コイルドウェーブスプリングのばね特性と応力の実用計算法*

高橋英輝**, 川村直子**, 久納孝彦**

A Practical Calculating Method on Spring Characteristics and Stresses of Coiled Wave Springs

Hideki TAKAHASHI, Naoko KAWAMURA, Takahiko KUNOH

Coiled wave springs (CWS) are considered as multiple layered waved washers. They are light but powerful in limited spaces. In recent years, CWS have been applied to clutches of automobiles and expected to be applied to other uses.

The formulas on the spring rates and stresses of CWS have been presented by an American spring maker of Smalley Steel Ring Company, Nishio, and Japan Spring Manufacturers Association (for short, JSMA). But none of them are practical, because the accuracy is not enough. Moreover the derivations of the formulas are not clear in the case of Smalley and JSMA. It has been observed that CWS show nonlinear spring characteristics in large deflection, however, the cause has not been made clear.

In this research, spring rates and stresses for CWS are analyzed theoretically. A cause of the nonlinear spring characteristics is made clear, too. Then empirical formulas on the spring rates and stresses are derived by comparing the theoretical results with experiments and FEM analysis.

Key Words: Coiled wave spring, Nonlinear spring, Spring characteristics, Stress analysis, FEM analysis

1. 緒 言

コイルドウェーブスプリング (以下CWS) は、波形座金を多重巻きにしたもので、構造が単純で軽量、かつ少ないスペースで強力なばね力が得られる特徴を有する (Fig. 1)。近年、CWSは自動車のクラッチ用部品として採用され¹⁾、今後もその用途の拡大が考えられることから、その特性の解明が望まれている。

CWSのばね定数及び応力の計算式は、Smalley社²⁾、西尾

Fig.1 Coiled wave spring (CWS)

ら^{3), 4)}、及び、日本ばね工業会 (以下JSMA)⁵⁾によって発表されている。しかし、これらには導出過程が不明、式が複雑、精度が不十分といった問題がある。また、CWSのばね特性はたわみの増加とともに、非線形性を示すが、そのメカニズムは十分には解明されていない^{6), 7), 8)}。

そこで、本研究では、CWSのばね定数及び応力を理論的に解析し、CWSが非線形ばね特性を示すメカニズムを解明するとともに、その結果を実験並びにFEM解析結果と比較して、ばね定数及び応力についての実用計算式を導くことを目的とする。

2. 主な記号と単位

寸法形状関連

b	: 素線の幅	[mm]
t	: 素線の厚さ	[mm]
D	: コイル平均径	[mm]
R	: コイル平均半径	[mm]

ID	: コイル内径	[mm]
OD	: コイル外径	[mm]
H	: 自由高さ	[mm]
h	: 1巻当たりの自由高さ ($=H/n-t$)	[mm]
N	: 1巻当たりの山数	
n	: 有効巻数	
l	: 波形を構成する直線部の長さの1/2 (Fig. 6参照)	[mm]
r	: 波形を構成する円弧部の曲率半径 (Fig. 6参照)	[mm]
ϕ	: 波形を構成する円弧部の中心角 (Fig. 6参照)	[rad]
α	: 任意のコイル中心角 (Fig. 5参照)	[rad]
β	: 山と谷のなすコイル中心角 ($=2\pi/2N$)	[rad]

荷重, たわみ, ばね定数及び応力関連

P	: 軸荷重	[N]
p	: 波形素線1山当たりの軸荷重 ($=P/N$)	[N]
M_b	: 曲げモーメント	[N・mm]
M_t	: ねじりモーメント	[N・mm]
I	: 断面二次モーメント	[mm ⁴]
Z	: 曲げの断面係数	[mm ³]
J	: サンプナンのねじり定数 ⁹⁾	[mm ⁴]
U_b	: 素線1/4山分の曲げひずみエネルギー	[N・mm]
U_t	: 素線1/4山分のねじりひずみエネルギー	[N・mm]
δ	: CWS全体のたわみ	[mm]
δ_b	: 曲げによる素線1/4山分のたわみ	[mm]
δ_B	: 曲げによる素線1山分のたわみ	[mm]
δ_t	: ねじりによる素線1/4山分のたわみ	[mm]
δ_T	: ねじりによる素線1山分のたわみ	[mm]
k	: ばね定数	[N/mm]
$k_{\max}$	: 大たわみ時のばね定数	[N/mm]
$k_{\min}$	: 小たわみ時のばね定数	[N/mm]
σ_1	: 最大主応力	[MPa]
$\sigma_{1\max}$	: 修正最大主応力	[MPa]
σ_b	: 最大曲げ応力	[MPa]
τ_t	: 最大ねじり応力	[MPa]
k_s	: ひずみゲージのゲージ率	
$\epsilon_{a,b,c}$	: ロゼットゲージで測定された3方向の垂直ひずみ	

