ばね及びばね鋼のX線残留応力測定法*

X線によるばねの残留応力評価法研究委員会

Method for X-ray Residual Stress Analysis in Springs and Spring Steel

Research Committee for Evaluation in Residual Stress of Spring by X-ray Diffraction

「X線によるばねの残留応力評価法研究委員会」

委員長	大谷 真一	東京都市大学工学部	委員	武田 和孝	村田発條(株)
副委員長	小木曾克彦	(株)ジャクセル	〃	中島 俊司	日本発條(株)
〃	余語 英俊	愛知製鋼(株)	〃	西島 敏	日本ばね学会名誉会長
〃	三村 真吾	中央発條(株)	〃	横山 亮一	(株)リガク
〃	後藤由利香	日本発條(株)	〃	松本 彰久	愛知製鋼(株)
委員	伊澤 佳伸	(株)東郷製作所	〃	服部 兼久	東洋精鋼(株)
〃	川口 純	鈴木金属工業(株)	〃	根津 暁充	(株)リガク
〃	小林 祐次	新東工業(株)	〃	竹田 和也	東京都市大学 (院)
〃	重松 正明	知多鋼業(株)			

X-ray stress measurement is a technique which has been widely applied to residual stress. However, a satisfactory method for measuring residual stress in springs has not been appropriately developed yet. Thus, a research committee in Japan Society of Spring Engineers was established to research the X-ray based stress measurement of springs in 2008. The first item accomplished by the committee was an exploratory investigation to understand the measuring conditions of X-ray stress measurement being used in spring industries. By referring to these results obtained, four subjects were investigated as follows: a) development of a method of residual stress measurement in shot-peened plate, b) development of a method of residual stress measurement in shot-peened round-bar, c) evaluation method for $2\theta-\sin^2\psi$ diagrams, d) characterization of an X-ray stress constant in ferrous spring steels.

The following results were obtained:

(1) The errors for 68.3% confidence limits in the residual stress of the shot-peened plate specimen, which were observed by X-ray stress measurement under routine measurement conditions in participating companies, were within 6% of the average residual stress values obtained. Therefore, X-ray stress measurement conditions based on a 68.3% confidence limit were proposed.

(2) In a sample with a curved surface, such as a coil spring, the diameter of an X-ray collimator should be less than 20% of the diameter of the spring wire so that the error of the residual stress can be less than 10%. It turned out that the nonlinearity of the $2\theta-\sin^2\psi$ diagrams and wave-like fluctuation in diffraction intensity- $\sin^2\psi$ diagrams were observed in the surface of fine-shot-peened round-bars.

(3) An evaluation method for $2\theta-\sin^2\psi$ diagrams showing the pattern of bowing or waving using two statistical approaches and simulations in tri-axial stress states has been investigated. Two parameters C_B and C_w representing degrees of the bowing and waving in $2\theta-\sin^2\psi$ diagrams have been suggested. At least seven diffraction angles in the $2\theta-\sin^2\psi$ diagram are necessary to evaluate waving. A simulation of the $2\theta-\sin^2\psi$ diagram enables us to confirm effectiveness of the evaluation technique with C_B and C_w .

(4) A round robin test (RRT) for characterization of an X-ray stress constant in ferrous spring steels such as SUP9A and SUP12 was carried out. As a result, it appears that the average X-ray stress constant K in the two spring steels was -338 ± 13.1 MPa/deg.

Key Words : X-ray stress measurement, Residual stress, Shot peening, X-ray stress constant, $2\theta-\sin^2\psi$ diagram, Ferrous spring steel

1. 緒 言

ばねはショットピーニングにより発生する圧縮残留応力で耐久限度向上が図られている。ISO規格策定におけるショットピーニングの技術分野TC227「ばね」では、ショットピーニング処理はばねには必要不可欠で重要であるという認識で一致している。

ばねの残留応力の測定方法として、おもなばね関連企業ではX線応力測定法を採用している。しかし、X線応力測定の原理に関して理解はされているものの、X線入射角の範囲や入射角点数、X線応力定数、X線光学系の差違などいわゆる測定条件の選択、あるいは被測定物における結晶の粒度・配向度合、ショットピーニングによる表面粗さや表面形状（コイルばねや弁ばねのように測定表面が平面でないような場合）、測定物の加工履歴などの影響により残留応力の絶対値が異なることがあり、X線応力測定法の信頼度まで議論に至る場合もある。

X線を用いた残留応力の測定方法については、日本材料学会が $2\theta - \sin^2\psi$ 法に基づく「X線応力測定法標準」¹⁾を制定・改定刊行しているほか、ショットピーニングのJIS-B2711の付属書「残留応力の測定方法」²⁾にも示されている。しかし、X線応力測定法標準では、測定表面が曲面であることはほとんど想定しておらず、また推奨しているフェライト系鉄鋼材のX線応力定数（ -318 MPa/deg ）は種々のフェライト系鉄鋼の平均値である。JIS-B2711の付属書についてもショットピーニング処理後の残留応力をX線応力測定で求めるための汎用規定であり、例えばX線応力測定の際の $\sin^2\psi$ 範囲やX線入射角点数などの測定条件は、「X線応力測定法標準」の条件とも異なっている。いずれにしても、現在ばね及びばね鋼固有のX線応力測定法指針を示しているものは存在しない。

このような現状を基に、2008年度に日本ばね工業会から日本ばね学会に「ショットピーニング処理されたばねに限定したX線応力測定法の標準化を目標とした研究を行う」よう要請があり、「X線によるばねの残留応力評価法研究委員会」が発足した。本研究委員会は2008年7月から2011年3月まで計16回に亘り委員会を開催した。構成委員は上掲のとおりである。

本研究委員会は、まずばね関連企業でのX線応力測定の使用実態調査（アンケート）を行い、その結果から委員会が取扱うテーマを決定した。

そして、①ショットピーニング処理したばね鋼平板の残留応力測定（第1回ラウンドロビン試験、以後RRTと呼ぶ）、②ショットピーニング処理した丸棒の残留応力測定（第2回RRT）、③ $2\theta - \sin^2\psi$ 線図の評価法、④フェライト系ばね鋼のX線応力定数の測定（第3回RRT）の4項目について研究活動を行ってきた。

本報告はそれぞれの項目に関して、委員会活動で得られた成果について総括する。

2. X線応力測定の使用実態調査

ばね関連企業でのX線応力測定法の使用実態のアンケート調査を行い、測定条件設定などの情報収集を行った。

アンケートの大きな項目は以下の4点である。①測定試料と表面処理方法、②使用しているX線応力測定装置、③応力測定条件、④応力値の算出 である。

アンケートはばねメーカー、材料メーカー、カーメーカーなどを対象に157機関に依頼し、37機関から回答を得た³⁾。以下、おもな結果を示す。

2.1 測定試料と処理方法

おもな測定試料の回答結果をFig. 1に示す。測定試料は板ばねと一部の素材を除けばコイル状・小物の測定物が多く、応力測定の困難さが想像される。

酸化スケール、塗装膜の除去方法については70%以上の機関がエメリー紙などによる研磨、剥離剤、酸洗、電解研磨など何らかの方法により除去している。

また、ばねにとってはショットピーニング処理の加工条件評価には残留応力の深さ分布が欠かせない。深さ方向の応力分布を測定する際の表面除去領域と除去方法は、部分除去している機関が70%、表面を全面除去している機関が30%であり、除去方法は電解研磨が68%、化学腐食が26%であった。使用する電解液、腐食液は各所で様々なものが使用されている。

2.2 X線応力測定装置

アンケート回答数は37機関であるが、これらの機関はX線応力測定装置を複数所有している。回答者の所有X線応力測定装置は総数53台であったが、その内国内メーカー製装置が87%と多い。ただし外国製や自作の装置を使用している機関もある。装置のX線検出器は位置敏感型比例計数管（PSPC）58%、シンチレーション計数管（SC）38%である。その他は主に外国製の装置に装着されているPSD（位置敏感型検出器）である。

2.3 応力測定条件

まず回答機関37のうち80%の機関が $2\theta - \sin^2\psi$ 法（以後

Fig. 1 Answer of question for “What kind of spring or products do you usually measure by the X-ray stress analysis?” (Possible for multiple answers)

$\sin^2\psi$ 法と略す)を用いている。それ以外は測定時間短縮のために $0-45^\circ$ 法、装置付属のソフトに依存して $\sin^2\psi$ 法以外の方法も使用されている。

回折強度曲線の測定方式の質問には87%の機関が並傾法で測定している。回折強度曲線測定の光学系は、検出器にPSPCの使用が多いため ψ_0 一定法が65%で、 ψ 一定法を用いている機関も20%ある。また、揺動法を併用している機関も18%ある。

また照射面積の制限については、制限を実施している機関と実施していない機関の数は半々であり、制限の方法としてはビニルテープによるマスキングが多い。

X線照射スリット、受光側スリットの種類はPSPCの使用が多いため、X線照射スリットはコリメータが76%である。同様の理由で受光側スリットは使用していない機関が多いが、ソーラスリットを使用している機関も30%ある。

X線入射角の設定方法については $\sin^2\psi$ 値を等間隔にしている機関と ψ_0 角または ψ 角を等間隔にしている機関が同数程度ある。なお $\sin^2\psi$ 値を等間隔にしている機関では最大 $\sin^2\psi$ 値を0.5~0.7、点数を4~7点としている機関が大半を占める。一方、 ψ_0 角または ψ 角を等間隔としている場合は最大値を $40-45^\circ$ 、点数を4~7点としている機関が大半を占める。なお、ここで ψ_0 角は試料法線と入射X線のなす角で正確な意味のX線入射角である。一方、 ψ 角は試料法線と回折面法線のなす角であるが、以後、本文中では ψ 角を広義の意味で“X線入射角”と記述する。

また回折強度曲線のピーク計数値に関しては約70%の機関で500~2000カウントで測定している。

2.4 応力値の算出

応力算出手順にしたがって結果を概説する。バックグラウンド補正に関しては、90%の機関が直線回帰して回折強度曲線から削除している。回折強度曲線の補正は、72%の機関がLPA補正を実施している。回折強度曲線のスムージングは80%の機関が重み付き移動平均法を実施している。平均化点数は5~7点で実施している機関が多い。ピーク位置決定法は半価幅中点法で行っている機関が82%である。

