複合材料積層板の擬三次元解析法

西 脇 剛 史
横 山 敦 士
濱 田 泰 以
前 川 善 一 郎

1. はじめに

近年、複合材料はますますその種類を増やし、多種多様な構造部材への適用が見受けられる。とりわけ、1方向強化材の積層からなる高分子系積層板は、その繊維配向角を変化させることにより、必要に応じた剛性を有する材料として使用することが容易で、比強度も大きいために実用化が最も進んでいるのが現状である。構造物として積層板を用いる場合、その剛性、強度などの静的特性や固有振動数などに代表される動的特性、あるいはCAI (Compression After Impact) に代表される残留特性など、設計に際して把握しておく必要があるパラメータは数多く存在している。これらの実験的測定は、複合材料特有の不均質性のために、困難な場合が多い。このため、上記のパラメータ推定が有限要素法などの数値解析を用いることによって可能となるなら、構造物設計において重要な指針となるであろう。

複合材料積層板は通常、辺長に比して板厚が極端に小さい形状であり、一層当たりの板厚はさらに小さいものとなる。このような形状を有する場合の解析は、その対象をある断面だけに限定した二次元解析に近似する場合が多い。しかし、積層板の力学的挙動は通常面内、面外の変形が組み合わさった複雑な三次元挙動を示すために、この近似は妥当であるとはいえない。一方、厚さ方向の応力場を無視した

解析、つまり積層板を1枚の等価剛性板に置換した解析もしばしば行われるが^(1~3)、この置換は積層板内の破壊挙動における微視的考察や内部欠陥を有する積層板には対応できない。従って、一般的に複合材料積層板の力学的挙動をシミュレーションする場合、ソリッド要素を用いた三次元解析が必要となる。しかし、先に述べたように極端な辺長比を有するために、要素アスペクト比を一定以下にした場合、全要素数は膨大となり、限られたコンピュータパフォーマンス下においてはそのシミュレーションは汎用的ではない^(4~6)。

そこで本報告においてはCFRP積層板を対象として、これら積層板の三次元変形挙動を精度良く表現できる新たな数値モデルを提案し、本モデルを用いた積層板の静的特性、振動特性、損傷進展挙動のシミュレーションを行い、実験結果との比較により、その妥当性を検討する。

2. 擬三次元モデル

既述したような繊維強化複合材料積層板の三次元解析を行う場合の問題点を解決するために、積層板中に存在する繊維と樹脂とを独立して捕らえた数値モデルを構築することを試みた。積層板一層当たりには含有される繊維が六角形配列をなすと仮定すると、繊維体積含有率は(1)式で表すことができる⁽⁷⁾

$$V_f = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \quad (1)$$

A Quasi-Three-Dimensional Analytical Method for Laminated Composites, T. Nishiwaki, アシックス, Asics Corp., A. Yokoyama, 三重大学, Mie University, H. Hamada and Z. Maekawa, 京都工芸繊維大学, Kyoto Institute of Technology.

図1 擬三次元モデルの基本概念

ここで、 $2R$ は繊維間距離を、 $2r$ は繊維径を示している。(1)式において、 $R=r$ のときに理論上繊維体積含有率は最大となることから、最大繊維体積含有率 V_{fmax} は、

$$V_{fmax}=0.907 \tag{2}$$

となる。各層を最大繊維体積含有率を有する部分と、残りの樹脂部に分割し、前者を直交異方性シェル要素で、後者をビーム要素でモデル化した。図1にモデル化の基本概念を示す。図1各シェル要素の板厚 h_1 は、一層当たりの板厚 h_0 と元の繊維体積含有率 V_{f0} から(3)式で表せるとした。

$$h_1=h_0\times \frac{V_{f0}}{0.907} \tag{3}$$

また、シェル要素はそれぞれ層の中立面上に配したためシェル要素間の距離は元の積層板一層当たりの板厚と等しくなっている。次にシェル要素を構成する節点を板厚方向に樹脂の物性値を有する等方性ビーム要素で連絡した。このビーム要素は先に述べた残りの樹脂に対応している。ビーム要素の断面形状は図2に示すように、その位置によって異なり、同一層間に存在するビーム要素の断面積の総和が積層板の面積に等しくなるとした。図3に振動解析に用いた擬三次元モデルを示す。擬三次元モデルにおい

