被覆ローラのクラウンによる均圧化

(第1報) 一様な荷重分布を与えるクラウン分布

大阪府立大学工学部 辻 尾 昇 三 (会員)
 “ 中 島 条 男* ()

Camber Profile Providing Rubber-Covered Pressure Rollers with Uniform Load Distribution.

Part 1 : Determination of Thickness Distribution of Covering.

Shozo Tsujio and Kumeo Nakajima,

*Department of Mechanical Engineering, College of Engineering,
University of Osaka Prefecture, Sakai-shi, Osaka.*

Abstract

It is very important in textile dyeing and finishing processes to make load and nip distributions uniform over the full length of pressure rollers in contact. There is a wide variety of sophisticated methods which provide pressure rollers with uniform load distribution. Among them, a cambered roller has been widely used with success in compensating for roller deflection by a distributed thickness of roller covering. In this paper, a theoretical method for determining a surface camber which provides pressure rollers with a rigorously uniform load distribution is introduced and discussed. It is developed by using fundamental equations, previously derived by the authors, describing both two-dimensional load-deflection behavior of the covering and one-dimensional flexural behavior of the pressure rollers.

The following is a summary of conclusions obtained by the analytical investigations :

- (1) A camber profile is derived theoretically which provides a pair of a rubber-covered roller and a steel roller or a pair of identical rubber-covered rollers with a uniform pressure distribution. This camber profile is expressed as a product of the amount of the deflection of the rollers due to a design load distributed uniformly and a factor determined by the strain of the covering under the design load. The thickness distribution of the covering can be easily calculated using structural parameters of the rollers.
- (2) The camber profile of the covering thus determined is independent of the thickness of the covering except an extremely thin covering. Hence, the thickness of the covering can be arbitrarily chosen by considering other requirements such as two-dimensional compressive behavior of the coverings.
- (3) A theoretical camber profile is uniquely determined for a design load of a mangle. Therefore, a uniform load distribution can not be expected when the mangle works under other loads than the design load. If the load during operation will vary within a certain range, it is preferable to design the rollers using a slightly smaller value of design load than the central value between the maximum and the minimum loads of operating conditions.

(Received 16, Feb. 1986)

摘 要

目的 被覆ローラの長さ方向の荷重分布、ニップ幅分布などを一様にすることは、染色加工工程などにおいて非常に重要である。荷重分布、ニップ幅分布などを一様にする方法の1つに、ローラの直径を変化させる方法、すなわちローラにクラウンを付ける方法がある。ここでは、被覆ローラの二次元圧縮変形特性と一次元曲げ変形特性とを結合して、一様な荷重分布を与えるクラウン分布を理論的に誘導し考察を加える。

* 現 大阪府立大学名誉教授

成果 得られた主な結果を以下に示す。

- (1) 被覆ローラと金属ローラとの組合せおよび同一の被覆ローラどうしの組合せに対して、一様な荷重分布を与えるクラウン分布を誘導した。この分布は、ローラの構造パラメータを用いて容易に決定できる。
- (2) クラウン分布は、被覆層の厚さが極端に薄くない限り、任意の厚さの被覆層に対して設計することが可能である。よって被覆層の厚さは他の条件、例えば二次元圧縮変形特性などから決定できる。
- (3) 使用荷重がクラウンの設計荷重と異なる場合、荷重分布は一様にはならない。もし使用荷重がある範囲内で変化するような場合には、クラウンの設計荷重は、使用荷重の中央値より若干低い値に設定すべきである。

(昭和61年2月16日受理)

1. 緒 言

被覆ローラの長さ方向に分布する荷重、ローラ軸心に垂直な平面内の接触幅（ニップ幅）の分布などを一様にするには、繊維工業の染色加工工程などにおいて非常に重要である。このため荷重分布の変化を小さくする方法が多数考案され、あるものは実用に供されている¹⁻⁷⁾。これらの方法の中で、古くから広く使用されているものの1つに、ローラのたわみを補償するためにローラの直径を変化させる方法、すなわちローラにクラウンを付ける方法がある。