材料定数

E	: 縦弾性係数	[GPa]
G	: 横弾性係数	[GPa]
ν	: ポアソン比	

諸係数

γ_1	: $k_{\min}$ における修正係数
γ_2	: σ_1 の修正係数
κ	: 角棒のねじり公式における係数 ¹⁰⁾
λ	: N によって決まる係数 ²⁾

3. 理論解析

3.1 ばね定数計算式

3.1.1 既存のばね定数計算式

本研究で取り扱うCWSの外観をFig. 2に, それらの仕様をTable 1にそれぞれ示す。

CWSのばね定数についての代表的な計算式をTable 2に示す。Table 2中のJSMA規格については訂正式を示す。これらの計算式によるばね特性をCWS 1について比較するとFig. 3のようになり, 西尾の計算式及びJSMA規格の訂正式による値は実験値から大きくずれることがわかる。一方, Smalley社の計算式による値は実験値とよく合っているが, 後述のように仕様によっては実験値からずれるものもある。また, Smalley社の計算式とJSMA規格の訂正式は導出過程が不明

Fig.2 Test springs

Fig.3 Load-deflection diagram (CWS 1)

Table 1 Specification of test springs

Test spring No.	1	2	3	4	5
Material of CWS	High carbon steel wire (SWRH)			Stainless steel (SUS304)	
Young's modulus E (GPa)	206			186	
Shear modulus G (GPa)	78			69	
Width b (mm)	5.42	7.96	6.75	1.995	1.669
Thickness t (mm)	0.854	1.147	0.664	0.335	0.316
Mean diameter of coil D (mm)	67.11	132.72	185.20	21.03	22.24
Free length H (mm)	21.21	20.33	11.46	8.65	46.60
Number of waves / turn N	3.5	5.5	9.5	3.5	3.5
Active coils n	4	4	2	9	28

Table 2 Formulas on spring rates and stresses of CWS

Proposer	Spring rate	Stress
Smalley ²⁾	$k = \frac{Ebr^3 N^4}{\lambda n D^3} \frac{OD}{ID}$	$\sigma_b = \frac{3\pi D}{4bt^2 N^2} P$
Nishio ^{3, 4)}	$k = \frac{N}{n} \left[\frac{\cos^2 \phi}{2EI} \left\{ \frac{t^3}{3} + 3r^2 r \phi + 4r^2 (1 - \cos \phi) + \frac{r^3 (2\phi - \sin 2\phi)}{4} \right\} + \frac{2R^3 (\beta - \sin \beta)}{GI} \right]$	$\sigma_b = \frac{3D \sin \beta}{2bt^2 N} P$ $\tau_t = \frac{D(1 - \cos \beta)}{4\kappa bt^2 N} P$ $\sigma_1 = \frac{\sigma_b}{2} + \sqrt{\frac{\sigma_b^2}{4} + \tau_t^2}$
Corrected JSMA ⁵⁾	$k = \frac{16Ebr^3 N^4}{\pi^3 n D^3}$	$\sigma_b = \frac{3\pi D}{4bt^2 N^2} P$

である。導出過程が明らかにされている西尾の計算式³⁾を再検討したものには、川村の研究¹⁾があるが、その後の検討で十分な修正ではないことがわかったので、さらに見直すことにした。