図3 振動解析に用いた擬三次元モデル

ては板厚方向のアスペクト比を考慮する必要がないため、ソリッド要素との比較において、大幅な自由度の減少が可能で、解析時間の短縮化が期待できる。また、層間剥離などの内部欠陥を有する積層板のモデル化についてもビーム要素の消去により対応できると思われる。

3. CFRP 積層板の弾性率推定

解析対象は表1に示すように、東邦レーヨン製HTA7/130℃硬化型汎用エポキシから成るプリプレグを積層した4タイプの擬似等方性CFRP積層板とした。表2に静的引っ張り解析結果と実験結果の対比を示す。表2において各タイプの引っ張り剛性における誤差はすべて3%以内であり、本モデルが引っ張り剛性の把握には有効であることが分かる。

表1 解析に用いた積層配列

Type	A	B	C	D
8th layer	0 deg.	90 deg.	45 deg.	45 deg.
7th layer	90 deg.	0 deg.	-45 deg.	-45 deg.
6th layer	45 deg.	45 deg.	0 deg.	90 deg.
5th layer	-45 deg.	-45 deg.	90 deg.	0 deg.
4th layer	-45 deg.	-45 deg.	90 deg.	0 deg.
3rd layer	45 deg.	45 deg.	0 deg.	90 deg.
2nd layer	90 deg.	0 deg.	-45 deg.	-45 deg.
1st layer	0 deg.	90 deg.	45 deg.	45 deg.

図2 ビーム要素の断面形状

表2 静的引っ張り解析結果（引っ張り剛性値）

Type	Exp. Eex [GPa]	Analysis. Ean [GPa]	Error [%]
A	42.14	41.45	-1.6
B	42.30	41.29	-2.4
C	42.08	41.29	-1.9
D	42.27	41.29	-2.3

$$\text{Error} = (\text{Ean} - \text{Eex}) / \text{Eex}$$

表3 静的曲げ解析結果（曲げ剛性値）

Type	Exp. Eex [GPa]	Analysis. Ean [GPa]	Error [%]
A	71.95	72.02	0.1
B	41.75	44.09	5.6
C	25.38	26.37	3.9
D	18.81	19.24	2.3

$$\text{Error} = (\text{Ean} - \text{Eex}) / \text{Eex}$$

次に3点曲げによる静的曲げ解析を行い、実験との比較を行った。表3に示すように、曲げ剛性における誤差は粗い線形シェル要素におけるモデル化が原因であると思われるが、これも誤差6%以内であることから静的曲げ剛性の把握にも有効であることが分かる。

4. CFRP 積層板の固有振動数推定

面内、面外変形が組み合わさった三次元挙動を示す例として、各積層板の固有振動解析を完全自由な境界条件下で行った。一次モード、二次モードの固有振動数を表4に示す。なお、実験値はGenRad 2515振動解析システムを用いて積層板を糸で吊した状態で測定したものである。表4においても両者の誤差が小さいことから擬三次元モデルが固有振動解析にも適応できると判断した。

また、積層構成の違いによる振動モードの検討を行うと、解析結果においては曲げモードとねじれモードが配列により逆転している。すなわち、0度層が外層近辺に存在するタイプAとタイプBではねじれモードが低周波側に励起されているのに対し、

表4 固有振動解析結果（一次、二次振動数）

Type	Frequency (1 st)		Frequency (2 nd)	
	Exp. [Hz]	Analysis [Hz]	Exp. [Hz]	Analysis [Hz]
A	132.5*	142.8*	323.3**	338.1**
B	128.7*	142.9*	255.6**	265.5**
C	188.1**	190.6**	235.1*	255.2*
D	178.8**	183.2**	236.6*	257.6*