クラウンの設計方法として経験的方法があるが、理論的根拠ははなはだ薄弱である¹⁻³⁾。先に筆者らは被覆層の圧縮変形特性を線形ばねと仮定して、クラウン分布の形状、ふくらみの最大値などを求めた⁸⁾。しかしこの方法では被覆層の圧縮変形特性を線形ばねと仮定したため、ふくらみの最大値を実際のローラの構造パラメータ、例えば被覆ローラの直径や被覆層の厚さ、縦弾性係数などを用いて計算することは非常に困難であった。本報告ではこの欠点を取除くため、被覆層の圧縮変形特性として二次元特性⁹⁾を採用し、実際のローラに対して容易に適用可能なクラウンの決定方法を提案する。また先の報告では、同一の被覆ローラどうしの組合せのみを対象として、クラウンの決定方法を議論したが、ここでは実際の染色加工機械などを考慮して、同一の被覆ローラどうしの組合せおよび被覆ローラと金属ローラの組合せに対してクラウンの決定方法を論じる。

2. 記 号

本報告において次の記号を用いる。

- b : ニップ幅
- $c(x)$: クラウン分布
- $c_{\max}$: クラウン分布の最大値
- D, D_0 : 平均直径
- D_1, D_1^0 : 被覆ローラの直径
- D_2 : 金属ローラの直径
- E, E_j : ローラ芯あるいは金属ローラの縦弾性係数

E_j' : ローラ軸の縦弾性係数

E_R : 被覆層の縦弾性係数

f_1, f_2 : 関数記号

I, I_j : ローラ芯の断面2次モーメント

I_j' : ローラ軸の断面2次モーメント

i : 被覆層の圧縮量

j : 添字 ($j=1, 2$)

k : 被覆層の弾性を表わす定数

L : ローラ芯の長さの半分

L_1 : ローラ芯の中央から軸受中心までの距離

P : 軸受に作用する加圧力

P_{des} : 加圧力の設計値

u, u_0 : 被覆層の厚さ

w : ローラの単位長さに作用する荷重

w_{des} : クラウン分布の設計荷重

$w_{\max}, w_{\min}$: 荷重分布の最大値および最小値

$\bar{w}$: 平均荷重 ($\bar{w}=P/L$)

x : ローラの長さ方向の位置

y_j : ローラ芯のたわみ

$\hat{y}_j$: ローラ芯の変位

z : 被覆層の圧縮時の厚さ

γ : 無次元定数 ($\gamma=1/(1-\bar{w}/k)$)

δ_1 : ローラ軸の長さを表わす無次元数
($\delta_1=(L_1-L)/L$)

ϵ : 被覆層の圧縮ひずみ ($\epsilon=i/u$)

ϵ_{des} : 被覆層の圧縮ひずみの設計値

μ : 被覆層の相対する2面の拘束の影響を表わす因子

ν : 接触面の状態を表わす因子

ξ : 無次元座標 ($\xi=x/L$)

3. 一様な荷重分布を与える被覆層のクラウン分布

3.1 理論クラウン分布の誘導

ここでは、

(i) 被覆ローラと金属ローラとの組合せ

(ii) 同一の被覆ローラどうしの組合せ

の2つの場合を取扱う。工業用被覆ローラの大部分

は、上の2つの場合のいずれかに属している。本報告では、クラウンを被覆層に付ける場合のみを取扱うが、(ii)の組合せでは両方の被覆ローラに同じ量だけクラウンを付けることにする。

幾何学的観点から上記(ii)の組合せを見ると、2つの被覆ローラは接触平面に関して対称である。よって一方の被覆ローラを直径無限大の金属ローラと置換えた場合と等価であり、(ii)の組合せは(i)の組合せの特別な場合に帰着できる。図1に被覆ローラと金属ローラとが接触して釣合っている状態を示す。

Fig. 1 Schematic diagram of a rubber-covered roller and a steel roller in contact

図1に示した座標系と記号とを使用し、既報で用いてきた仮定をここでも採用すると、つぎの基礎方程式が得られる^{9,10)}。まずローラのたわみと荷重との関係より、

$$\left. \begin{aligned} E_1 I_1 \frac{d^4 y_1}{dx^4} &= w(x), \quad E_2 I_2 \frac{d^4 y_2}{dx^4} = -w(x), \\ |x| &\leq L \\ E_1' I_1' \frac{d^4 y_1}{dx^4} &= E_2' I_2' \frac{d^4 y_2}{dx^4} = 0, \quad L < |x| \leq L_1 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(1)$$