フェライト系ばね鋼の場合、使用しているX線応力定数 K は日本材料学会「X線応力測定法標準」¹⁾の K 値=−318MPa/degを使っている機関が72%であり、その他は外部付加応力実験による実験値、あるいは機械的なヤング率 E とポアソン比 ν 、無ひずみ時の回折角 $2\theta_0$ から後述の式(25)を用いて算出した値を使っている機関もある。

深さ方向の残留応力分布を測定する際の表面除去に伴う応力値補正に関しては80%の機関は行っていない。

2.5 アンケート結果からの検討課題

本アンケート調査では特に応力測定条件、応力値の算出方法について機関ごとに任意の方法で実施しており統一性がなかった。ばねの残留応力測定の標準化を進めるには様々な項目について測定値への影響を調査し、適切な方法、条件を検討していくことが必要であることがわかった。

そこで本委員会では次の4つの課題を重点的に「標準的な測定法」の提案のための研究を実施することとした。

- (1) 各機関が日常的に行っている測定条件下での応力値のばらつきの把握と、測定誤差を小さくするための基本的な測定条件の検討
- (2) コイルばねや弁ばねなどの測定面が曲率を有する試料を測定する際の測定値に影響を与える因子と推奨測定条件の検討
- (3) 回折角 $2\theta-\sin^2\psi$ 線図(以後、特に断らない限り $\sin^2\psi$ 線図と略す.)における非直線度の評価方法の検討
- (4) フェライト系ばね鋼X線応力定数の提案

3. ショットピーニング処理した平板の残留応力測定

2章のアンケート結果を精査し、各機関の応力測定条件が大きく異なっていたことから、まず各機関がそれぞれ日常業務で行っている条件で測定した残留応力値のばらつきを確認するために、ラウンドロビン試験(RRT)を行った。

3.1 試験片及び応力測定方法

試験片としては、無ひずみ状態と見込まれる鉄粉末(以後Fe粉末と呼ぶ)とショットピーニング平板試験片(以後SP試験片と呼ぶ)を使用した。

SP試験片の供試材はSUP9で、試験片寸法を幅70mm×長さ100mm×板厚10mmに機械加工し、表面を研削加工した後ショットピーニングを行った。ショットピーニング条件をTable 1に示す。

SP試験片は加工条件をすべて同一にしたものを3個用意した。同時に無ひずみ状態を想定したFe粉末も3個準備した。ラウンドロビン試験の参加機関は18機関、22装置であり、参加機関を3系統に分けてSP試験片、Fe粉末試験片各1個ずつを測定した。

X線応力測定は特性X線Cr K α 線で α Fe211回折を測定、X線応力定数は−318MPa/degで固定、その他の条件は任意とした。また、Fe粉末は測定方向を指定せず3回反復測定、SP試験片については試験片長手方向(x 方向)、幅方向(y 方向)の2方向をそれぞれ3回反復測定した。なお測定位置は試験片中央部とした。

Table 1 Material used and shot peening conditions of specimen.

Specimen		Peening conditions			
Material	Surface hardness	Shot media	Speed	Arc height	Coverage
SUP9	HV 430	RCW06PM ($\phi 0.6$ HV450~550)	73m/s	0.352 mmA	200%

3.2 測定結果

RRT結果をFig. 2に示す。図中のエラーバーは、 $\sin^2\psi$ 線図の標準誤差 ΔM から求めた応力の68.3%信頼限界値 $\Delta\sigma$ （以後測定誤差と呼ぶ）である。Fe粉末の結果において、1機関だけ他と大きく異なる結果（ $-80 \sim -110\text{MPa}$ ）となっているが、これは装置校正の不備によるものと判明したため、以降の解析ではこの装置のデータは除外している（なお、校正後の再測定では他装置と同等の結果となった）。

すべての結果をまとめると、Fe粉末の平均残留応力は

$$\sigma_{\text{Fe}} = -4\text{MPa} \pm 11.0\text{MPa} \quad (68.3\% \text{信頼限界値})$$

SP試験片における x , y 両方向を含めた平均残留応力は

$$\sigma_{\text{SP}} = -643\text{MPa} \pm 36.9\text{MPa} \quad (68.3\% \text{信頼限界値})$$

であった。

以上より、Fe粉末の値はほぼ0MPaとなり測定条件に依存せず適切な値となった。またSP試験片では、68.3%信頼限界値（36.9MPa）は平均残留応力値（ -643MPa ）の6%以下となり、日常業務で設定している条件で測定した結果としては良好な測定誤差である。

3.3 応力測定条件の検討

適切な応力測定条件とは、残留応力の68.3%信頼限界値を基準として、最短時間でその目的の基準値を満たす応力測定が行える最低条件を指す。残留応力値及びその測定誤差（68.3%信頼限界値）と測定時間に大きく影響する条件としては（1）回折強度曲線のピーク計数値、（2）X線入射角点数、（3） $\sin^2\psi$ の範囲の最大値が挙げられる。

そこで個々の条件を系統的に変化させて残留応力測定を行い、残留応力値及びその測定誤差におよぼす影響について検討した。

応力測定条件をTable 2に示す。試験片はRRT試験の試験片と同時に製作し、別途保管しておいたSP試験片を用いた。コリメータ寸法は、試験片が平板であることから残留応力値に影響しないものと考え $\phi 3\text{mm}$ とした。また測定は10回反復して行い、10回の平均残留応力値と平均測定誤差（10回の残留応力測定時のそれぞれの68.3%信頼限界値の平均値）を求めた。

Fe粉末についても測定を行ったが、残留応力がない状態であるので、上述した3つの条件の影響はほとんどなかった。以後、SP試験片にのみ限定して論じる。

3.3.1 回折強度曲線のピーク計数値の影響

すべての ψ 角でのピーク計数値が一定になるように回折強度曲線を測定（定ピーク計数法）して応力測定を行った。

ピーク計数値として250, 500, 750, 1000, 1500, 2000, 4000カウントの7通りを設定した。なお $\sin^2\psi$ の範囲は0~0.7, $\Delta\sin^2\psi=0.1$ とした。

SP試験片の測定結果をFig. 3に示す。ピーク計数値の影響を大きく受けるのは測定誤差 $\Delta\sigma$ であり、ピーク計数値 I_p の増加に伴い、測定誤差 $\Delta\sigma$ は漸減する。図中の実線は累乗回帰線で回帰結果は以下のとおりである。（ R^2 は決定係数）

$$\ln(\Delta\sigma) = -0.422 \cdot \ln(I_p) + 5.09 \quad (R^2 = 0.970)$$

これを累乗の形で表すと、式（1）となる。

(a) Fe powder.

(b) Shot peened specimen.

Fig. 2 Residual stresses of Fe powder and shot peened specimen (SP).

Table 2 Conditions of X-ray stress measurement for shot peened plate.

Characteristic X-ray	(Filter)	Cr-K α	(V filter)
Diffraction		$\alpha\text{Fe } 211$	($2\theta_0 = 156.4\text{deg}$)
Detector (MCA)		PSPC	(512 Channels)
Measuring method		Iso-inclination method	
Tube voltage, current		30 k V, 15 mA	
Collimator		$\phi 3 \text{ mm}$	
Peak determination		FWHM middle point method	
Diffraction profile treatment		Non Smoothing, Non oscillation	
X-ray stress constant		$K = -318 \text{ MPa/deg}$

Fig. 3 Effect of peak intensity of diffraction profile on residual stress and its error.

$$\Delta\sigma \text{ (MPa)} = 162I_p^{-0.422} \dots\dots\dots (1)$$

測定誤差 $\Delta\sigma$ は大まかに統計的な認識どおり $I_p^{-0.5}$ に比例している。この原因は、測定誤差 $\Delta\sigma$ は測定された回折強度曲線におけるピーク近傍のノイズがピーク位置決定に影響することから生じるものと判断できる。

いま仮に本実験の範囲内で、測定誤差を $\pm 10\text{MPa}$ （残留応力値に対して測定誤差が $\pm 2\%$ 以内）とすると、ピーク計数値は1000カウント以上に設定すれば良いという結論を得る。

ただし、例えばCrK β 線によるオーステナイト γFe311 の回折強度曲線のようにSN比（回折強度/バックグラウンド強度）が良好でない場合はバックグラウンド強度が大きく、ピーク計数値だけを考慮するだけでは回折角決定精度の低下が危惧され、バックグラウンド強度を差し引いた純粋な回折X線強度がどの程度必要であるかが問題となる。しかしそのような場合は純粋な回折X線強度が1000カウント以上になれば測定誤差が $\pm 10\text{MPa}$ になるものと推察できる。

3.3.2 X線入射角点数の影響

本実験は $\sin^2\psi$ の範囲を0～0.6に固定し、 $\sin^2\psi$ の設定ステップ $\Delta\sin^2\psi$ が等間隔になるよう入射角点数 N を4, 5, 7, 9, 13点の5通り設定した。また回折強度曲線のピーク計数値は1000カウントとし、定ピーク計数法で測定した。

Fig. 4に測定結果を示す。残留応力値についてはあまり入射角点数の影響は見られない。しかし測定誤差 $\Delta\sigma$ については、入射角点数 N の増加に伴い漸減する。図中の実線は累乗回帰線で回帰結果は以下のとおりである。

$$\ln(\Delta\sigma) = -0.534 \cdot \ln(N) + 3.20 \quad (R^2 = 0.980)$$

これを累乗の形で表すと、式(2)となる。

$$\Delta\sigma \text{ (MPa)} = 24.6N^{-0.534} \dots\dots\dots (2)$$

ちなみにFe粉末の測定誤差 $\Delta\sigma$ に関してはX線入射角点数にかかわらず、 $\Delta\sigma = \pm 10\text{MPa}$ 以下となっていた。

したがってFe粉末の測定誤差 $\Delta\sigma$ と同じに、SP試験片の $\Delta\sigma$ を $\pm 10\text{MPa}$ とするのであれば、X線入射角点数を5点以上設定する必要がある。

Fig. 4 Effect of number of X-ray incident angle on residual stress and its error.