* Torsional Mode ** Bending Mode

0度層が内層近辺に存在するタイプCとタイプDでは曲げモードが低周波側に励起されている。この現象は実験結果によっても支持されており、本手法が積層板の振動解析手法として有効であることを示唆するものである。一方、固有振動解析に要した時間はアスペクト比28、ソリッド要素数4000で解析した場合と比較すると1/140以上に減少し、大幅な計算時間の短縮が図れることが明らかとなった。

5. 内部欠陥を有するCFRP 積層板の固有振動数の推定

積層板を成形する場合、何らかの要因により内部欠陥が生じることがある。内部欠陥が存在することにより、その積層板が影響を受け固有振動数等の力学的特性が変化することが考えられ⁸⁻¹⁰⁾、これらの特性の変化を推定することは破壊の予知にもなるなど重要である。内部欠陥を取り扱った解析例もいくつか見られるが^{11,12)}、ほとんどが解析対象を断面方向からみた平面ひずみモデルによるものである。これは内部欠陥の存在をモデル化するため通常の解析よりさらに詳細な解析が必要となり、ソリッド要素では解析が困難になるためである。そこで本報で提案した擬三次元モデルを内部欠陥を有する積層板に適用し簡便な三次元解析手法の検討を試みた。

内部剥離が生じた積層板のモデルは、剥離によりせん断応力が伝播しないことから剛性低下が生じるために、その部分のビーム要素を除去することにより表現し、擬三次元解析において一次、二次の固有振動数を算出した。

図4 内部剥離モデル

図5 内部剥離を有する積層板の曲げ振動モード

図6 平滑な積層板の曲げ振動モード

図4に内部剥離モデルの概略図を示す。積層板は表1で示したタイプAとした。実験での剥離は厚さ50 μ mのテフロンシートを剥離を生じさせる層間にインサートすることにより作成した。ここでは第3-4、4-5、5-6層間に剥離を生じさせた。表5に解析と実験との比較を示す。また、両者の曲げ振動モードを図5および図6に示す。表5によれば振動

表5 剥離を有する積層板の固有振動解析結果

Mode	Experiment [Hz]	Analysis [Hz]
1st (Torsion)	123.7	135.5
2nd (Bending)	254.2	264.9

数には良い一致が見られる。一方、曲げモードにおいても、解析、実験ともに剥離部分にひずみが生じ、振動の腹が剥離の方向にシフトしており、両者の間に良い一致が見られた。上記の結果より、擬三次元モデルを用いることにより層間剥離が生じたモデルの固有振動数の推定が可能であることが分かる。

本モデルを用いた解析によりタイプAにおける剥離が生じた位置と固有振動数との関係について考察を行った。考察に用いた剥離モデルとその解析結果を表6に示す。この結果から、ねじれモードは曲げモードに比べ、剥離によるせん断応力の不連続に対する感度が鈍いことが分かった。これはねじれ変形が曲げ変形に比べ発生するせん断ひずみが小さいことを示唆するものである。一方、曲げモードは剥離に関しての感度が高く、剥離が生じた部分がモードの腹付近（積層板の中央部）に隣接するにつれ、剥離の影響は小さくなっていく。これは3点曲げ荷重が加わったときの最大変位点でのせん断ひずみ量が最小となるためである。

内部欠陥が生じたモデルの解析において、断面方向からみた二次元モデルを用いた解析では欠陥が幅方向に平行に生じている特殊な欠陥にしか対応できないが、擬三次元モデルはどのような層間剥離にも対応が可能であり、短時間で解析可能なモデルであ

表6 タイプAにおける剥離位置による固有振動数の変化

Delaminated Area					
Position					
 	8th layer	135.1Hz *	135.3Hz *	135.4Hz *	135.4Hz *
	1st layer	179.6Hz **	262.6Hz **	171.1Hz **	230.6Hz **
 	8th layer	135.2Hz *	135.3Hz *	135.4Hz *	135.4Hz *
	1st layer	201.9Hz **	289.7Hz **	186.4Hz **	243.6Hz **
 	8th layer	135.4Hz *	135.4Hz *	135.5Hz *	135.5Hz *
	1st layer	242.4Hz **	312.8Hz **	254.2Hz **	299.1Hz **