が得られる。

被覆層に作用する荷重と圧縮ひずみとの関係は、すでに誘導している被覆層の二次元圧縮変形特性式を用いて記述することができる。すなわち文献9の(7)式において $\rho=1$ と置くと、

$$w = E_R \sqrt{Du} \{f_1(\epsilon) + \mu \nu \frac{D}{u} f_2(\epsilon)\} \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \epsilon &= i/u \\ 1/D &= 1/D_1 + 1/D_2 \\ f_1(\epsilon) &= \frac{8}{3} \log \frac{1+\sqrt{\epsilon}}{1-\sqrt{\epsilon}} - \frac{16}{3} \sqrt{\epsilon} \\ f_2(\epsilon) &= \log \frac{1+\sqrt{\epsilon}}{1-\sqrt{\epsilon}} - \frac{10}{3} \frac{\sqrt{\epsilon}}{1-\epsilon} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$+ \frac{4}{3} \frac{\sqrt{\epsilon}}{(1-\epsilon)^2}$$

E_R は被覆層の縦弾性係数である。 μ および ν は接触面の拘束状態を表す因子で、文献9にそれらの値が与えられている。

図1に示されている幾何学的な関係より、次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} z &= u - i = y_1 - y_2 \\ y_1 &= y_1 - z(L) \\ y_2 &= y_2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(4)$$

以上で基礎方程式が得られたので、これらを用いてクラウン分布を理論的に誘導する。クラウン分布を設計する場合、荷重分布 $w(x)$ は既知である。これを(1)式に代入し、適当な境界条件を与えれば、たわみ分布 $y_1(x)$ 、 $y_2(x)$ を求めることができる。これらを(4)式に代入すると、被覆層の圧縮量の分布 $i(x)$ がつぎのように求まる。

$$i(x) = u(x) - \{y_1(x) - y_2(x) + z(L)\} \quad \dots\dots\dots(5)$$

(2)式、(3)式の第1式および(5)式より、つぎの関係式が求まる。

$$\left. \begin{aligned} E_R \sqrt{D(x)u(x)} \{f_1(\epsilon(x)) \\ + \mu \nu \frac{D(x)}{u(x)} f_2(\epsilon(x))\} &= w(x) \\ \epsilon(x) &= 1 - \frac{y_1(x) - y_2(x) + z(L)}{u(x)} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(6)$$

上式において $w(x)$ 、 $y_1(x)$ 、 $y_2(x)$ は既知である。また、 $D(x)$ 、 $\epsilon(x)$ は $u(x)$ の関数であるから、(6)式を $u(x)$ に関して解けば、荷重分布 $w(x)$ を与える被覆層の厚さ分布が求まる。

しかし(6)式を解いて得られる被覆層の厚さ分布 $u(x)$ には、 $z(L)$ が未定定数として残る。この未定定数は、

$$\int_{-L}^L w(x) dx = 2P \quad \dots\dots\dots(7)$$

から求めることはできない。なぜなら(7)式は、既知関数 $w(x)$ が最初から満たさなければならない条件であるからである⁸⁾。

一方、 $z(L)$ が未定定数であるということはこれを $z(L) \geq 0$ という物理的制約のもとに自由に選ぶことができるということを意味する。換言すれば、任意の厚さの被覆層に対して $z(L) \geq 0$ が満たされる限り、クラウン分布が存在する。そこで問題を、「一様厚さ u_0 を持つ被覆ローラにクラウン分布 $c(x)$ を付ける」という問題に変更する。この問題では、図2に示すようにクラウンを付けた後の被覆

Fig. 2 Thickness distribution of a covering with a cambered surface

層の厚さ分布 $u(x)$ は,

$$u(x) = u_0 - c(x) \quad \dots\dots\dots(8)$$

と表現できる. 明らかに $u(x)$ は,

$$\max_{|x| \leq L} u(x) = u_0 \quad \dots\dots\dots(9)$$

を満たさなければならない. この問題では, (9)式を用いて $z(L)$ を一意的に決定できるので, クラウン分布を完全な形で求めることができる.