3.1.2 西尾式の訂正と実用式化

本研究では、西尾のばね定数計算式の導出過程、川村による修正過程を再検討し、それらの誤りを以下のように訂正する。

(a) 波形素線の形状と曲げたわみ

5種類の供試CWS素線の波形曲線を平面展開した結果、それらがほぼ円弧と直線で構成されていることがわかった。この波形平面曲線は対称性を有するので、Fig. 4のように1/4山を平面展開した片持ちりについてたわみ解析を行う。すなわち、荷重 $p/2$ によるはりの直線部及び円弧部に作用する曲げモーメント M_{b1} 、 M_{b2} はそれぞれ

$$M_{b1} = \frac{p}{2} \cos \phi \cdot x \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$M_{b2} = \frac{p}{2} \{ \cos \phi \cdot (l + r \sin \theta) + r \sin \phi \cdot (1 - \cos \theta) \} \quad \dots\dots\dots (2)$$

となる。これらによる素線の曲げひずみエネルギー U_{b1} 、 U_{b2} はそれぞれ

$$U_{b1} = \frac{1}{2EI} \int_0^l M_{b1}^2 dx = \frac{p^2 l^3 \cos^2 \phi}{24EI} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\begin{aligned} U_{b2} &= \frac{1}{2EI} \int_0^\phi M_{b2}^2 r d\theta \\ &= \frac{p^2 r}{8EI} \left\{ (l \cos \phi + r \sin \phi)^2 \phi + 2r(l \cos \phi + r \sin \phi)(\cos \phi - 1) \right. \\ &\quad \left. + \frac{r^2(2\phi - \sin 2\phi)}{4} \right\} \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

となり、Fig. 4で荷重方向のたわみを δ_{b1} 、 δ_{b2} とすると、カスチリアーノの定理により、

$$\delta_{b1} = \frac{\partial U_{b1}}{\partial \left(\frac{p}{2} \right)} = \frac{pl^3 \cos^2 \phi}{6EI} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\begin{aligned} \delta_{b2} &= \frac{\partial U_{b2}}{\partial \left(\frac{p}{2} \right)} \\ &= \frac{pr}{2EI} \left\{ (l \cos \phi + r \sin \phi)^2 \phi + 2r(l \cos \phi + r \sin \phi)(\cos \phi - 1) \right. \\ &\quad \left. + \frac{r^2(2\phi - \sin 2\phi)}{4} \right\} \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

したがって、曲げによる素線1山分のたわみ δ_B は

$$\begin{aligned} \delta_B &= 2(\delta_{b1} + \delta_{b2}) \\ &= \frac{pr}{EI} \left\{ \frac{l^3 + \cos^2 \phi}{3} r \phi (l \cos \phi + r \sin \phi)^2 \phi + 2r^2(l \cos \phi + r \sin \phi) \right. \\ &\quad \left. (\cos \phi - 1) + \frac{r^3(2\phi - \sin 2\phi)}{4} \right\} \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

(b) 波形素線のねじりによるたわみ

Fig. 5のように、素線を面外荷重荷重 $p/2$ を受ける円弧はりとみなし、CWSのねじりによるたわみを解析する。

荷重 $p/2$ により Fig. 5に示す円弧はりに作用するねじりモーメント M_t は、

$$M_t = \frac{p}{2} R(1 - \cos \alpha) \quad \dots\dots\dots (8)$$

であるから、素線のねじりひずみエネルギー U_t は、

$$U_{b1} = \frac{1}{2GJ} \int_0^{\beta/2} M_t^2 \cdot R d\alpha = \frac{p^2 R^3}{8GJ} \left(\frac{3}{4} \beta - 2 \sin \frac{\beta}{2} + \frac{\sin \beta}{4} \right) \dots\dots (9)$$

ただし、 J はサンブナンのねじり定数⁹⁾であり、

$$J = bt^3 \left(\frac{1}{3} - \frac{64}{\pi^5} \frac{t}{b} \tanh \frac{\pi b}{2t} \right) \quad \dots\dots\dots (10)$$

と表される。

Fig.4 Plane bending of 1/4 wave segment

Fig.5 Torsion of 1/4 wave segment

Fig. 5で荷重方向のたわみを δ_i とすると、カスチリアーノの定理により、

$$\delta_i = \frac{\partial U_i}{\partial \left(\frac{p}{2}\right)} = \frac{pR^3}{2GJ} \left(\frac{3}{4}\beta - 2\sin\frac{\beta}{2} + \frac{\sin\beta}{4} \right) \dots\dots\dots (11)$$