* Torsional mode ** Bending mode Delamination

ることが明らかとなった。

6. CFRP 積層板の引っ張り損傷進展の推定

構造物として最も重要な要因の一つである複合材料積層板の破壊強度は、マトリクスの破壊、繊維-マトリクス界面破壊、層間剥離、繊維の破断などのモードが複雑に組み合わせるため、従来の均質異方性材料としての数値モデルを用いた場合、これらの局所破壊モードを独立して捕らえることは不可能であった。

そこで本節では擬三次元モデルを用いた非線形問題の対応の一例として、ビーム要素にマトリクス材の降伏応力値を配することにより、引っ張り損傷進展の推定を検討した。

解析に用いた有限要素モデルを図7に示す。解析時の荷重条件は引張試験時の負荷状態を考慮して最外層（第1層と第8層）の端部の節点に荷重増分法で数10ステップに分けて荷重を与えた。また、各ステップごとにシェル要素とビーム要素のおおのびに発生する応力値を垂直応力成分とせん断応力成分に分けて算出した。ここでは荷重方向 X 軸、幅方向を

図7 損傷進展解析に用いた擬三次元モデル

図8 タイプ A における解析結果例

Y 軸、厚さ方向を Z 軸としている。

タイプ A における解析結果を図8に示す。荷重を増加させていくと、まず90°層を構成しているシェル要素に発生する繊維と垂直方向の応力 σ_r が $V_f = 90.7\%$ での繊維と垂直方向の強度⁷⁾ F_r に達する。(図8中 A 点) このときの引っ張り応力を第1破壊応力と定義した。第1破壊応力値に達すると90°層においてトランスヴァースクラックが生じることに、積層板内の応力再配分が行われると考えられ、これを表現するために、90°層を構成しているシェル要素の繊維と垂直方向の弾性率 E_r を樹脂の弾性率まで低下させて解析を続けた。さらに荷重を増加させていくとビーム要素が降伏し始める(図8中 B 点)。ビーム要素の最初の一つが降伏したときの引っ張り応力を第2破壊応力と定義した。なおビーム要素の降伏は等方硬化とした Von-Mises 則³⁾を用いた。さらに荷重を増加させて行き、ビーム要素の降伏進展を調査した。

上記の解析手法の有効性を確認するために引っ張り試験を行い、同時にしきい値40dBとした AE 測定も行った。AE 測定結果は低振幅 (40dB-60dB)、中振幅 (60dB-80dB)、高振幅 (80dB-100dB) に分割し積算ヒット数をカウントした。

解析および実験結果を図9に示す。図9によれば両者における応力-ひずみ曲線は良い一致を示している。さらに第1破壊応力は実験で見られる knee-point 位置および AE 測定における低振幅域の AE 波発生開始とも良い一致がみられた。低振幅域の AE 波の発生は樹脂内でのマイクロクラックの発生を意味しており¹⁰⁾、発生開始点と第一破壊応力とが一致していることから、第1破壊応力レベルでトランスヴァースクラックが発生すると考えるのが妥当であると判断できる。また、タイプ A~D における第1破壊応力値はそれぞれ 131.0, 120.0, 128.1, 128.5MPa となりほぼ一定であることも確認できた。次に第2破壊応力値以上の応力レベルで4タイプすべてに中振幅域の AE 波の発生が見られる。中振幅域の AE 波の発生は層間剥離を意味しており¹⁰⁾、発生開始点と第2破壊応力との一致は擬三次元モデル内のビーム要素の降伏が層間剥離と対応していると考えられるのは妥当であると判断した。第2破壊応力下において最初に降伏したビーム要素における降伏時の発生応力およびビーム要素のモデル内での位置を表7に示す。表7によればビーム要素の降伏は4タイプともせん断応力が支配的であり、90°

図9 解析結果

表7 ビーム要素の位置および発生応力

Type	position of the 1st yielded beam	σ_z [MPa]	τ_{xz} [MPa]
A	45/90 interlamina	-1.16	14.12
B	90/0 interlamina	-1.14	14.13
C	0/90 interlamina	-5.40	13.80
D	-45/90 interlamina	-3.21	14.02

