向には円柱端面から20の距離である。

初期条件は、ニュートン流体の場合一様流れとし、非ニュートン流体の場合には、ニュートン流体の定常解とする。

3. 流れの可視化実験

実験装置の概要を図7に示す。流体は貯水タンク⑨からポンプ⑩によりヘッドタンク①へ送られる。ヘッドタンク内ではオーバーフローにより位置水頭が一定に保たれる。ヘッドタンクを出た流体はフロート式流量計③を通り整流部⑤へ入る。整流部には縦および横方向の整流格子⑬と金網⑭が設けられている。ノズル部⑥を経た流れはほぼ一様となり可視化実験を行うテスト部⑦へ入る。テスト部の上面には幅5mm、長さ210mmのスリットが設けられており、ここから流路内に円柱を入れる。そして、実験の際にはスリットを塞いでおく。

図8に実験に用いた円柱の形状と可視化装置の詳細を示す。円柱は $d = 5\text{ mm}$ 、 $l = 200\text{ mm}$ で、0.5mmの穴が端面の中心および円筒上5mm間隔で設けられており、この穴からメチレンブルー溶液を低速度で流出させ、円柱周辺の流れ模様をテスト部の上方から撮影する。

使用した流体は水およびポリアクリルアミド

表1 計算条件

fluid	R_e	α (°)	d (mm)	l^*	$\Delta \tau$
Newtonian	0.1	45	5	40	0.5×10^{-4}
	1				0.5×10^{-3}
	10	0.5×10^{-2}			
	10	15			
	10	75			0.5×10^{-2}
non-Newtonian 1	1	45	5	40	0.5×10^{-3}
	10				0.5×10^{-2}
	1	45	2		0.5×10^{-3}
	10				0.5×10^{-2}
	1	15	2		0.5×10^{-3}
		75			
non-Newtonian 2	1	75	2	40	0.5×10^{-3}

non-Newtonian 1 : $\eta_0 = 0.3527$ (poise), $\eta_{\infty} = 0.0256$ (poise), $\kappa = 0.1871$
non-Newtonian 2 : $\eta_0 = 1.005$ (poise), $\eta_{\infty} = 0.0240$ (poise), $\kappa = 0.4914$

①ヘッドタンク ②流量調節用バルブ
③フロート式流量計 ④リザーバー
⑤整流部 ⑥ノズル部 ⑦テスト部
⑧流量調節用バルブ ⑨貯水タンク
⑩ポンプ ⑪円柱固定部分 ⑫循環用パイプ
⑬排水用パイプ ⑭光源 ⑮カメラ ⑯金網
⑰整流格子

図7 流れの可視化実験装置概要

(a)

(b)

図 8 可視化装置の詳細と円柱形状

(PAA; Separan AP-30, Dow Chemical 社製造) の 0.05, 0.1 wt % 水溶液である。これらの溶液はポンプで輸送しているため、長時間にわたって使用

すると、劣化し図9に示すように流動特性が変化する。そこで、同じ溶液を4時間程度使用した後には新しい溶液を用いるようにした。なお、図中の曲線はCrossモデルから求めたものである。

図9 可視化実験に用いたPAA水溶液の流動特性

4. 円柱回りの流跡

円柱の回り23か所の初期位置(流跡の図において、1から23の番号が付けてある)から仮想粒子を動かすことによって得られる流跡は3次元の曲線になる。そこで、流跡は流れの対称面($\theta = 0, \pi$)および $\gamma^*\theta$ 面への正射影で表わすことにする。ここでは、流れの可視化実験結果と数値解析結果を比較するために、流跡は主に流れの対称面への正射影で示してある。

図10に $\alpha = 15^\circ, 45^\circ, 75^\circ$ の場合のニュートン流体の流跡を示す. 図10(a₁)~(a₃)は, $\gamma^*_0 = 1.8$, $\theta_0 = 5^\circ$ の初期位置から仮想粒子を動かしたときの数値解析結果であり, 図10(b₁)~(b₃)は水の可視化実験結果で $R_c = 9.7$ である.

ニュートン流体と非ニュートン流体1の流跡を比較した図11(a)を見るとわかるように、流跡が円柱に近づくにつれて非ニュートン流体の方が流跡の方向が近寄り流れの方向に近くなる。すなわち、流体が円柱近傍で軸方向に流れやすい。これは、非ニュートン流体の場合円柱近傍に粘度の低い領域が存在するためであると考えられる。

図10, 11の数値解析結果と可視化実験結果を比較すると、実験では、色素が円柱後方に回り込んだ後、円柱から離れる際円柱軸方向に鋭く立上がる現象が見られるのに対し、数値解析結果では見られない。これは、実験では色素が円柱後方に生じている双子渦の領域に入るが、数値解析では仮想粒子が渦の上方を通過するためである。

(a₁) (b₁) (a₂) (b₂) (a₃) (b₃)