3.3.3 $\sin^2\psi$ 範囲の最大 $\sin^2\psi$ 値の影響

本実験の $\sin^2\psi$ 範囲を最小 $\sin^2\psi$ 値は0とし、最大 $\sin^2\psi$ 値を0.4, 0.5, 0.6, 0.7に設定し、 $\sin^2\psi$ のステップ $\Delta\sin^2\psi$ は0.1ごととした。したがって入射角点数 N は最大 $\sin^2\psi$ 値によって異なる。また回折強度曲線のピーク計数値は1000カウントに設定した。

Fig. 5にSP試験片の測定結果を示す。残留応力に関しては、最大 $\sin^2\psi$ 値=0.4以外のときはほぼ -640MPa となっているが、最大 $\sin^2\psi$ 値=0.4では -650MPa となり若干の相違がある。次に測定誤差 $\Delta\sigma$ については、最大 $\sin^2\psi$ 値の増加に伴い、測定誤差は漸減する。そして最大 $\sin^2\psi$ 値0.5以上では測定誤差は $\pm 10\text{MPa}$ 以下となっている。

本実験の範囲内で測定誤差 $\Delta\sigma$ を $\pm 10\text{MPa}$ とするのであれば、最大 $\sin^2\psi$ 値は0.5以上に設定すべきと考える。ただし本実験では $\sin^2\psi$ の範囲を0から最大 $\sin^2\psi$ 値まで、0.1ごとに設定しており、最大 $\sin^2\psi$ 値が大きくなるほど、X線入射角点数が多くなるので最大 $\sin^2\psi$ 値の影響だけでなく、入射角点数の影響も含まれている。

3.3.4 応力測定条件の総括

以上の残留応力と測定時間に影響を及ぼすと考えられる3つの測定条件をまとめる。本実験に供したSP試験片（残留応力値約 -640MPa ）において、平均測定誤差 $\Delta\sigma$ をFe粉末と同じ値の $\pm 10\text{MPa}$ と設定すると以下の条件が適切である。

- ・ 回折強度曲線のピーク計数値は1000カウント以上。
- ・ $\sin^2\psi$ の設定範囲は、最小 $\sin^2\psi$ 値=0より最大 $\sin^2\psi$ 値は0.5以上。
- ・ X線入射角点数は5点以上で、 $\sin^2\psi$ のステップ $\Delta\sin^2\psi$ は等間隔。

この3つの条件を基にSP試験片のRRT測定結果を整理しなおした。Tables 3～5にSP試験片の平均残留応力値と平均測定誤差の整理結果を示す。いずれも表中の左側は各条件を満たさない場合の結果で右側が条件を満たす場合の結果である。いずれの場合も条件を満たす測定結果の平均測定誤差は減少している。ここでの平均測定誤差とは、測定された残留応力値の68.3%信頼限界の平均値である。

日本材料学会「X線応力測定法標準」¹⁾では、「測定における $\sin^2\psi$ の範囲は0～0.6まで $\sin^2\psi$ を等間隔に5点以上設定。回

Fig. 5 Effect of maximum value of $\sin^2\psi$ range on residual stress and its error.

折強度曲線のピーク計数値は1000カウント以上」と記述しているが、この条件がSPばねについても適切であることをはじめて実験的に検証した。

4. ショットピーニング処理された丸棒の残留応力測定

ばね関連企業に行ったX線応力測定の実態調査結果 (Fig. 1 参照) から、コイルばねや弁ばねの残留応力測定の頻度が比較的多いことが明らかとなっている。

一方、ショットピーニングに関するJIS-B2711の付属書「残留応力の測定方法」²⁾でも測定表面が湾曲している場合の対処法が規定されている。しかし、その内容は「平面と見なせる程度の面積を残してマスキングする」との表現のみで、極めて曖昧である。

そこで、第2回RRTとして、コイルばねや弁ばねに使用されるばね鋼丸棒試験片の残留応力測定を行い、残留応力値におよぼす素線径とコリメータ径 (X線照射面積) の関係、マスキング (X線照射面の制限) の影響、応力算出のための $\sin^2\psi$ 範囲の検討を行った。

Table 3 The classification of RRT results by peak intensity of diffraction profile.

Item (SP)	Peak counts $I_p < 1000$	Peak counts $I_p \geq 1000$
Average of residual stress	-653 MPa	-649 MPa
Stress error	± 41.6 MPa	± 36.3 MPa

Table 4 The classification of RRT results by number of X-ray incident angle.

Item (SP)	Number of $\psi < 5$	Number of $\psi \geq 5$
Average of residual stress	-626 MPa	-648 MPa
Stress error	± 41.3 MPa	± 25.8 MPa

Table 5 The classification of RRT results by maximum $\sin^2\psi$ value.

Item (SP)	Maximum $\sin^2\psi$ value < 0.5	Maximum $\sin^2\psi$ value ≥ 0.5
Average of residual stress	-657 MPa	-643 MPa
Stress error	± 43.9 MPa	± 27.4 MPa

Table 6 Shot peening conditions of round-bar samples.

Sample	a	A	b	B	c	C	d	D
Steel	SWOSC-V	SUP7	SWOSC-V	SUP7	SWOSC-V	SUP7	SWOSC-V	SUP7
Diameter (mm)	$\phi 3.5$	$\phi 11.1$	$\phi 3.5$	$\phi 11.1$	$\phi 3.5$	$\phi 11.1$	$\phi 3.5$	$\phi 11.1$
Hardness of shot	HV 400-500		HV 550-650		HV 700-800		HV 550-650	
Size of shot (mm)	0.1		0.8		0.05		0.8	
Air Pressure (MPa)	0.2		0.2		0.2		0.2	
Coverage (%)	200		200		200		1000	
Arc height (mmA)	0.187		0.455		0.162		0.582	

4.1 供試材及び試験片

本実験に供した材料は、弁ばね用OT線 SWOSC-V ($\phi 3.5$)、懸架ばね用OT線 SUP7 ($\phi 11.1$) である。この材料にショットピーニングを施工し、深さ方向の残留応力分布が異なる試験片を準備した。供試材料及びショットピーニング条件の相違による試験片の種類をTable 6に示す。試験片a・A、b・Bは、一般的にばねに使用されるショットサイズを用いて処理した。また、試験片c・Cについては、より小さなショットサイズを用いた条件であり、試験片d・Dは、条件b・Bよりカバレッジを大きくしたものである。ショットピーニング処理の概略図をFig. 6に示す。試験片を回転させ、直圧式ショットピーニングマシンにて全周に投射した。

X線応力測定の条件は、第3章に記述した平板の残留応力 (第1回RRT) の検討結果を基準として、測定条件に制限を設けた。Table 7にX線測定条件を示す。

測定試験片は各3個製作し、参加機関は委員会メンバー9機関にて実施した。なお、試験片については同条件でショットピーニングを施工していることから、試験片間の差はないものとし、データを整理した。

4.2 素線径とコリメータ径の関係

残留応力測定には試験片b・Bを用いた。照射寸法は $\phi 0.5$ 、 $\phi 1.0$ 、 $\phi 2.0$ 、 $\phi 4.0$ (試験片Bのみ) のコリメータを使用し、 $\sin^2\psi$ 範囲は0~0.60 (等間隔に $\Delta\sin^2\psi=0.12$ おきに入射点数6点) とした。

Fig. 6 Schema of shot peening.

Table 7 Conditions of X-ray stress measurement for round bar.

Characteristic X-ray (Filter)	Cr-K α (V filter)
Diffraction	$\alpha\text{Fe } 211$ ($2\theta_0 = 156.4^\circ$)
Detector (MCA)	PSPC (>512 Channels)
Measuring method	Iso-inclination method
Tube voltage, current	30 ± 10 kV, $10 \sim 40$ mA
$\sin^2\psi$ range, (even step)	0–0.60, ($\Delta\sin^2\psi=0.12$, 6 points)
Peak counts	> 1000 counts
Peak determination	FWHM middle point method
Diffraction profile treatment	Non Smoothing, Non oscillation
Measuring direction	Axial, 45 deg along axial, Hoop
X-ray stress constant	$K = -318$ MPa/deg

測定結果をFig. 7に示す。図中のマークは平均残留応力値で、縦方向の線分は測定された最大、最小の残留応力範囲を示している。X線照射面積の増加にともない、圧縮残留応力値が低下する傾向がある。特にこの傾向が顕著に認められたのは線径の小さい試験片bである。また、測定方向については、長手方向<45°方向<周方向の順に圧縮残留応力値の低下が大きくなった。本結果より、丸棒の残留応力を測定する際には、照射面積と線径の影響だけでなく、測定方向にも配慮が必要であることが判った。

小栗らは正方形のX線照射面寸法 2ζ と線径 2ρ の比 (ζ/ρ) と測定応力値/実残留応力値の比 ($\sigma_{\text{measured}}/\sigma_{\text{actual}}$) の関係を検討している⁴⁾。小栗らの研究と同様に、本実験で得られた結果をコリメータ径 2ζ /線径 2ρ の比と測定応力値/実残

留応力値比で整理した。ただし、実残留応力は最小コリメータ径 ($\phi 0.5$) で得られた応力値とした。結果をFig. 8に示す。本委員会の結果は、小栗がX線侵入深さやX線光学系を考慮して解析した式と良く一致している。したがって、コリメータ径と線径の比 (ζ/ρ) が20%以下であれば、実在する残留応力値との差が10%以下になることを確認した。

4.3 マスキングの影響

マスキングの影響を検討するため、試験片b・Bの残留応力測定を行った。測定には、 $\phi 1.0$ のコリメータを使用し、マスキングはビニールテープを使用して $\square 1\text{mm}$ とした。その他の測定条件はTable 7と同様である。

測定結果をFig. 9に示す。また測定された残留応力の平均値をTable 8に示す。マスキングありでは、マスキングなし

Fig. 7 Relation between residual stress and collimator diameter.

Fig. 8 Relation between normalized residual stress and normalized irradiation size.

Fig. 9 Effect of X-ray irradiation mask on residual stresses.