したがって、ねじりによる素線1山分のたわみ δ_T は

$$\delta_T = 2\delta_i = \frac{pR^3}{GJ} \left(\frac{3}{4}\beta - 2\sin\frac{\beta}{2} + \frac{\sin\beta}{4} \right) \dots\dots\dots (11)$$

で与えられる。

(c) 西尾訂正式

式 (7), (12) より, CWS全体のたわみ δ は

$$\delta = n \cdot (\delta_B + \delta_T) \dots\dots\dots (13)$$

となる。また, CWS全体の荷重 P は,

$$P = N \cdot p \dots\dots\dots (14)$$

となる。以上より, ばね定数計算式は,

$$\begin{aligned} k &= \frac{P}{\delta} = \frac{N \cdot p}{n \cdot (\delta_B + \delta_T)} \\ &= \frac{N}{n} \left[\frac{1}{EI} \left\{ \frac{l^3 \cos^2 \phi}{3} + r\phi (l \cos \phi + r \sin \phi)^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 2r^2 (l \cos \phi + r \sin \phi) (\cos \phi - 1) + \frac{r^2 (2\phi - \sin 2\phi)}{4} \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{R^3}{GJ} \left(\frac{3}{4}\beta - 2\sin\frac{\beta}{2} + \frac{\sin\beta}{4} \right) \right] \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

で与えられる。

(d) 西尾訂正式の実用式化

式 (15) に含まれる変数 ϕ , l , r はFig. 6のような波形素線の平面展開図を前提としており, 実測が難しい。また, 式 (15) は複雑で使いにくい。そこで, 式 (15) の実用性を考慮し, その近似式を導いた。

まず, 波形形状を表す変数 ϕ , l , r のうち, l は ϕ と r の関数として表現できる。すなわち, Fig. 6の素線中心線の投影長さと β の関係 $2r \sin \phi + 2l \cos \phi = R\beta$ より,

Fig.6 1/2 wave segment in plane

$$l = \frac{R\beta - 2r \sin \phi}{2 \cos \phi} \dots\dots\dots (16)$$

となる。また, 実用に供されているCWSでは ϕ が十分に小さいので, $\phi \approx 0$ とみなせば, $\cos \phi$ と $\sin \phi$ は

$$\cos \phi \approx 1, \sin \phi \approx 0 \dots\dots\dots (17)$$

と近似することができる。この近似は, Fig. 4に示す波形はりを真直はりとみなすことを意味する。式 (16) と式 (17) を式 (15) に代入し, さらに, 曲げによる項に比べ十分小さいねじりによる項を無視すれば, ばね定数近似式 (18) が得られる。

$$\begin{aligned} k &\approx \frac{N}{n} \left[\frac{1}{EI} \left\{ \left(\frac{R\beta - 2r \sin \phi}{2 \cos \phi} \right)^3 \frac{\cos^2 \phi}{3} \right\} \right] \\ &\approx \frac{N}{n} \cdot \frac{R^3 \beta^3}{EI \cdot 24} \\ &= \frac{192 E I N^4}{\pi^3 n D^3} \\ &= \frac{16 E b t^3 N^4}{\pi^3 n D^3} \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

これはJSMA規格の訂正計算式 (Table 2参照) と一致する。

3.2 応力計算式

3.2.1 既存の応力計算式

CWSの応力についての代表的な計算式をTable 2に示す。Table 2中のJSMA規格については訂正式を示す。一例としてCWS 1を取り上げ, これらの計算式による応力の計算結果を比較するとFig. 7のようになる。

Table 2より, Smalley社の計算式とJSMA規格の訂正式は導出過程が不明であるが同一で, 最大曲げ応力を対象としている。これに対し, 西尾の計算式は最大主応力を評価対象としている。また, Fig. 7の実験結果は最大主応力の測定結果を示す。Fig. 7より, Smalley社の計算式及びJSMA規格の訂正式による値は実験結果より低い値を与える。一方, 西尾の計算式による値は安全側にはあるが, 荷重が大きくなると精度は十分でないことがわかる。