以上は任意の荷重分布を与えるクラウン分布の求め方を述べたものである. 次に様な荷重分布を与えるクラウン分布を求めることにする. この場合荷重分布 $w(x)$ は,

$$w(x) \equiv w_{des} = P_{des}/L \quad \dots\dots\dots(10)$$

である. ここに w_{des} は, クラウンの設計条件より決まる分布荷重で, 以下ではこれを設計荷重と呼ぶことにする.

(10)式を(1)式に代入し, 支持条件として単純支持を与えれば, たわみ分布 $y_j(\xi)$ が,

$$\left. \begin{aligned} y_j(\xi) &= (-1)^{j-1} \frac{w_{des} L^4}{24 E_1 I_1} (1 - \xi^2) (5 + 12 \delta_1 - \xi^2), \\ &\quad (j=1, 2) \\ \xi &= x/L \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(11)$$

のように求まる. 支持条件が単純支持以外の場合や, ローラの中央部を支持するなど支持形式の異なるローラであっても, たわみ分布さえ求まれば, 以下の議論はそのまま成立する.

一方平均直径 $D(x)$ は, (3)式の第2式の定義より, クラウン分布 $c(x)$ の関数として,

$$\frac{1}{D(x)} = \frac{1}{D_1^0 - 2c(x)} + \frac{1}{D_2} \quad \dots\dots\dots(12)$$

と書ける. ただし D_1^0 は被覆層の厚さが u_0 であるときの被覆ローラの直径, D_2 は金属ローラの直径である.

(8)式, (10)式~(12)式を, (6)式に代入すれば, クラウ

ン分布 $c(x)$ に関するつぎの代数方程式が求まる.

$$\begin{aligned} E_R \sqrt{D(x)(u_0 - c)} \{f_1(\epsilon(c)) \\ + \mu \nu \frac{D(x)}{u_0 - c} f_2(\epsilon(c))\} = w_{des} \quad \dots\dots\dots(13) \end{aligned}$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} D(x) &= \frac{(D_1^0 - 2c) D_2}{D_1^0 + D_2 - 2c} \\ \epsilon(c) &= 1 - \frac{y_1(x) - y_2(x) + z(L)}{u_0 - c} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(14)$$

(13)式はクラウン分布 $c(x)$ に関する非線形代数方程式である. よって解の存在と唯一性は保障されない. かしこの非線形代数方程式は, $0 \leq c(x) < u_0$ において $c(x)$ に関して充分滑らかである. また, 工学的に,

$$\left. \begin{aligned} c(x)/u_0 &\ll 1 \\ c(x)/D_1^0 &\cong 0, \quad c(x)/D_2 \cong 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(15)$$

が満たされるので, (13)式の解 $c(x)$ の存在と唯一性は充分に期待できる.

以下では工学的実用性を考慮して, 条件(15)のもとに, (13)式の近似解を求める. (15)式より $c(x)/D_1^0 = 0$, $c(x)/D_2 = 0$ と置いて, これらを(13)式に代入し, $c(x)/u_0$ に関してマクローリン展開する. そして $c(x)/u_0$ の2次以上の項を無視すると,

$$\begin{aligned} E_R \sqrt{D_0 u_0} \{f_1(\epsilon) + \mu \nu \frac{D_0}{u_0} f_2(\epsilon)\} \\ \times \left[1 - \frac{1}{2} \frac{f_1(\epsilon) - \mu \nu \frac{D_0}{u_0} f_2(\epsilon)}{f_1(\epsilon) + \mu \nu \frac{D_0}{u_0} f_2(\epsilon)} \frac{c(x)}{u_0} \right] = w_{des} \quad \dots\dots\dots(16) \end{aligned}$$

ただし,

$$D_0 = \frac{D_1^0 D_2}{D_1^0 + D_2} \quad \dots\dots\dots(17)$$

(16)式の左辺第2中カッコ内第2項の $c(x)/u_0$ の係数は1より小さいので, 第2項全体は1と比較して充分無視できる. したがって(16)式は

$$E_R \sqrt{D_0 u_0} \{f_1(\epsilon) + \mu \nu \frac{D_0}{u_0} f_2(\epsilon)\} = w_{des} \quad \dots\dots\dots(18)$$

となる. (18)式を解いて得られる被覆層の圧縮ひずみはローラの長さ方向の座標 x に関して一定である. これを ϵ_{des} と記し, 被覆層の設計ひずみと呼ぶ.