に比べて平均圧縮残留応力値が30～100MPa程度高い値を示した。その傾向は、線径の小さい弁ばね材のほうが顕著であった。この原因は、コリメータの場合にX線入射角 ψ を大きくしていくと、X線照射面の形状が長軸方向に伸びた楕円となり、回折に寄与する結晶が多くなることにある。したがって、 ψ 角ごとに照射面積が異なることとなり、照射面内の表面応力が大きく変化したり、表面に曲率があるような場合は、応力測定原理上からも好ましくなく、測定応力値の信頼度が低下することは明らかである。

一方、マスキングを行った場合には、一測定内において、 ψ 角に関わらず照射面積は常に一定であり、得られる応力値は照射面内の平均値として評価することができる。

以上のことから、コイルばねや弁ばねのような表面に曲率を有する試料に実在する残留応力値を測定するためには、マスキングを行うことが重要な条件となる。

4.4 応力算出のための $\sin^2\psi$ 範囲の影響

Table 6に示したすべての試験片の残留応力測定を行った。測定条件はTable 7に準じたが、 $\phi 1.0$ のコリメータを用い、 $\sin^2\psi$ 範囲に関しては $0 \sim 0.65$ ($\Delta \sin^2\psi = 0.05$ 、入射角14点)とした。Fig. 10に $\sin^2\psi$ 線図の一例を示す。試験片a・A、c・Cのすべての $\sin^2\psi$ 線図で、この図と同様に $\sin^2\psi$ 線図が非直線となることが認められた。また、 $\sin^2\psi$ 線図には測定方向特有の傾向があることも確認された。いずれも $\sin^2\psi = 0 \sim 0.3$ の範囲に特徴が認められ、長手方向では上に凸、周方向では下に凸、45度方向についてはその中間の形状となっている。

一方、試験片b・B、d・Dについては $\sin^2\psi$ 線図が湾曲するような傾向は見られなかった。

本委員会では応力算出のための $\sin^2\psi$ 範囲の影響を調べる目的で、応力の算出を $\sin^2\psi$ 範囲で $0 \sim 0.3$ 、 $0.3 \sim 0.6$ 、 $0 \sim 0.65$ と3条件に分けて比較検討を行い、すでに報告を行った⁵⁾。

しかし、Fig. 10のように明確な湾曲を有する $\sin^2\psi$ 線図に対して、例えば $\sin^2\psi$ 範囲を区分し $\sin^2\psi$ 法による応力算出(直線回帰)をしても、得られる応力値の評価は意味をもたない。本来は $\sin^2\psi$ 線図が湾曲した原因を明確にした上で、それぞれの原因に応じた残留応力の測定法を適用する必要がある。

一般的に $\sin^2\psi$ 線図が湾曲する原因は、(1) 表面下のX線侵入深さ内に等二軸で急峻な応力勾配を有する場合⁶⁾、(2) 表面下のX線侵入深さ内に深さ方向のせん断応力成分を有する三軸応力状態の場合(例えば研削などの有方向性加工)⁷⁾、あるいは(3) 集合組織を有する場合⁸⁾ などがある。

4.5 $\sin^2\psi$ 線図の非直線性について

第2回RRTでは、小さなショット径のピーニングの場合(試験片a・A、c・C)に、 $\sin^2\psi$ 線図の非直線性が現れることがわかった。

そこで、その原因を明らかに、このような場合にどのような残留応力解析を行わなければならないのかについて検討した。

4.5.1 実験方法

X線応力測定は本委員会メンバーの4機関で実施した。実験は第2回RRTと同じ試験片を用いた。X線測定条件は4.4節と同条件とした。なお、本実験の測定方向は長手(軸)方向のみとした。

ショットピーニング後の深さ方向の $\sin^2\psi$ 線図の変化を調査する目的で、試験片表面を $5 \sim 30 \mu\text{m}$ まで $5 \mu\text{m}$ おきに化学

Table 8 Average residual stresses measured with and without X-ray mask.

Item	Sample b			Sample B		
Stress direction	Axial	Hoop	45°	Axial	Hoop	45°
Stress with mask (MPa)	-624	-538	-582	-650	-574	-623
Stress without mask (MPa)	-591	-435	-521	-624	-549	-586

Fig. 10 2θ - $\sin^2\psi$ diagrams in various measuring directions.

研磨または電解研磨を行い、 $\sin^2\psi$ 線図の形態を観察した。

測定データは $\sin^2\psi$ 線図とX線計数率- $\sin^2\psi$ 線図（以後計数率線図と呼ぶ）を求めた。ただし計数率はピーク計数値（ I_p counts）を計数時間（ t sec）で除した値（cps）とした。

4.5.2 深さ方向の $\sin^2\psi$ 線図の変化

結果の一例としてFig. 11, Fig. 12にそれぞれ試験片B, 試験片Aの $\sin^2\psi$ 線図, 計数率線図を示す。

Fig. 11に示した試験片Bの $\sin^2\psi$ 線図は電解研磨深さに関係なく $\sin^2\psi$ に対してほぼ直線となっており, 計数率線図は $\sin^2\psi$ の増加に伴い単調減少している。

$\sin^2\psi$ 法による応力測定が可能な試料の条件は, ランダム配向（等方）された多結晶体で, 任意な ψ 角においてX線照射面積内に回折に寄与する十分な数の結晶粒が均一に存在（均質）することが挙げられる。そしてX線侵入深さ内で平面応力状態が成立し, 急峻な応力変化⁶⁾が存在しないとき, $\sin^2\psi$ 線図は直線となる。

またあらゆる ψ 角において, 回折に寄与する結晶粒が均一に存在する場合, 本来 ψ 角に依存せず回折X線の強度は等しくなる。しかし回折X線の強度が等しくても, ψ 角が大きくなるにしたがい, 試料表面から材料内を通過するX線光路長

（入射X線及び回折X線の通過距離）が長くなり, 材料へのX線吸収が大きくなる。結果として ψ 角が大きくなるにしたがい計数率（回折X線強度）は減少する。すなわち $\sin^2\psi$ 法による応力測定が可能な場合の計数率線図は $\sin^2\psi$ 値の増加に伴い計数率は漸減する状態を呈する。

改めて, Fig. 11に示した試験片Bの計数率線図及び $\sin^2\psi$ 線図から判断して, 試験片Bは無秩序に配向された結晶状態で, X線侵入深さ内で平面応力状態かつ応力変化がなく, $\sin^2\psi$ 法による応力算出が健全に行えると判断できる。

しかし, Fig. 12に示した試験片Aの計数率線図は表面から $15\mu\text{m}$ の深さまでうねりを有する状態となっている。したがって試験片Aは $\sin^2\psi$ 法による応力算出が行える結晶状態ではなく, この影響で表面から $15\mu\text{m}$ の深さまでの $\sin^2\psi$ 線図は直線となっていないものと推察される。

4.5.3 組織観察

Fig. 12で示したように試験片Aの表面から深さ $15\mu\text{m}$ までは, 計数率線図から判断して, $\sin^2\psi$ 法が適用できる状態ではない。

そこで試験片Aの断面観察を行った。Fig. 13に試験片Aの組織写真を示す。この写真から最表面に白層が確認された。その厚さは $20\sim 30\mu\text{m}$ 程度であるが, 全表面を覆っているわけではなかった。ショットピーニングに代表される強ひずみを導入できる加工により, 鉄鋼材料に白層と呼ばれるナノ結晶層が生成されることは梅本らが報告⁹⁾している。また, ショットピーニングにより, ばね材に発生する白層の疲労強度に対する影響は間野らが報告¹⁰⁾しており, 残留応力の測定も行っているが, $\sin^2\psi$ 線図での非直線性については言及していない。

Table 9に今回の測定で得られた $\sin^2\psi$ 線図の直線性の喪失, 計数率線図のうねりの存在と断面観察による白層の有無をまとめる。この表からショットピーニング条件としては, 粒径の小さなショットを使用した条件（試験片a・A, c・C）において白層が生成していることがわかる。

白層の厚さと $\sin^2\psi$ 線図の直線性が回復する深さがほぼ一致することから, 表面における白層の存在が $\sin^2\psi$ 線図及び計数率線図の形状に影響を与えていると推察できる。

特性X線CrK α で $\alpha\text{Fe}211$ 回折を測定する場合のX線侵入深さは $\sin^2\psi=0\sim 0.65$ でほぼ $5.5\mu\text{m}\sim 4.5\mu\text{m}$ であり, その侵入

Fig. 11 Shape change of 2θ - $\sin^2\psi$ and count rate- $\sin^2\psi$ diagrams in depth direction.

Fig. 12 Shape change of 2θ - $\sin^2\psi$ and count rate- $\sin^2\psi$ diagrams in depth direction.

Fig. 13 Microphotograph of cross section in the shot peened surface of Sample A.

Table 9 Shape of 2θ - $\sin^2\psi$ and count rate- $\sin^2\psi$ diagrams and existence of white layer.

Sample	$\sin^2\psi$ diagram	Count rate diagram	White layer	Sample	$\sin^2\psi$ diagram	Count rate diagram	White layer
a	Nonlinear	Bumpy	Detected	c	Nonlinear	Bumpy	Detected
A	Nonlinear	Bumpy	Detected	C	Nonlinear	Bumpy	Detected
b	Linear	Decrescent	None	d	Linear	Decrescent	None
B	Linear	Decrescent	None	D	Linear	Decrescent	None

Fig. 14 Pole figure of α Fe 211 on the Sample A by using Co $K\alpha$ radiation.

深さ内に白層が存在する場合は白層の回折強度曲線を測定していることとなる。改めて試験片表面近傍の計数率線図の形状 (Fig. 12を参照) を観察すると, $\sin^2\psi$ 値が0.5以上で計数率が上昇する傾向が確認できる。ある特定の ψ 角で計数率が大きくなる現象は, 測定回折面がその特定の ψ 角で特に多く存在することを意味する。したがって白層の結晶状態はランダム配向されてなく, 集合組織となっている可能性が充分考えられる。

そこで, 試験片Aの表面の極点図を特性X線Co $K\alpha$ 線で測定した。Fig. 14にその結果を示す。また丸棒試験片の座標系をFig. 15に示す。Fig. 15の $\phi=0^\circ$, 180° は丸棒の軸方向を表し, $\phi=90^\circ$, 270° は周方向を示す。

ショットピーニングした丸棒の軸方向には α Fe211回折による回折強度が大きな領域が存在する。 $\phi=0^\circ$, 180° 軸上で大きな211回折強度を示す ψ 角の範囲は $\psi=4.2\sim12.3^\circ$ 及び $\psi=51.2\sim61.2^\circ$ である。通常, 立方晶の(111)面を中心とする標準ステレオ投影図において, 無ひずみの211回折は(111)面と(211)面の面間角 $\psi=19.5^\circ$, 61.9° に現れる。Fig. 14に示した試験片Aは表面に大きなひずみを有しているので ψ 角がシフトすることを考慮すると, 試験片Aの軸方向上の表面には, 表面法線方向に(111)面が存在する集合組織となっていることが充分推定できる。

一方, $\phi=90^\circ$, 270° の周方向の軸上には大きな211回折強度を示す ψ 角は存在しない。

そこでFig. 15に示した ψ_+ 角と ψ_- 角の両方向でそれぞれX

Fig. 15 The layout of coordinate system for round bar.