3.2.2 応力計算式の導出

(a) 最大曲げ応力式

最大曲げ応力はFig. 4において, $\theta = \phi$ の断面で発生し,

Fig.7 Stress—Load diagram (CWS 1)

この断面に作用する曲げモーメント M_b は、式 (2) より

$$\begin{aligned} M_b &= \frac{p}{2} \{ \cos\phi (l + r \sin\phi) + r \sin\phi \cdot (1 - \cos\phi) \} \\ &= \frac{p}{2} (l \cos\phi + r \sin\phi) \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

となる。よって、最大曲げ応力 σ_b は

$$\sigma_b = \frac{M_b}{Z} = \frac{3(l \cos\phi + r \sin\phi)}{bt^2 N} P \dots\dots\dots (20)$$

となる。また、Fig. 6より、式中の ϕ 、 l 、 r を R と β で表せば

$$\sigma_b = \frac{3P \cdot \frac{R\beta}{2}}{bt^2 N} = \frac{3\pi D}{4bt^2 N^2} P \dots\dots\dots (21)$$

と書き換えられる。これはSmalley社の計算式及びJSMA規格の訂正計算式 (Table 2参照) と一致する。

(b) 最大ねじり応力式

最大ねじり応力はFig. 5において、 $\alpha = \beta/2$ の断面で発生し、この断面に作用するねじりモーメント M_t は、式 (8) より

$$M_t = \frac{p}{2} R \left(1 - \cos \frac{\beta}{2} \right) \dots\dots\dots (22)$$

となる。よって、最大ねじり応力 τ_t は

$$\tau_t = \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{M_t}{bt^2} = \frac{PD(1 - \cos(\beta/2))}{4\kappa bt^2 N} \dots\dots\dots (23)$$

となる。

しかし、CWSには主として曲げ応力が発生し、最大ねじり応力は、最大曲げ応力に比べ十分小さいので、最大主応力 σ_1 は

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_b}{2} + \sqrt{\frac{\sigma_b^2}{4} + \tau_t^2} \approx \sigma_b \dots\dots\dots (24)$$

となり、実際の応力評価では最大曲げ応力のみを考えればよく、応力計算式 (25) が得られる。

$$\sigma_1 \approx \sigma_b = \frac{3\pi D}{4bt^2 N^2} P \dots\dots\dots (25)$$

4. 実 験

4.1 ばね特性の測定

ばね試験機 (豊光エンジニアリング社製 HTC-A20K型) を用い、5種類の供試コイルドウェーブスプリングCWS 1～5をコイル軸方向に平行圧縮して、荷重とたわみを測定した。

4.2 応力測定

ひずみゲージ：共和電業社製KFG-1-120-D17-11L1M2
(0°/45°/90°形3軸ロゼットゲージ)
グリッド寸法1×1.1mm、ベース寸法 ϕ 5mm
抵抗値120 Ω 、ゲージ率 k_s 2.1

接 着 剤：共和電業社製CC-33A

動 ひ ず み 計：共和電業社製UCAM-20PC,

制御ソフトウェアUCS10A

CWS 1～3の波形素線谷部にロゼットゲージを貼付し、ばね試験機で密着荷重付近まで平行圧縮して、荷重と3軸方向のひずみ ϵ_a 、 ϵ_b 、 ϵ_c を測定した。そして、ひずみ測定結果から次式により主応力 σ_1 とその方向 ϕ を求めた¹²⁾。なお、CWS 4及びCWS 5については素線幅が小さく、ひずみゲージが貼れなかったため、応力測定は行っていない。

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{E}{2(1-\nu^2)} \left[(1+\nu)(\epsilon_a + \epsilon_c) \right. \\ &\quad \left. + (1-\nu)\sqrt{2\{(\epsilon_a - \epsilon_b)^2 + (\epsilon_b - \epsilon_c)^2\}} \right] \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

$$\phi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2\epsilon_b - \epsilon_a - \epsilon_c}{\epsilon_a - \epsilon_c} \right) \dots\dots\dots (27)$$