ϵ_{des} を(14)式の第2式に代入し, (9)式を用いて未定定数 $z(L)$ を消去すると, クラウン分布 $c(x)$ はつぎのように求まる.

$$c(x) = \frac{1}{1 - \epsilon_{des}} \{y_1(0) - y_2(0) - (y_1(x) - y_2(x))\} \quad \dots\dots\dots(19)$$

ここでたわみ分布を表わす(11)式を用いれば、

$$c(\xi) = \frac{1}{1-\epsilon_{des}} \frac{w_{des} L^4}{24EI} \cdot \xi^2 (6+12\delta_1 - \xi^2) \dots\dots\dots (20)$$

となる。ただし、

$$\left. \begin{aligned} f_1(\epsilon_{des}) + \mu \nu \frac{D_0}{u_0} f_2(\epsilon_{des}) &= w_{des} / (E_R \sqrt{D_0 u_0}) \\ \frac{1}{EI} &= \frac{1}{E_1 I_1} + \frac{1}{E_2 I_2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

また、(20)式よりクラウンの最大値を求めると、

$$c_{max} = \frac{1}{1-\epsilon_{des}} \frac{w_{des} L^4}{24EI} (5+12\delta_1) \dots\dots\dots (22)$$

が得られる。

以上で様な荷重分布を与える被覆ローラのクラウン分布とクラウンの最大値とを理論的に誘導することができた。

3.2 理論クラウン分布の性質

様な荷重分布を与えるクラウン分布は、(19)式あるいは(20)式から明らかなように、2本のローラのたわみ分布の合計と、被覆層の設計ひずみとから決定することができる。前者はローラの曲げ特性（一次元特性）から決まる量であり、後者は被覆層の圧縮変形特性（二次元特性）から決まる量である。これらの量は設計荷重の影響を直接受ける。したがってクラウン分布の決定にあたっては、設計荷重は重要な因子である。ローラ装置を使用するとき、実際の使用荷重が設計荷重と異なれば、もはや様な荷重分布が得られないことも、以上の考察から明らかである⁸⁾。

(19)式の右辺の係数 $(1-\epsilon_{des})$ は、被覆層の圧縮前の厚さに対する圧縮後の厚さの比を表わす。よって(19)式は、ローラのたわみ分布を被覆層の圧縮前の厚さに変換すれば、様な荷重分布を与えるクラウン分布が得られることを表わしている。

また、(20)式のクラウン分布と前報⁸⁾で誘導したクラウン分布(16)式とを比較すると、右辺はそれぞれ $1/(1-\epsilon_{des})$ と γ との違いしかないのである。係数 γ は、前報の定義(17)式より、

$$\gamma = \frac{1}{1-w_{des}/k} \dots\dots\dots (23)$$

である。前報では被覆層の圧縮変形特性を、

$$w = \frac{k}{u}(u-z) = k\epsilon \dots\dots\dots (24)$$

と仮定したが、上式において $w_{des} = k\epsilon_{des}$ と置くと、

$$\gamma = \frac{1}{1-\epsilon_{des}} \dots\dots\dots (25)$$

となる。よって(23)式で定義された γ と(20)式の係数 $1/(1-\epsilon_{des})$ とは同じ内容を表わす。

前報⁸⁾では、被覆層の圧縮変形特性(24)式中の定数 k の決定方法を与えていなかったため、実際の被覆ローラに対して γ の値を決定することは極めて困難であった。本報告で誘導した方法によれば、(21)式の第1式を使って ϵ_{des} を決定できるので、クラウン分布 $c(x)$ は容易に求めることができる。