線を入射させて, 軸方向 $\phi=0^\circ$ (ψ_+ 角方向), $\phi=180^\circ$ (ψ_- 角) の $\sin^2\psi$ 線図, 計数率線図を測定した。また周方向 $\phi=90^\circ$ (ψ_+ 角方向), $\phi=270^\circ$ (ψ_- 角方向) についても同様に設定して測定した。

Fig. 16に軸方向の測定結果を示す。 $\sin^2\psi$ 線図には ψ_+ 角と ψ_- 角の設定にかかわらず $\sin^2\psi$ が0.3よりも小さい範囲で明瞭に上に凸の形状を示しており, Fig. 12で観察された $\sin^2\psi$ 線図の湾曲は集合組織のために現れた現象であることが明らかとなった。また計数率線図では $\sin^2\psi$ が0.1及び0.75近傍でそれぞれ計数率のピークがある。これはFig. 14の極点図の軸方向上の回折強度分布を示している。

したがって軸方向の残留応力を求めるとき, すべての $\sin^2\psi$ 値における回折角 2θ を用いて応力を算出する $\sin^2\psi$ 法の適用はできない。このような場合は, 単一の集合組織に属する2点の ψ 角での2点の回折角 2θ から求めた傾きから残留応力を決定する必要がある。具体的な方法は, Fig. 16に示した計数率線図で $\psi=19.5^\circ$ ($\sin^2\psi=0.11$) 近傍及び $\psi=61.9^\circ$ ($\sin^2\psi=0.78$) 近傍において, 計数率が極大となる $\sin^2\psi$ 値を正確に求める。そして, その $\sin^2\psi$ 値における2点の回折角 2θ から傾きを求め, 応力を算出しなければならない⁸⁾。

一方, 周方向の $\sin^2\psi$ 線図と計数率線図をFig. 17に示す。 $\phi=270^\circ$ (ψ_- 角) 方向の計数率線図には若干集合組織の影響が出ているが, その程度は少ない。そして, $\sin^2\psi$ 線図をみると, X線入射角設定方向 (ψ_+ 角と ψ_- 角) の違いで, $\sin^2\psi$ 線図が明瞭に分離している。この現象は“ ψ スプリット”と

Fig. 16 2θ - $\sin^2\psi$ and count rate- $\sin^2\psi$ diagrams of sample A in the axial direction. Fig. 17 2θ - $\sin^2\psi$ and count rate- $\sin^2\psi$ diagrams of sample A in the hoop direction.

呼ばれ、方向性を持った加工によりX線侵入深さ内に深さ方向のせん断応力成分を有する三軸応力状態になっていることを意味する。

Fig. 17のように $\sin^2\psi$ 線図に ψ スプリットが現れる場合、周方向の残留応力を $\sin^2\psi$ 法により応力算出を行うと、X線入射方向 (ψ_+ 角, ψ_- 角)の違いによって得られる残留応力値が異なることが懸念される。

本来、 ψ スプリットが起っている場合は三軸応力解析 ($\phi = 0^\circ \sim 315^\circ$, $\Delta\phi = 45^\circ$ おきに回折強度曲線の測定が必要) 例えば⁷⁾を行い、すべての応力成分を求めた上で、周方向応力を知ることができる。しかし例えば試験片Aの三軸応力解析を想定すると、軸方向 ($\phi = 0^\circ$, $\phi = 180^\circ$)に集合組織が存在するので、健全な回折強度曲線が測定できず三軸応力解析は不可能である。今回の試験片Aのような結晶状態の応力測定は現状では困難であり、今後の重要な課題である。

以上のことから、コイルばねや弁ばねのように測定表面が曲率を有する場合の残留応力測定では、ショットピーニング施工方法・条件によっては、試料表面は複雑な結晶状態 (集合組織) や複雑な応力状態 (ψ スプリットあるいはX線侵入深さ内に急峻な応力勾配が存在) になっている可能性がある。

したがって、ルーチンワークとしての残留応力測定を行う事前作業として、計数率線図が漸減しているかどうか (Fig. 11のようであること)、またX線入射方向 (ψ_+ 角, ψ_- 角)を換えて $\sin^2\psi$ 線図を測定し ψ スプリットが存在しない (Fig. 17の $\sin^2\psi$ 線図のようでない) ことを観察した上で、はじめて $\sin^2\psi$ 法による応力測定法の適用が行えることを確認する必要がある。

4.6 丸棒の残留応力測定法のまとめ

コイルばねや弁ばねを想定して、丸棒のX線応力測定方法を検討した。

X線コリメータ径を素線径の20%以下にすることで、実在する残留応力値との差を10%以下にできることがわかった。さらに、真値に近い残留応力値を測定するためには、限定されたX線照射面からの回折X線を測定することが測定原理上からも望ましく、測定領域にマスキングをすることが必要である。

丸棒にショットピーニングを行うと、その条件によっては $\sin^2\psi$ 線図に非直線性が現れ、かつ計数率線図もうねりを持つことがわかった。本実験でこれに該当した試験片は、軸方向に集合組織が存在し、また周方向の応力状態が三軸状態となっていることがわかった。

コイルばねや弁ばねのように測定表面が曲率を有する場

合、品質管理などの目的で行う通常の $\sin^2\psi$ 法による残留応力測定を行う事前作業として、計数率線図が漸減しているかどうか、また $\sin^2\psi$ 線図から ψ スプリットや湾曲が存在しないことを確認することが必要である。

5. $\sin^2\psi$ 線図における非直線度の評価

従来の $\sin^2\psi$ 法の応力測定における $\sin^2\psi$ 線図の評価は単にその直線性とその傾きの誤差を把握するのみであった。

しかし、4章で示したように、 $\sin^2\psi$ 線図はショットピーニング条件によっては非直線状態となり、非直線度を示すパラメータによる評価が要望される。

本章では、まず $\sin^2\psi$ 線図の回帰直線の不確かさを分析する量として、曲がりやうねりの評価を行うことを提案した。そしてX線侵入深さ内の応力状態に起因する $\sin^2\psi$ 線図の曲がりやうねりがどの程度であれば、 $\sin^2\psi$ 法で求めた応力値で問題がないかどうかについて検討した。

5.1 $\sin^2\psi$ 線図の曲がり度とうねり度の統計学的評価

5.1.1 $\sin^2\psi$ 法による応力値の不確かさ

$\sin^2\psi$ 法による残留応力測定値に対する不確かさの考え方には、いろいろなものがある。おもなものを挙げると、次の4つがある。

- ① 総合誤差：同一ロットの材料中で、試料、測定法、測定機関、機器の不同を含む値のばらつき、
General uncertainty
- ② 一般誤差：個別の単一の測定で、 $\sin^2\psi$ 線図上の回帰直線に対するデータのばらつき、*Residual error*
- ③ 勾配誤差：一般誤差のうち、回帰直線の勾配についての不確かさ、*Slope uncertainty*
- ④ 非直線度：勾配誤差のうち、回帰直線に対する曲がりやうねり等の系統的な非直線性の度合い、
Non-linearity

まず、一般の技術者からは最も自然な発想である①の総合誤差は、同一ロットの複数試料を複数機関が各自の手法で測定したときのばらつきで、試料調製上の問題や測定方法の不同も含む総合的な誤差である。第3章で述べたショットピーニングを施したばね鋼SUP 9平板試験片については、具体的な測定方法を特に規制せずに18機関が22装置により各6回ずつの繰返し測定を行ったところ、平均643MPa、誤差6%以下という値が得られている。これは、確率的に明らかな異常値を示した1装置のデータを除外した残りについての標準誤差の値である。

一方、測定技術者が重視する③の勾配誤差は、日本材料学会が定めている特性値で、 $\sin^2\psi$ 線図における回帰直線勾配の標準誤差を意味する。ただし同学会では、これにX線応力定数を掛けて応力単位で表示し、68.3%信頼限界値と称している。2005年に制定されたJIS B 2711ショットピーニング規格でもこの考え方を踏襲しているが、結果は相対値として%単位で表示する点が異なる。なお本章で後に触れるように、③の勾配誤差は②の一般誤差と同等の特性値であり、かつそれよりはやや大き目の値である。

さらに、測定技術者の要求として、データのばらつきが回帰直線に対し、どのように系統的な曲がりをもつか、または、うねりがあるか、といった④の非直線度を把握したいというニーズがある。それは一般誤差や勾配誤差の原因を分析する上で、有用である可能性があるからである。

回帰直線の妥当性は、一般に決定係数 *Coefficient of determination*, R^2 をもって評価する。ここでは、非直線度を R^2 により数量として表現する方法を提案する。

5.1.2 一般誤差と勾配誤差

$x_i = \sin^2\psi_i$, $y_i = 2\theta_i$ とおく。ただし $i=1, 2, \dots, n$ で、 n は一測定におけるX線入射角 ψ の数とする。 y の単位は角度(deg)であるから、測定面の性状によっては ψ 角の精度それ自身が誤差の要因になる可能性があるが、ここではこの問題は取り上げない。 $\sin^2\psi$ 法による応力測定では、 y の x に対する回帰直線を求めるが、その際の回帰モデルは次のように書ける。 $\bar{x}$ と $\bar{y}$ はそれぞれ x と y の平均値で、 M は勾配(deg)である。

$$y = M(x - \bar{x}) + \bar{y} \quad \dots\dots\dots (3)$$

x , y の平方和 SSX と SSY , 積和 SXY は、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} SSX &= \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \\ SSY &= \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \\ SXY &= \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

これから回帰直線の勾配 M が式(5)のように求まる。

$$M = \frac{SXY}{SSX} \quad \dots\dots\dots (5)$$

この値を式(3)に入れると、各 x_i に対する y の予測値 $\hat{y}_i$ が求まるので、これから次式(6)のように回帰の残差平方和 SSR が得られる。

$$SSR = \sum_{i=0}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad \dots\dots\dots (6)$$

以上から、決定係数 R^2 、一般誤差 ϵ 、勾配誤差 η が求められる。これらは、いずれも無名数である。 ν は R^2 の自由度で、この場合は1次回帰であるから $\nu = n - 2$ である。

$$R^2 = \frac{SSY - SSR}{SSY} = 1 - \frac{SSR}{SSY} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\epsilon = \sqrt{\frac{1}{\nu}(1 - R^2)} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\eta = \sqrt{\frac{1}{\nu} \left(\frac{1 - R^2}{R^2} \right)} = \frac{\epsilon}{|R|} \quad \dots\dots\dots (9)$$

なお式(4)の第2式と式(6)を比べると、 $\bar{y}$ は一定値であるが $\hat{y}$ は x に対応して変わる y の推定値であるから、明らか

に $SSY > SSR$ であり, $R^2 < 1$ である. 従って, 必然的に $\eta > \varepsilon$ である. なお, 式 (8) 根号内の $1 - R^2$ は, 未決定係数とも呼ぶべき値で, 回帰により決定できなかった残差の割合を表している.