5. FEM解析

・使用ソフト：MARC MENTAT 2005r2

・使用要素：20節点アイソパラメトリック任意形状6面体要素¹³⁾

・解析モデル：

Fig. 8参照。CWS 1、CWS 2は4巻モデル、CWS 3は2巻モデル。CWS 4、CWS 5は4巻モデルで、各たわみをそれぞれ9/4倍、7倍して供試CWSと同じたわみ量になるようにした。後述のように、Fig. 8 (a) は素線の山と谷の接触状態が線接触 (Linear contact)、Fig. 8 (b) は点接触 (Point contact) するモデルである。

・要素分割：

素線の幅方向に3等分割、厚さ方向に2等分割、円周方向に180等分割した。

・境界条件：

解析モデル両端面のコイル軸まわりの回転を拘束し、

Fig.8 FEM analysis models

両座面と接するように定義した2枚の剛体平板によりCWSモデルをコイル軸方向に平行圧縮した (Fig. 9)。なお、剛体平板と素線の接触、及び素線同士の接触が生じた場合には摩擦力 (摩擦係数0.2のクーロン摩擦) を考慮した。

6. 解析結果と考察

6.1 ばね特性

供試CWS 1~5のばね特性について、理論解析結果及び実験結果、FEM解析結果を図示すると、Fig. 10のようになる。素線間の接触がLinear contactな場合、ばね特性のFEM解析結果はたわみの増大とともに、傾きが一定となる傾向を示し、その値は理論解析結果とほぼ一致する。

一方、荷重に対するたわみ量を比較すると、理論解析結果とLinear contactを仮定した場合のFEM解析結果は実験結果と大きく異なる。DRAGONIは波形座金の素線が一般に傾いていることを指摘し、ばね特性への影響を論じている¹⁴⁾。本研究で取り扱った供試CWSにおいてもFig. 11に示すように無荷重時に素線の山と谷部の素線断面が互いに逆方向に傾いて成形されているため、初期接触状態ではLinear contactではなく、Point contactとなっていることがわかった (Fig. 11)。そこで、素線の山と谷の接触状態が点接触となるようなFEM解析モデル (Fig. 8 (b)) を作り、上記の解析結果と比較した。Fig. 10より、FEM解析結果はLinear contactの場合よりも、Point contactの場合の方がたわみが大きくなり、実験結果とよく合うことがわかる。また、負荷にともなうPoint contactモデルの変形挙動を観察すると、素線の山と谷部の断面の傾きが徐々に減少し、ある荷重点で山と谷の接触状態がPoint contactからLinear contactへと変化するまでばね特性はほぼ直線で表される。一方、Linear contactな場合にもばね特性は、直線となり、その傾きは式 (18) で与えられる。また、Point contact時のばね定数のFig. 12に示すようにLinear contact時のばね定数のおよそ0.5~0.6倍となる。これらを考慮すれば非線形ばね特性は1本の折れ線で表され、各々の直線は次の実用ばね定数計算式で表すことができる。

$$\kappa_{\max} = \frac{16Ebt^3N^4}{\pi^3nD^3} \dots\dots\dots (28)$$

$$\kappa_{\min} = \gamma_1 \frac{16Ebt^3N^4}{\pi^3nD^3} (\gamma_1 = 0.5 \sim 0.6) \dots\dots\dots (29)$$

この接触状態の変化とばね定数の変化の関係は実験においても確認された。

さらに、Point contactからLinear contactへ変化する屈曲点はCWS 1, CWS 4, CWS 5では全たわみのおよそ50%, CWS 2, CWS 3では全たわみのおよそ35%となる。屈曲点の現れる点は1巻当たりの山数 N とコイル平均径 D に依存し、 N が小さいほど、また、ばね指数 D/b が小さいほど、CWS成形時の素線断面の倒れが大きくなり、ばね特性への影響が増す傾向が認められる。

6.2 応力

供試CWS 1~5の応力について、理論解析結果及び実験結果、FEM解析結果をFig. 10に示す。FEM解析による最大主応力分布はFig. 13のようになり、波形素線の谷部表面の内径側で最大主応力は大きくなっている。一方、Linear contactモデルとPoint contactモデルにおいて最大主応力分布に大きな違いは無く、波形素線の谷部表面の内径側をFEM解析値とした。