つぎにクラウン曲線とそれに影響を与える因子とを考察しておく。被覆ローラの一次元特性に関する因子の影響はすでに前報で詳細に述べた⁸⁾ので、ここでは少し違った観点から簡単に触れておこう。(20)式によれば、クラウン曲線はローラのたわみに相当する4次曲線で与えなければならない。クラウン曲線に及ぼす軸の長さ (δ_1) の影響を図3に示す。

Fig. 3 Effect of roller shaft length on camber profile providing uniform load distribution

軸の長さが増加すると、ローラのたわみも増大するため、クラウンのふくらみも大きくしなければならないことがわかる。

被覆層の設計ひずみの影響を図4に示す。設計ひずみが大きくなれば、クラウンのふくらみも大きくしなければならないが、この影響は ϵ_{des} が図に示し

Fig. 4 Effect of design strain of rubber covering on camber profile providing uniform load distribution

た範囲の値をとるとき比較的小さい。

なお先でも触れたように、被覆層の厚さ分布の決定に際して、未定定数が1個存在した。この未定定数は、被覆層の厚さが極端に薄くない限り、任意の厚さの被覆層に対してクラウンを付けることを可能にしている。これは工学的に非常に都合なことであり、被覆層の厚さは、最大ニップ圧力とかニップ幅とかいった被覆ローラの二次元特性⁹⁾から決めることができる。

4. クラウンを付けた被覆ローラを設計荷重以外の荷重で使用した場合

前節で誘導した理論クラウン分布は、設計荷重でローラを使用しない限り、一様な荷重分布を与えない。したがって被覆ローラを当初の設計荷重と異なる荷重で使用するときには、クラウンは当然付け直さなければならないが、実際にはローラを種々の荷重において使用することもしばしば行われている。また、加圧力を発生させるための機構の不備のために、実際の使用荷重が設計荷重と異なることもある。それゆえ設計荷重以外の荷重でクラウン付き被覆ローラを使用したときの荷重分布の挙動を把握しておく必要がある。

クラウン分布を表わす(20式)を(8)式、(12式)に代入すると、それぞれ被覆層の厚さ分布と平均直径の分布とが得られる。これらを(1)式、(2)式および(4)式に代入すると、この場合の基礎方程式が得られる。この基礎方程式は非線形微分方程式であるので、理論解を求め、一般的な議論を行うことは困難である。そこで図5に示したような被覆ローラと金属ローラと

Fig. 5 Dimensions of rubber-covered and steel rollers

の組合せに対してクラウン分布を設計し、数値計算を試みる⁹⁾。このローラの被覆層（厚さ $u=15$ mm）は、厚さ 12 mm のアクリロニトリルブタジエンゴム [硬さ 78 Hs (JIS A)] と、厚さ 3 mm のエポナイトの2層から成っている。エポナイト層の圧縮変形は無視できるので、 $u_0=12$ mm とした。なお $D_1^0=300$ mm である。また縦弾性係数はそれぞれ $E_1=2.1 \times 10^6$ kg/cm², $E_2=1.97 \times 10^6$ kg/cm², $E_R=140$ kg/cm² とした。ローラ金属芯と軸との接合部、金属ローラ本体と軸との接合部は図5に示したように複雑な構造をしており、この部分の曲げ剛性はローラ中央部のそれと異なる。

計算を簡単にするために接合部の曲げ剛性は、ローラ中央部の曲げ剛性と等しいと仮定した。また、エポナイト層の曲げ剛性はエポナイトの縦弾性係数がローラ芯金属の縦弾性係数 E_1 と比較して小さいので無視した。なお数値計算の方法は文献9, 10に詳述されているので、それらを参照されたい。

まず使用荷重が変化したときの荷重分布とニップ幅分布とを調べる。ここでは設計荷重 w_{des} を 20 kg/cm と選び、使用荷重 $\bar{w}$ をこの前後で変化させた。荷重分布とニップ幅分布との計算結果を、それぞれ図6および図7に示す。

図6と図7とを見れば、使用荷重 $\bar{w}$ が設計荷重 w_{des} と一致したとき、荷重分布とニップ幅分布とは、ローラの長さ方向に充分に一樣であることがわかる。この結果は前節の理論クラウン分布の近似解法が妥当であり、それが充分の精度を有することを示している。