η は勾配 M の分散から求めているが, その過程を参考のため示しておく以下のようなものである.

$$Var(M) = \frac{1}{SSX^2} Var(SXY) = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{SSX^2} Var(y - \bar{y}) = \frac{\sigma^2}{SSX}$$

これを平方に開き M に対する相対値で表すと, 次のようになる. ただし次式への展開では, σ^2 の推定値として SSR/ν を用いている. この最終式中にある $SSX \cdot SSY/SXY^2$ は $1/R^2$ と等しいから, その結果, 式 (9) が導出される.

$$\eta = \frac{SSX}{SXY} \sqrt{\frac{\sigma^2}{SSX}} = \sqrt{\frac{1}{\nu} \cdot \frac{SSX \cdot SSR}{SXY^2}} = \sqrt{\frac{1}{\nu} \cdot \frac{SSX \cdot SSY (1 - R^2)}{SXY^2}}$$

5.1.3 非直線性

Fig. 18は, $n=7$ のある仮想データに対する多項式回帰の結果を示している. 1次回帰では, 結果の直線に対し両端のデータが上に, 中央のデータが下に外れていて, 下に凸の曲がりをする系統的誤差がある. 曲がりとは2次回帰結果の破線により表され, 3次回帰結果の1点鎖線によりうねりが表されている.

Fig. 19は, この仮想データについて, 一般誤差 ε と回帰次数 j の関係をみたもので, このデータでは3次のときに誤差 ε が最小となり, それ以上の次数では自由度 $\nu = n - 1 - j$ の減少のため逆に誤差が増加している.

Fig. 18 Non-linearities for an imaginary data. Subscript in equations represent the order of polynomial regression analyses, with coefficient of determination R^2 .

5.1.4 検討

5.1.4.1 回帰次数の決定

多項式回帰の場合, 回帰モデルの次数を上げることによる誤差の改善が確率的に有意かどうかは, 次数を増すことによる残差平方和 SSR の減少分に注目して, F 検定により判定することができる. Fig. 18の R^2 値を元に分散分析表を作ると, Table 10のようになる. R^2 の下添え字は回帰式の次数 j を表す.

観測した分散比 $F(j)$ は, 例えば1次回帰の場合, 回帰後の分散は SSR を自由度で割った $(1 - R_1^2) SSY/5$ で, 減少分は $R_1^2 SSY$ である. 従って1次回帰による観測分散比 $F(1)$ としては, 後者の前者に対する比を考えればよい. ここでは信頼水準95%として, F 値の下側5%点と比較して判定する. 他のケースも考えると, 以下のような各式が得られる.

$$F(1) = \frac{5R_1^2}{1 - R_1^2} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$F(2|1) = \frac{4(R_2^2 - R_1^2)}{1 - R_2^2} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$F(3|2) = \frac{3(R_3^2 - R_2^2)}{1 - R_3^2} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$F(3|1) = \frac{3(R_3^2 - R_1^2)}{1 - R_3^2} \quad \dots\dots\dots (13)$$

Fig. 19 Change in the residual error according to the order of regression polynomials in case of the imaginary data.

Table 10 Analysis of variance table for the improvement of residuals, SSR , by increasing the order of regression polynomials. Equations $F(j)$ are to be found in the text.

Order, j	Coefficient of determination, R^2	Residuals, SSR	Degree of freedom ν	Improvement in SSR	Observed variance ratio, $F(j)$	5 % point of F	Judgement
1	$R_1^2=0.9198$	$(1 - R_1^2)SSY$	5	$R_1^2 SSY$	$F(1) = 57.35^*$	$F_{1,5} = 6.61$	Significant
2	$R_2^2=0.9817$	$(1 - R_2^2)SSY$	4	$(R_2^2 - R_1^2)SSY$	$F(2 1) = 13.52^*$	$F_{1,4} = 7.71$	Significant
3	$R_3^2=0.9898$	$(1 - R_3^2)SSY$	3	$(R_3^2 - R_2^2)SSY$	$F(3 2) = 2.37$	$F_{1,3} = 10.13$	Not significant

ここでは次数を順次増加したときのSSRの減少分に着目したが、これは例えば3次式に見られるうねりは、2次の放物線上にのったものと捉えたことになるので、2次回帰後の3次回帰結果として、式(12)のように観測F値は $F(3|2)$ と表記した。なお、 $F(3|2)$ などの表記中、3|2は2を前提とした3という意味で、縦棒|の後に前提を示す一般的な表現である。

これに対し R_1^2 から R_2^2 への改善が小さく、 $F(2|1)$ が有意とならない場合にも、うねりを1次の直線上にのったものと捉えらるかどうか、という問題もある。そのような場合には、式(13)のように、直接 $F(3|1)$ を評価すればよい。なお式(10)～(13)は、いずれも測定 ψ 角数が7の場合であるから、注意を要する。

Table 10によると、回帰は1次式については観測F値の57.35に対しFの5%点は6.61であるから強く有意であり、 x^2 の項を追加して2次式にすることも有意と言えるが、 x^3 の項を追加することは有意とは言えないことがわかる。

なお、このような分析は4次以上の高次回帰についても可能であるが、現時点でX線応力測定における誤差の検討に必要とは考えにくいので、回帰モデルは1～3次の範囲に留めることが妥当である。

5.1.4.2 曲がり度とうねり度

前述のF検定を経て、確率論的に有意と判定された曲がりやうねりについては、その程度を数量として表すことが望まれる。例えばFig. 19のように、仮想データにおける当初の直線回帰後の一般誤差は $\epsilon=0.127$ であったが、2次回帰後には0.068に減少している。この差が曲がりの寄与分である。

曲がりを考慮することによる決定係数の改善は、2次回帰の決定係数 R_2^2 と1次回帰の決定係数 R_1^2 の差を、当初の未決定係数 $1-R_1^2$ に対する比 C_B として、式(14)のように表すことができる。これを曲がり度Bowlingと呼ぶことにする。仮想データについては $C_B=0.77$ で、当初の一般誤差の過半が曲がりによるものであったことがわかる。

$$C_B = \frac{R_2^2 - R_1^2}{1 - R_1^2} \dots\dots\dots (14)$$

Fig. 20 F value at 5% confidence limit increases rapidly for smaller degrees of freedom. Suggesting at least 3 is needed to analyze the bowing ($n=6$), and 4 to analyze the waving ($n=7$).

同様に、2次から3次への次数増加による改善分 C_{WB} は、うねり度Wavingと呼ぶことができ、式(15)で表される。

$$C_{WB} = \frac{R_3^2 - R_2^2}{1 - R_1^2} \dots\dots\dots (15)$$

仮想データについてはTable 10で有意でないと判定されたが、事実 $C_{WB}=0.10$ で寄与は小さい。ただし式(15)では前述のように、うねりを放物線に対し評価しているので、分子は $R_3^2 - R_2^2$ としている。詳細に言えば、評価量は曲がり(B)除去後のうねり(W)で、Cの下添え字WBはそのことを表している。

このように、この評価では次数増加による決定度の改善分を1次から2次、2次から3次というように、いわば追加的に考える。それは、確率論的に意味のない高次の解析を避けるためである。しかし、技術的にはうねりを直線に対し評価する必要も考えられる。そのときには、評価量 C_{WL} は直線成分(L)除去後のうねり(W)であり、式(16)を用いればよい。

$$C_{WL} = \frac{R_3^2 - R_1^2}{1 - R_1^2} \dots\dots\dots (16)$$

なお、うねりの中に曲がり成分があるかどうかは、グラフの目視からでは判定が困難な場合がある。疑わしいときには、 R_2^2 と R_3^2 の双方についてF検定を行うより仕方がない。ただし、データの n 数不足などからそれができないときは、低次数の解析にとどめておく方がよい。

5.1.4.3 X線入射角の数及び曲がり、うねりの簡易判定について

Table 10では、観測F値をF分布の下側5%点の値 $F_{0.05;1,\nu}$ と比較して有意性を判定した(表中では $F_{1,\nu}$ と示した)。

Fig. 20は、自由度 ν が小さくなると、判定基準とするF値

Fig. 21 Examples of 2θ - $\sin^2\psi$ diagrams having a bowing affected by the surface roughness due to abrasive paper polishing¹¹⁾.

が急激に大きくなることを示す。この値が大きいと、観測 F 値が大きくても有意になりにくいから、少なくとも $n \geq 3$ とすべきである。これは、うねりを評価できる3次回帰までを考えるなら、X線入射角 ψ の最小必要数として、少なくとも $n \geq 7$ とすべきことを意味する。しかし曲がり进行评估できればよいとして2次回帰までに止めるならば、 $n \geq 6$ でよい。

すなわち、うねりの評価までは行わない測定では、X線入射角 ψ の最小必要数は $n=6$ として十分であり、曲がりの評価も必要ない通常の測定では $n=5$ とするのが妥当と考えられる。

なお、Fig. 20は観測 F 値が確率論的に有意かどうかの簡易判定にも使用できる。つまり、測定時の n 数に対応する $F_{0.05}$ の概略値をFig. 20から読んでおき、それより明らかに小さな観測 F 値の場合は有意でないとして評価を打切ればよいのである。

5.1.4.4 適用例

Fig. 21は、4点曲げ試験片の表面をエメリー紙で研磨した

Fig. 22 2θ - $\sin^2\psi$ diagram for a spiral spring showing an intensive non-linearity (waving), offered by a member of the committee.