Fig. 10をみると、Linear contactモデルとPoint contactモデルによる最大主応力のFEM解析結果はほぼ一致し、実験結果とも比較的よく合うことがわかる。一方、理論解析結果は実験結果やFEM解析結果よりも低い値を示すが、これは理論解析で素線のねじり応力を無視していること、CWS素

Fig.9 Loading and constraint condition of FEM analysis model

Fig.11 Point contact of CWS

Fig.13 Distribution of maximum principal stress

Fig.10 Spring characteristics and stresses of CWS

Fig.12 Formulas on spring rates and stresses of CWS

線を平面展開して応力解析していることなどによると考えられる。そこで、実用応力計算式を導くために理論解析結果に修正係数 γ_2 を掛け、応力値が実験値を下回らないように補正してみるとFig. 12のようになり、修正係数の値は1.1～1.5となる。

$$\sigma_{1\max} = \gamma_2 \frac{3\pi D}{4bt^2N^2} P (\gamma_2 = 1.1 \sim 1.5) \dots\dots\dots (30)$$

7. 結 言

以上、CWSのばね特性の非線形性の原因が解明され、実用計算法が示された。また、応力特性についても実用計算法が明らかにされた。すなわち

ばね特性について

CWSの非線形ばね特性は凹形の折れ線で近似することができ、その原因は圧縮にともなう素線の山部と谷部の接触状態が点接触から線接触へと変化するためであることが確かめられ、実用ばね定数計算式が示された。

応力について

CWSには主として曲げ応力が発生し、最大主応力は波形素線の谷部の表面の内径側で最大となる。また、最大主応力の値は荷重の大きさに比例して変化する。理論応力計算式による値を実験結果と比較することにより修正した実用応力計算式が示された。

謝 辞

本研究を進めるに当たり有益な御助言を頂いた三菱製鋼(株)下関正義氏、CWSの使用状況並びに規格化について御教示頂いた(株)パイオラックスの東海林信義氏、高 良昭氏、ばね特性並びに応力測定実験に御協力頂いた(株)多摩スプリングの渡辺浩太郎氏に深甚の謝意を表します。また、FEM解析に協力頂いた本学学部生の村上圭吾君に謝意を表します。

参考文献

- 1) ばね技術研究会編, “ばねの種類と用途例”, (1998) pp.82-83, 日刊工業新聞社.
- 2) Smalley Steel Ring Company, Wave/Compression Springs, Catalog No.WS-2002, (2002), pp.27-30.
- 3) 西尾康宏, 渡辺浩太郎, 久納孝彦, ばね論文集, No.47, (2002), pp.15-20.
- 4) ばね技術研究会編, “ばねの設計と製造・信頼性”, (2001), pp.17-19, 日刊工業新聞社
- 5) JSMA SB009, (2004), pp.1-4, 日本ばね工業会.
- 6) 川村直子, 西尾康宏, 渡辺浩太郎, 久納孝彦, ばね技術研究会2001年度秋季講演会講演論文集, (2001), pp.31-34.
- 7) 青木功, 大槻敦巳, 日本機械学会東海支部第52期総会講演会講演論文集, No.033-1, (2003), pp.257-258.
- 8) 木村雅幸, 加藤万規男, 大澤一紀, 和田均, 日本機械学会東海支部第53期総会講演会講演論文集, No.043-1, (2004), pp.51-52.
- 9) Wang C. T., “応用弾性学”, (1974), pp.101-105, 森北出版.
- 10) 鶴戸口英善, 川田雄一, 倉西正嗣, “材料力学 上巻”, (1983), pp.110-111, 裳華房.
- 11) 川村直子, 慶應義塾大学修士論文, (2003), pp.14-22
- 12) Budynas Richard G., “Advanced Strength and Applied Stress Analysis”, (1977), pp.362-366, McGRAW-HILL KOGAKUSHA.
- 13) ばね技術研究会編, “ばねの有限要素解析”, (1997) pp.67-68, 日刊工業新聞社.
- 14) DRAGONI E., Journal of Strain Analysis for Engineering Design, 23-3 (1988), pp.145-153.