図6の荷重分布を使用荷重の変化について考察すると、 $\bar{w} > w_{des}$ ではローラの端の荷重は中央の荷重より大きく、 $\bar{w} < w_{des}$ では逆に小さいことがわかる。

Fig. 6 Effect of mean load used on load distribution of a cambered roller

Fig. 7 Effect of mean load used on nip breadth distribution of a cambered roller

$\bar{w}$ が w_{des} と比較して極端に小さくなると、 $w(x) > 0$ は中央部分においてのみ起こり、両端には空隙を生じるに至る。

図7によれば、ニップ幅分布の使用荷重の変化に対する挙動も、荷重分布のそれと同様の傾向にあることがわかる。クラウンを付けない場合のニップ幅分布は、前報⁹⁾の図13に示している。この図と図7とを比較すると、クラウンを付けた場合は付けない場合と比べて、ニップ幅のローラ長さ方向の変化は、各使用荷重に対して全体的に小さくなっていることがよくわかる。このようにニップ幅の変化が小さくなっているとしても、図6によれば荷重分布のローラ長さ方向の変化は小さいとはいえない。被覆ローラのクラウンをニップ幅分布を測定して評価する場合には、この点を十分に注意しなければならない。

以上で使用荷重が設計荷重と異なる場合のクラウン付きローラの荷重分布とニップ幅分布との挙動が明らかになった。以下では使用荷重と設計荷重との関係を、荷重の最小値と最大値との比(荷重均斉率)を用いて調べることにする。設計荷重を10, 20, 30 kg/cmと3種類選び、荷重均斉率 w_{min}/w_{max} と使用荷重 $\bar{w}$ との関係を示したものが図8である。本図にはクラウンを付けない場合の被覆ローラの荷重均斉率も破線で示している。

本図より明らかなように、荷重均斉率曲線は使用荷重が設計荷重と一致する点において、停留条件を満たさない。換言すれば、設計荷重以外の荷重で被覆ローラを使用した場合でも、クラウンを付けない場合よりはローラ長さ方向の荷重の変化は生じにくい。しかし一様分布荷重の条件は、使用荷重が設計荷重と厳密に一致したときしか満足されず、使用荷重が少しでも狂うと、荷重分布の一様性は成立しない。なお曲線の形状から、使用荷重が設計荷重より大きい場合の方が、小さい場合よりも、荷重均斉率

Fig. 8 Effect of mean load used on uniformity index of load distribution of cambered rollers

の低下に及ぼす影響は小さいことがわかる。

また、図8に示したクラウン付きローラの荷重均斉率と、クラウンなしローラのそれとを比較すると、使用荷重が設計荷重よりも大きい場合において、前者の値は後者の値よりも常に大きい。これはクラウンがローラのたわみを補償するためのものであることを考慮すれば容易に理解できる。

上述の場合と反対に使用荷重が設計荷重よりも小さい場合、使用荷重がある限度以下になると、クラウン付きローラの荷重均斉率は、クラウンなしローラのそれよりも小さな値をとる。したがって使用荷重がある範囲内で変化する場合には、上述の点を充分考慮して、設計荷重は使用荷重の変化の範囲の中央値よりも低い値に設定しなければならない。

最後に被覆層の二次元圧縮変形特性が、クラウン付きローラの荷重均斉率に及ぼす影響を調べておこう。ローラ芯の直径が決定された後に、二次元特性を変化させることができる因子は、被覆層の厚さ u_0 と被覆層の硬さ、すなわち縦弾性係数 E_r である。

まず被覆層の厚さの影響を調べる。これまでの数値計算例に使用してきたローラにおいて、被覆層の厚さだけ半分と2倍とに変化させて荷重均斉率を計算した。これらを先の結果と合わせて示したものが、図9である。設計荷重は20 kg/cmとした。いずれの厚さの場合とも、使用荷重が設計荷重と一致したときのみ、荷重均斉率の値は1を取る。使用荷重が設計荷重からずれると、荷重均斉率はどの厚さでも1より小さくなる。しかしこの場合、被覆層の厚さが薄いものほど、荷重均斉率の低下の程度が甚しい。