ことによる粗さの影響¹¹⁾で、 $\sin^2\psi$ 線図が湾曲している例である。この場合、研磨の方向は主応力に直角で、したがって ψ 角の傾斜方向に対して直角である。また、うねりを持つデータの例として、Fig. 22は渦巻ばねの測定結果、Fig. 23はトーションバーの測定結果の一例である。この二例は、いずれも当委員会の有志委員からデータの提供を受けた。

Figs. 21~23のデータについて、解析結果をTable 11にまとめた。 F の5%点の数値は、それぞれ $n=17, 6, 5$ に対し、2次回帰では4.60, 10.13, 18.51, 3次回帰では4.68, 18.51, 161.45であるが、前述のように $n=5$ で2次、3次の回帰を考えることには無理がある。そのような観測 F 値は、カッコつきで参考として示しておいた。

ペーパー研磨データには、いずれも有意な曲がりがあるが、うねりは $C_{W/B}$ が小さいことから問題にならない。渦巻きばねには、曲がりとは有意ではなく、直線にのったうねり $C_{W/L}$ の寄与が $n=6$ にもかかわらず有意となった。スタビライザについては3つの測定例があり、三例とも軽度の曲がりがある

Fig. 23 2θ - $\sin^2\psi$ diagram for a stabilizer showing a non-linearity (waving), offered by a member of the committee.

Table 11 Analytical results of the data in Figs. 21, 22, and 23.

	Abrasive paper #80		Abrasive paper #240		Spiral spring	Stabilizer 1	Stabilizer 2	Stabilizer 3	Committee 1st RRT
	0 MPa	150 MPa	0 MPa	150 MPa					
Sample size, n	17	17	17	17	6	5	5	5	5
Slope, M	1.742	1.259	0.956	0.951	1.397	1.725	1.801	3.176	1.661
Coeff. determ., R_1^2	0.9908	0.9858	0.9913	0.9523	0.8922	0.9551	0.9733	0.9838	0.9983
Coeff. determ., R_2^2	0.9975	0.9966	0.9961	0.9968	0.9364	0.9821	0.9858	0.9921	0.9995
Coeff. determ., R_3^2	0.9976	0.9969	0.9966	0.9970	0.9950	0.9997	0.9964	0.9957	0.9996
Residual error, ε	0.025	0.031	0.024	0.056	0.164	0.122	0.094	0.073	0.024
Slope uncertainty, η	0.025	0.031	0.024	0.058	0.174	0.125	0.096	0.074	0.024
Observed $F(2 1)$	37.52*	44.47*	17.23*	194.69*	2.08	3.02	1.76	2.10	4.80
Observed $F(3 2)$	0.54	1.26	1.91	0.87	23.44*	58.67	2.94	0.84	0.25
Observed $F(3 1)$	(36.83)	(46.55)	(20.26)	(193.70)	41.12	148.67	6.42	2.77	3.25
Bowing, C_B	0.73	0.76	0.55	0.93	(0.41)	(0.60)	(0.47)	(0.51)	(0.71)
Waving on B, $C_{W/B}$	0.01	0.02	0.06	0.00	0.54	(0.39)	(0.40)	(0.22)	(0.06)
Waving on L, $C_{W/L}$	(0.74)	(0.78)	(0.61)	(0.94)	0.95	(0.99)	(0.87)	(0.73)	(0.76)

Note: Values with * are significant on 95 % confidence basis, where $F(2|1)$ indicates the bowing on straight line and $F(3|2)$ the waving on parabolic line. The stabilizer 1 seems to have a waving on straight line, $F(3|1)$, but not counted for a lack of sample size.

るが、有意とは言えず、うねりは自由度不足のため評価できない。Table 11には本委員会RRTによる例も示したが、曲がり是有意とはいえない。これらはいずれも $n=5$ としているため、検出力が十分でなかった結果かも知れない。

また全体として、一般誤差は勾配誤差より少し小さいがほぼ同等の値で、それは式 (7) から自明である。

以上の検討結果を総合すると、 $\sin^2\psi$ 線図に有意な曲がりやうねりがあるかどうかを判定するために、回帰による決定係数 R^2 を参照することが十分有効と考えられる。特に有意な曲がりがない場合にも、うねりに関しては有意となることがあるので、データは必ずグラフに示すなど、解析には注意が必要である。さらに、本論文で述べたような曲がりを数量化するためには、X線入射角 ψ は少なくとも6点以上、うねりを検討するためには7点以上とすることが望ましい。

5.1.5 $\sin^2\psi$ 線図における非直線度評価法の提案

$\sin^2\psi$ 線図上の回帰直線の不確かさを分析する量の一つとして、曲がりやうねりの評価を行うことを提案した。今回の提案は多項式の回帰モデルを用い、不確かさは決定係数 R^2 に基づく相対値としているので、比較評価に便利である。

結論としてX線応力評価における不確かさとしては、次の諸量を用いるのがよいと考えられる。これらはいずれも相対値として無次元の数値または%で表示するのがよい。

- (1) 一般誤差：回帰直線全体の不確かさ 式 (8)
- (2) 勾配誤差：回帰直線の勾配の不確かさ 式 (9)
- (3) 曲がり度：一般誤差に占める曲がりの割合 式 (14)
- (4) 曲がり除去後のうねり度： 式 (15)
- (5) 直線に対するうねり度： 式 (16)

なお、X線応力測定における ψ 角の数としては、回帰直線の曲がりを検出するためには少なくとも6点、うねりを含めて検出するためには7点以上が望ましいと考えられる。ただしこの数は、対象物の初回測定などにおいて、その特性や調製プロセス等について検討するなどの目的で、詳細分析を行う場合に考える数である。品質管理などの目的で行う

Fig. 24 The measurement direction of residual stress σ_x observed by the $\sin^2\psi$ method in the tri-axial stress state.

通常の測定では、工業測定における費用対効果などの観点から、別途定めることは何ら差し支えない。

5.2 $\sin^2\psi$ 線図における非直線度のシミュレーション的検討

一般的に、X線侵入深さ内に深さ方向のせん断応力が存在すると $\sin^2\psi$ 線図に曲がりが見れる。また、深さ方向の σ_{33} 成分（静水圧成分）に応力勾配が存在する場合はうねりが現れる。そこで、本節では意図的に既知の応力テンソルを設定して得られる $\sin^2\psi$ 線図をシミュレーションで作成し、曲がり度、うねり度の評価を試みた。さらにどの程度の曲がり度 C_B とうねり度 C_{WL} ならば $\sin^2\psi$ 法で応力を算出しても問題はないかどうかについて検討した。

5.2.1 三軸応力状態における $\sin^2\psi$ 線図のシミュレーション

試料にせん断応力と深さ方向の応力勾配が存在することを仮定して、シミュレーションで曲がりそしてうねりを有する $\sin^2\psi$ 線図を作成した。

Fig. 24に示すように試料に対して三軸応力を仮定する。三軸応力の座標は、試料側面に平行になるように試料表面内に σ_{11} と σ_{22} をとり、試料面法線方向に σ_{33} をとる。

また深さ方向のせん断応力 σ_{13} の向きは σ_{11} に垂直な面に沿って σ_{33} 方向になる。なお、本シミュレーションでは $\sin^2\psi$ 法により測定される応力 σ_x の向きを σ_{11} 方向に取ることにする。試料としてはフェライト系鉄鋼（ αFe ）を設定した。そして、Fig. 24に示した応力座標系で、既知の応力テンソルを設定し、a) 三軸応力状態における深さ方向に一定のせん断応力 σ_{13} を有する場合と、b) 深さ方向の σ_{33} 成分の応力勾配を有する場合の2種類の $\sin^2\psi$ 線図をシミュレーションすることにより求めた¹²⁾。

せん断応力が存在する試料に対する応力モデルについては、 $\sin^2\psi$ 線図に ψ スプリットが生じる場合の曲がり度の評価を行った。

つぎに、深さ方向の応力勾配^{13), 14)}を有する $\sin^2\psi$ 線図の作成については、以下の2つの仮定をした。

- 1) 試料表面から最大X線侵入深さ $\tau_{\max}$ までの垂直応力成分 σ_{33} を、表面を0MPaとして深さに比例して階層的に圧縮残留応力が増加していく。ただし、最大X線侵入深さとは、Fig. 25に示すようにX線の入射角 α と出射角 β が等しく、X線強度が $1/e$ になる深さをいう。

Fig. 25 The peak shifts of X-ray diffractions in a specimen with the stress variation along the depth direction.

2) $\sin^2\psi$ 法の各 ψ 角で入射するX線はそれぞれのX線侵入深さの層に達してから回折し、X線が通過する途中の層からは回折しない。

深さ方向に応力勾配が存在する試料に対する応力モデルでは、Fig. 25に示したようにX線が入射する ψ 角に依存してX線侵入深さ τ が決まる。

式 (17) はX線の入射角を α 、出射角を β 、試料の線吸収係数を μ (鉄鋼を設定) としたとき、X線強度が $1/e$ になる深さ τ を示している。

$$\tau = \frac{1}{\mu} \left/ \left(\frac{1}{\sin\alpha} + \frac{1}{\sin\beta} \right) \right. \dots\dots\dots (17)$$

ここで測定する反射のブラッグ角を θ とすると、最大X線侵入深さ $\tau_{\max}$ は $\alpha=\beta=\theta$ を式 (17) に代入して、 $\tau_{\max}=\sin\theta/(2\mu)$ と表わされる。

本シミュレーションでは、深さ方向の応力 σ_{33} について、X線の最大侵入深さ $\tau_{\max}$ を5等分することにより、試料表面の応力を $\sigma_{330}=0\text{MPa}$ 、第 i ($i=1\sim5$) 層に残留する応力を $\sigma_{33i}=i/5 \cdot \sigma_{\max}$ とする。ここで、 $\sigma_{\max}$ はX線の最大侵入深さの層に残留する応力である。

本シミュレーションにより作成¹⁵⁾した $\sin^2\psi$ 線図に対して非直線度の要因の一つであるうねり度の評価に使用した。

5.2.2 単軸応力 σ_{11} にせん断応力 σ_{13} が存在する $\sin^2\psi$ 線図における曲がり度の評価

作成した $\sin^2\psi$ 線図は、 σ_{11} を -500MPa とし、せん断応力 σ_{13} は5段階の応力 (10MPa, 20MPa, 30MPa, 40MPa, 50MPa) を設定した。5段階の応力状態に対して、 $\sin^2\psi$ 法によって算出される応力 σ_x を求めた。