層との層間から開始していることが分かる。図10タイプAにおけるビーム要素の降伏進展の様相を4段階に分けて示す。タイプAでは90/45層間から降伏が始まり、荷重の増加とともにビーム要素の降伏が同一層間内に伝播していく様子がみられる。このように繊維と樹脂とを独立して捕らえることにより、トランスヴァースクラックと層間剝離といった異なる破壊現象を一つのモデルにより表現できることが確認できた。それに対してソリッド要素でモデル化を行うと積層板を均質体とみなすため、層間での破壊と層内での破壊との分離は困難である。従って、擬三次元モデルの引っ張り損傷解析への適用は

図10 タイプAにおける損傷進展図

効果的であると判断した。

7. おわりに

本報で紹介した擬三次元モデルは、実験により得られた知見を基にして構築したものである。複合材料の有する不均質性を考慮した数値モデルを用いる

ことにより、既存の汎用解析と比較して数段の解析時間の短縮化および高精度化が可能となることが明らかとなった。今後は、本モデルの特性を生かした臨界強度シミュレーションや円筒構造物の力学応答シミュレーションを行う予定である。

参考文献

- 1) T. R. Tanchert; Compos. Struct., 4-1, p. 424 (1987)
- 2) Q. Hang and S. V. Hoa; Compos. mat. Design & Analy, p. 189 (1990)
- 3) F. Zidani and S. Aivazzadeh; Compos. Mat. Design & Anaiy, p. 227 (1990)
- 4) P. Steven and T. Henry; J. of Reinfo. Plast., 10, p. 330 (1991)
- 5) S. W. Burns and C. T. Herakovich; ICCM & ECCM, 5, p. 231 (1987)
- 6) O. G. Hayden; Compos. Mat. Design & Analy, p. 171 (1990)
- 7) D. Hull; An Intro. to Compos. Mater., p. 61 (1992), Cambridge Solid State Science Series
- 8) R. L. Alan and C. T. Sun; ASTM STP, 1012, p. 356 (1989)
- 9) M. Clerico, G. Ruvinetti and F. Cipri; Int. J. of Mat. & Produc. Tech., 4-1, p. 61 (1989)
- 10) S. Sallam and G. J. Simitises; Compo. Struct., 4, p. 361 (1985)
- 11) R. Brooks; 1st Inter. Conf. on Deform. & Fract. of Compos. at UMINST, p. 41/1 (1991)
- 12) G. A. Kardomateas; Compos. Sci. & Tech., 39, p. 63 (1990)
- 13) D. R. J. Owen and E. Hinton; Finite Element in Plasticity, p. 227 (1987), Pineridge Press
- 14) 大津政康; アコースティックエミッションの特性と理論, p. 179, (1986), 森北出版

西脇 剛史 (にしわきつよし)
昭和61年大阪大学理学部高分子学科卒, 現在, (株)アシックススポーツ工学研究所主査(京都工芸繊維大学大学院在学中), 研究テーマは複合材料の数値解析手法の開発 (株)アシックススポーツ工学研究所, 〒651-22 神戸市西区高塚台6-2-1, TEL. 078-992-0810, FAX. 078-992-0819)

横山 敦士 (よこやまあつし)
昭和58年同志社大学大学院工学研究科修士課程修了, 現在, 三重大学教育学部助教授, 研究テーマは複合材料の数値解析法(三重大学教育学部, 〒514 津市上浜町1515, TEL. 0592-31-9311, FAX. 0592-31-9352)

濱田 泰以 (はまだひろゆき)
昭和60年同志社大学大学院工学研究科博士課程修了, 現在, 京都工芸繊維大学繊維学部助教授, 研究テーマは複合材料工学(京都工芸繊維大学繊維学部, 〒606 京都市左京区松ヶ崎御所海道町, TEL. 075-724-7844, FAX. 075-724-7845)

前川善一郎 (まえかわぜんいちろう)
昭和38年大阪大学工学部精密工学科卒, 現在, 京都工芸繊維大学繊維学部教授, 研究テーマは複合材料工学(同上)