図10 円柱回りの流跡

(a) 数値解析結果 $\gamma_0^* = 1.8$, $\theta_0 = 5^\circ$ (b) 水の可視化実験結果 $R = 9.7$

(a) $r^* = 2.0, \theta_0 = 5^\circ$ (b) 0.05wt% PAA, $Re = 10$

図11 円柱回りの流跡

(a)数値解析結果, (b)可視化実験結果

そこで, 仮想粒子の初期位置を双子渦に近づけ ($\gamma^* = 1.1, \theta_0 = 135^\circ$), 渦中での流跡を調べる. 図12, 13はそれぞれ $d = 5 \text{ mm}$ および $d = 2 \text{ mm}$ の場合の流跡である. 図12(a), 13(a)から, 粒子は渦

(a)

(b)

図12 渦中における流跡

 $d = 5 \text{ mm}, \gamma^* = 1.1, \theta_0 = 135^\circ$

(a)

(b)

図13 渦中における流跡

 $d = 2 \text{ mm}, \gamma^* = 1.1, \theta_0 = 135^\circ$

によって回転させられながら円柱軸方向へ移動するのが見られる. また, 実験で観察された円柱から離れる際の流跡の鋭い立上がりが見られる. さらに, 渦中での流跡から円柱後方に生じている渦の長さはほぼ推定でき, 円柱の直径が小さい方が渦の長さは大きくなることがわかる. 図12(b), 13(b)には, 4番目の初期位置 ($\gamma^* = 1.1, \theta_0 = 135^\circ, \xi_0 = 6$) から粒子を動かしたときの流跡の $\gamma^*\theta$ 面への正射影を示す.

非ニュートン流体の場合の方が円柱近傍で軸方向に沿って流れやすいと述べたが, これはつぎのように定義される角度 $\Delta\alpha$ を調べるにより明確になる.

図14に示すように, $\theta = 90^\circ$ での流跡の方向が近寄り速度となす角度を $\Delta\alpha$ とする. ただし, 時計回りを正にとる.

図15(a), (b)に示す数値解析結果は, $\xi = 0.1$ ($\gamma^* = 1.37$), $\theta = 90^\circ$ の格子点での v_{θ}^* , v_r^* の値を用いて求めたものである. 数値解析結果と図15(c)の実験結果を比較すると, 数値的には異なるが, ニュートン流体の場合 $\alpha = 75^\circ$ の場合の方が $\alpha = 45^\circ$ のときより $\Delta\alpha$ が小さくなること, および非ニュートン流体の場合の方が $\Delta\alpha$ が小さくなることなど数値解析結果と実験結果は, その傾向が一致していることがわかる.

また, 図15(b)より R_c が同一の場合, 直径が小さい場合の方が流体は円柱軸方向に流れやすいことがわかる. 特に R_c が大きい場合, この傾向が著しい. これは, (11)式から同一の R_c の場合, d が小さい方が $4|\Pi_c|$ の値が大きくなり, 従って, 円柱近傍で粘

度の低下が大になるためであると考えられる。さらに、同図には $R_c = 1$, $\alpha = 75^\circ$, $d = 2\text{ mm}$, 非ニュートン流体 2 の結果は記載されていないが、 ζ の値全体にわたって非ニュートン流体 1 の場合より

図14 $\Delta\alpha$ の定義

(a) 数値解析結果, ニュートン流体

(b) 数値解析結果, 非ニュートン流体

(c) 可視化実験結果

図15 円柱近傍における流跡の方向の評価

0.1~0.2程度 $\Delta\alpha$ の値が小さくなるだけである。これは、非ニュートン流体 2 の場合、円柱近傍で粘度は大きく低下するが、それに伴ない v_θ^* が v_z^* と同じ程度に増大した結果である。

なお、図15(a), (b)から分かるように $\Delta\alpha$ は $\zeta = 0, 40$ の近くで極値をもつが、格子間隔が $\Delta\zeta = 2.5$ であるため、 $\Delta\alpha$ の極値とそのときの ζ の値が求まらないので、曲線は $2.5 \leq \zeta \leq 37.5$ の範囲で描き、 $\zeta = 0, 40$ では値をプロットした。

以上のように、数値解析結果と可視化実験結果は、流跡の傾向がよく一致しており、このことは、ここで用いた計算方法で傾斜円柱周辺の流れ場を表現できることを示している。

5. 円柱回りの流速分布

図16に $\zeta = 20$ の $\gamma^*\theta$ 面における流速分布を示す。なお、流速ベクトルの矢印は、その起点が流速

(a) 非ニュートン流体 1, $\alpha = 45^\circ$, $d = 5\text{ mm}$

(b) 非ニュートン流体 1, $\alpha = 90^\circ$, $d = 5$ mm (c) 非ニュートン流体 1, $\alpha = 45^\circ$, $d = 2$ mm (d) ニュートン流体, $\alpha = 45^\circ$ 図16 $\gamma^*\theta$ 面内の流速分布, $R_c = 10$