つぎに被覆層の縦弾性係数の影響を調べる。これまでの数値計算例に用いてきたローラの因子のうち、縦弾性係数のみを半分と2倍とに取り、荷重均

Fig. 9 Effect of cover thickness on uniformity index of load distribution of a cambered roller

Fig. 10 Effect of elastic modulus of rubber covering on uniformity index of load distribution of a cambered roller

斉率を計算した。結果を図10に示す。この場合の設計荷重も 20 kg/cm である。縦弾性係数の値が大きいものほど荷重均斉率の低下の程度は著しい。

一般的によく知られているように、被覆層の厚さが薄くなるほど、あるいは被覆層の縦弾性係数が大きくなるほど、同一荷重に対するニップ幅は小さくなり、ニップ圧力は上昇する⁹⁾。したがって、例えば絞り作用を考えるあまり、ニップ圧力を上昇させることのみに注目して被覆層を設計した場合、この被覆ローラにクラウンを付けたとしても、使用荷重が設計荷重より少しでもずれると、均圧効果は著しく損なわれる。したがって被覆ローラにクラウンを付ける場合においても、被覆層はローラ芯の曲げ剛性、直径など考慮して設計しなければならない。

5. 結 言

被覆ローラにクラウンを付ける方法は、均圧化の一方法として現在も諸工業において広く利用されて

いる。しかしこれに対する議論は経験的なものばかりで、理論的取扱いは先の筆者らの報告⁸⁾以外には皆無に等しい。そこで本報告では、実用性の高いクラウンの設計方法を得ることを目的として、前報⁸⁾の拡張を行い、被覆ローラと金属ローラとの組合せおよび同一の被覆ローラどうしの組合せに対して考察を加えた。得られた主な結果を以下に要約する。

(1) 被覆ローラと金属ローラとの組合せおよび同一の被覆ローラどうしの組合せに対して、クラウン分布をローラの構造パラメータを用いて設計する方法を誘導した。

(2) 一様な荷重分布を与える被覆層のクラウン分布は、設計荷重を一樣に受ける2本のローラのたわみ分布の合計と、設計荷重の作用する被覆層の圧縮ひずみから決まる定数との積によって与えられる。

(3) このクラウン分布は、被覆層の厚さが極端に薄くない限り、任意の厚さの被覆層に対して付けることが可能である。したがって被覆層の厚さは他の条件、例えば二次元圧縮変形特性などから決定できる。

(4) ある設計荷重において一様な荷重分布が得られるクラウン付きローラを、設計荷重以外の荷重で使用した場合、荷重分布は一樣にはならない。もし使用荷重がある範囲内で変化するような場合、クラウンの設計荷重は使用荷重の中央値よりも若干低い値に設定すべきである。

(5) 使用荷重が設計荷重と異なる場合、荷重分布の均一性の低下の程度を小さくするためには、被覆層の厚さを厚くするか、硬さを低くすればよい。

本報告では、同一の被覆ローラどうしの組合せに対してクラウンを付けるとき、両方のローラに同一のクラウンを付ける場合しか取扱っていない。経済的な観点から、工業的には片方のローラにのみクラウンを付けることがしばしば行われている。このような場合のクラウンは、2本のローラの総たわみ量を補償するクラウン分布を片方の被覆ローラに付ければよいものと考えられる。

参考文献

- 1) 泉名栄一：繊維工学，**19**，P572 (1966)
- 2) A. W. Beucker：TAPPI，**39**，156 (1956)
- 3) E. Moss：J. Text. Inst.，**50**，654 (1959)
- 4) F. Leifeld：Melliand Textilber.，**53**，935 (1972)
- 5) 橋本 勇：繊維工学，**27**，P379 (1974)
- 6) R. Lehmann：Melliand Textilber.，**61**，199 (1980)
- 7) D. W. Pessen：Trans. ASME, J. Mechanical Design, **102**，430 (1980)
- 8) 中島衆男，辻尾昇三：機械学会論文集，**19**，T274 (1966)
- 9) 辻尾昇三，中島衆男：機械学会論文集，**46**，236 (1980)
- 10) 中島衆男，辻尾昇三：機械学会論文集，**39**，2061 (1973)