表示の位置を表わしている。また、図16(b)には、参考のために非ニュートン流体1の一樣流れ中に直角におかれた無限長円柱回りの流線を示している。

円柱表面に沿って発達している境界層の剥離には、円柱近傍の局所レイノルズ数が関係すると考えられる。円柱近傍の粘度は、ニュートン流体 (d)、非ニュートン流体1で $d = 5$ mm (a)、非ニュートン流体1で $d = 2$ mm (c)の順に小さくなるので、局所レイノルズ数は逆にこの順に大きくなる。従っ

て、円柱後方の双子渦の大きさは(d)、(a)、(c)の順に大きくなる。

図17には、 $\gamma^* = 1.37$ の円筒面内における流速分

(a) $\alpha = 45^\circ$ (b) $\alpha = 75^\circ$ 図17 $\gamma^* = 1.37$ 面内の流速分布, ニュートン流体, $R_c = 10$

布が図示してある。 $\alpha = 45^\circ$ の場合には見られないが、 $\alpha = 75^\circ$ の場合、 $\eta = 1$ ($\theta = 180^\circ$) 付近の $0 < \zeta < 8$ 程度の領域で鋭いかどを回る流れのため逆流が生じていることがわかる。

6. 結 言

本報では、一様流れ中に傾けておかれた有限長円柱周辺の流れ状態を、Cross モデルを用いて数値解析により求め、流体のもつ非ニュートン粘性 (shear thinning viscosity) が流れに及ぼす影響を明らかにした。また、流れの可視化実験から得られた結果と数値解析結果を比較し、数値解析の妥当性を検討した。

その結果、流跡は円柱後方に回り込んだ後、円柱から離れる際円柱軸方向に鋭く立上ること、および非ニュートン流体の場合の方が円柱近傍で軸方向に沿って流れやすいことが明らかになった。この傾向は、流れの可視化実験から得られた結果と一致している。従って、ここで用いた計算方法は傾斜円柱周辺の流れを表現するのに有効である。

また、数値解析から、非ニュートン流体の場合 R_0 のみならず円柱の直径が円柱後方に生ずる渦の長さに影響を与え、直径が小さい場合の方が渦の長さは大きくなることがわかった。

参考文献

1) 堀川, 千葉ほか; 繊維論文集, **33**, T 118 (1980)
2) K. Chiba and A. Horikawa; Proc., II, 8 th Australasian Fluid Mech. Conf., 13B, 9 (1983)

3) 中村, 千葉ほか; 繊維工学, **36**, P 451 (1983)
4) A. Thom; Aero. Res. Counc. R. & M., no. 1194 (1928)
5) F. T. Smith; J. Fluid Mech., **92**, 171 (1979)
6) B. Frnberg; J. Fluid Mech., **98**, 819 (1980)
7) J. S. Ultman and M. M. Denn; Trans. Soc. Rheol., **14**, 307 (1970)
8) D. F. James and A. J. Acosta; J. Fluid Mech., **42**, 269 (1970)
9) R. A. Mashelkar and G. Marrucci; Rheol. Acta, **19**, 426 (1980)
10) A. Slaouti and J. H. Gerrard; J. Fluid Mech., **112**, 297 (1981)
11) S. E. Ramberg; J. Fluid Mech., **128**, 81 (1983)
12) M. M. Cross; J. Coll. Sci., **20**, 417 (1965)

(付録)

本報で使用した PAA 水溶液も含めて一般に高分子溶液は、Shear thinning 特性ばかりでなく弾性的性質も有している。ここでは、Shear thinning 特性が流れに与える影響を調べたが、弾性的性質の影響は今後の研究課題として残されている。粘弾性流体の円柱周辺の流れ (および流体力) を調べる手段の1つとしてつぎの方法が考えられる。

構成式は、上対流微分 D_0/Dt を用いた Maxwell モデルの粘度を(10)式で示す Cross モデルで変化させた式

$$(1 + \lambda D_0/Dt) T^{ij} = 2\theta e^{ij} \dots\dots\dots (19)$$

とする。ここで、 λ は緩和時間である。
対象にする流体は、粘性的性質にわずかに弾性的性質が含まれている流体であるので、ワイゼンベルグ数 $W_e = \lambda U_\infty / 2a$ が1より小さいという仮定が導入できる。
そこで、流速、応力、ベクトル ポテンシャル、渦度および粘度を W_e のべき級数で展開し、 $W_e 0$ 次、1 次および2 次の項に対応する渦度移動方程式、 ϕ^* と ω^* の関係を表わす式、境界条件を導く。そして、各次数における基礎式を数値解析により解き、 W_e のべき級数の形で加え合せれば、粘弾性流体の流れ場が得られる。この場合、本報で求めた解は $W_e 0$ 次の解となる。