σ_{13} が20MPaと50MPaのときの $\sin^2\psi$ 線図の一例をFig. 26に示す。解析結果から、 $\sin^2\psi$ 法による算出応力 σ_x は、 σ_{13} が20MPaの場合、 $\sigma_x=-468\text{MPa}$ で $\sin^2\psi$ 線図の曲がり度は $C_B=0.843$ である。 σ_{13} が50MPaの場合は $\sigma_x=-417\text{MPa}$ 、曲がり度 $C_B=0.818$ となった。他の解析結果も考慮すると、試料に与えた既知の応力 $\sigma_{11}=-500\text{MPa}$ に対して $\sin^2\psi$ 法による応力 σ_x が5%以下の誤差となるのは σ_{13} が20MPa以下にな

るときで、そのときの曲がり度 C_B の値は0.843であった。一方、 σ_{13} が50MPaのときに $\sin^2\psi$ 法による応力 σ_x の誤差は17%になりとても無視できるような誤差ではなかった。

$\sigma_{11}=-500\text{MPa}$ のときの一例ではあるが、曲がり度 C_B が0.843以上であれば、あえて複雑かつ時間を要する三軸X線応力解析を行わなくても実用上問題ないと判断できる。

しかし、本シミュレーションでは $\sigma_{11}=-500\text{MPa}$ として種々のせん断応力 σ_{13} を設定したのみであり、 σ_{11} を他の値に設定したときに必ずしも「曲がり度 C_B が0.843以上であれば $\sin^2\psi$ 法による応力値が実際の値の95%以上となる」とは結論できない。

5.2.3 単軸応力 σ_{11} に深さ方向の σ_{33} 応力勾配が存在する $\sin^2\psi$ 線図におけるうねり度の評価

試料に対して深さ方向 (σ_{33}) に応力勾配が存在することを仮定し、 σ_{11} に -300MPa の圧縮応力を与えた。また、応力勾配は試料表面で 0MPa 、最大X線侵入深さで $\sigma_{33\max}=-50\text{MPa}$ 、 -100MPa 、 -150MPa 、 -180MPa 、 -200MPa の5段階の圧縮応力を設定した。 σ_{33} の応力勾配が $\sigma_{33\max}=-150\text{MPa}$ ($0\sim150\text{MPa}$)、 $\sigma_{33\max}=-200\text{MPa}$ ($0\sim200\text{MPa}$) 時に得られた $\sin^2\psi$ 線図の一例をFig. 27に示す。

まず、 σ_{33} の応力勾配を $|\sigma_{33\max}|=150\text{MPa}$ としたときに、 $\sin^2\psi$ 法による算出応力は $\sigma_x=-273\text{MPa}$ 、そのときのうねり度 $C_{W/L}=0.486$ であった。 $|\sigma_{33\max}|=200\text{MPa}$ の場合は $\sigma_x=-264\text{MPa}$ で、そのときのうねり度 $C_{W/L}=0.485$ となった。結果として見掛けは $\sin^2\psi$ 法による測定結果が実際の値の95%以上になるのはうねり度 $C_{W/L}$ が0.486以上のときであるという結論ではあるが、 $|\sigma_{33\max}|=200\text{MPa}$ の場合のうねり度 $C_{W/L}=0.485$ との明確な有意差の確認はできないと判断している。うねり度 $C_{W/L}$ を基準として $\sin^2\psi$ 法の適用が可能か否かは、今後うねり度が大きくなるような多くの応力テンソルに対する解析を蓄積した上で結論を得たい。

5.2.4 $\sin^2\psi$ 線図における非直線度のシミュレーション的検討のまとめ

三軸応力状態において既知のせん断応力あるいは深さ方向に応力勾配が存在する試料を仮定して、シミュレーショ

Fig. 26 2θ - $\sin^2\psi$ diagrams (the simulation of bowing).

Fig. 27 2θ - $\sin^2\psi$ diagrams (the simulation of waving).

ンにより $\sin^2\psi$ 線図を作成した。作成した線図に対して、 $\sin^2\psi$ 法により算出した応力と非直線度（曲がり度及びうねり度）の関係を検討することを試みた。

結果として、 $\sin^2\psi$ 線図の非直線度を数値的に評価する手法の手掛かりが得られた。今までほとんど評価されることがなかった $\sin^2\psi$ 線図の非直線度による評価方法の試みで、 $\sin^2\psi$ 法が適用できる限界を曲がり度、うねり度の臨界値で提示できる可能性は十分ある。しかし、現状では、応力モデルの設定数が少なく、かつ単軸応力 σ_{11} の系統だった応力値設定が充分ではなかった。

今後はさらに多くの応力モデルを仮定して同じシミュレーション手法で $\sin^2\psi$ 線図を作成し、その曲がり度及びうねり度を評価すると同時に、実際の試料を用いて実験的な検証も行う必要がある。今後の課題としたい。

6. ばね鋼のX線応力定数

X線による残留応力測定を正確に行うためには、測定対象材料のX線応力定数を正しく知ることが重要となる。

フェライト系ばね鋼の測定には2章のアンケート結果が示すとおり、約70%の企業が日本材料学会「X線応力測定法標準」¹⁾での推奨値であるX線応力定数 $K = -318 \text{ MPa/deg}$ という値を使用しているのが現状である。

このX線応力定数 $K = -318 \text{ MPa/deg}$ (X線の弾性定数 $E/(1+\nu) = 175 \text{ GPa}$) の値がどのように求められたかを調べると、X線材料強度部門委員会（応力測定と弾性分科会）における共同研究の結果¹⁶⁾から得られた値である。その詳細は、試験片として、結晶粒度の異なる純鉄、中炭素鋼 (S45C) の焼ならし材、焼入れ焼戻し材及び共析鋼 (C=0.78%) の焼ならし材を用いてX線の弾性定数 $E/(1+\nu)$ を共同研究で実測し、測定されたすべての鋼種・組織における平均値として求められた値である。したがってX線応力定数 $K = -318 \text{ MPa/deg}$ の値は必ずしもばね鋼に適しているとは限らない。さらに、ばねの設計や有限要素法などによるばねの強度評価を行う上にはショットピーニングにより導入された圧縮残留応力の絶対値が必要になる。

そこで、本委員会としてはX線応力定数の測定方法を確認するとともに、一般的なフェライト系ばね鋼のX線応力定

数の参考値を提案するため、X線応力定数測定のパウンドロビン試験（第3回RRT）を行った。RRTは2鋼種各2個のサンプルを作製し、2系統12機関にて実施した。

6.1 供試材及び試験片

供試材には、SUP12及びSUP9Aを使用した。試験片は4点曲げ試験を行うために平板とした。作製方法は、まず供試材を短冊状に切削加工し、 $850^\circ\text{C} \times 20 \text{ min}$ 加熱後油焼入れを行い、SUP9Aは $410^\circ\text{C} \times 1 \text{ h}$ 、SUP12は $440^\circ\text{C} \times 1 \text{ h}$ で焼戻しを行い、その後研削加工した。試験片寸法は、SUP9Aは幅 B 30mm×長さ L 126mm×板厚 t 3mm、SUP12は幅 B 9mm×長さ L 129mm×板厚 t 3mmである。

最後に測定表面の研削加工の影響を除去するため電解研磨を行った。電解研磨領域は試験片中央部 $\square 10 \text{ mm}$ としたが、SUP9Aでは幅30mmなので部分研磨、SUP12は幅9mmなので幅方向全面研磨とした。供試試験片をTable 12に示す。

6.2 X線応力定数の測定方法

$\sin^2\psi$ 法によるX線応力測定法の原理を以下に示す。

多結晶に波長 λ の特性X線を照射した際に回折を生じる条件は、式 (18) のBraggの回折式で表される。ただし d は回折面間隔及び θ はBragg角である。

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad \dots\dots\dots (18)$$

λ を定数として式 (18) を全微分すると次式のようになる。

$$2\sin\theta \frac{\Delta d}{\Delta\theta} + 2d\cos\theta = 0$$

$$\frac{\Delta d}{d} = -\cot\theta \cdot \Delta\theta \quad \dots\dots\dots (19)$$

Fig. 28に試験片、測定される応力 σ_x とひずみ ϵ_ψ の座標系を示す。回折面の法線方向のひずみ ϵ_ψ は式 (19) より式 (20) で近似的に表される。

$$\epsilon_\psi = \frac{d_\psi - d_0}{d_0} = -\cot\theta_0 \cdot \Delta\theta = -\frac{\cot\theta_0}{2} (2\theta_\psi - 2\theta_0) \quad \dots\dots (20)$$

ここで θ_0 、 $2\theta_0$ は無ひずみ状態のBragg角及び回折角で、 $2\theta_\psi$ は応力負荷時の回折角である。

また、平面応力状態を仮定したX線応力測定法の基本式

Table 12 Dimensions and characteristics of specimen to determine X-ray stress constant.

Steel	No.	Thickness <i>t</i> (mm)	Width <i>B</i> (mm)	Length <i>L</i> (mm)	Depth of electro polishing <i>d</i> (mm)	Hardness	Grain size
SUP9A	1	2.66	30.02	126.4	0.15	HV 510	No.9.3
	2	2.66	29.17	126.4	0.11		
SUP12	1	3.04	9.01	129.3	0.06	HV 515	No.8.1
	2	3.04	9.04	129.1	0.13

Fig. 28 Coordinate system of stresses and strains.

は式 (21) で表される. なお式中の E は縦弾性係数 (ヤング率), ν はポアソン比である.

$$\epsilon_\psi = \frac{1+\nu}{E} \sigma_x \sin^2 \psi - \frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y) = \frac{S_2}{2} \sigma_x \sin^2 \psi + S_1 (\sigma_x + \sigma_y) \quad (21)$$

ここで S_1 , S_2 は X 線のコンプライアンスと呼ばれ, 式 (22) で表される.

$$S_2 = \frac{2(1+\nu)}{E}, \quad S_1 = -\frac{\nu}{E} \quad (22)$$

式 (20) に式 (21) を代入し, 整理すると次式のようになる.

$$-\frac{\cot \theta}{2} (2\theta_\psi - 2\theta_0) = \frac{S_2}{2} \sigma_x \sin^2 \psi + S_1 (\sigma_x + \sigma_y) \quad (23)$$

式 (23) を $\sin^2 \psi$ で偏微分すると次式のようになる.

$$\frac{\partial 2\theta_\psi}{\partial \sin^2 \psi} = -\frac{S_2}{\cot \theta_0} \sigma_x \quad (24)$$

ここで K を X 線応力定数と呼び, 式 (25) で表される.

$$K = -\frac{\cot \theta_0}{S_2} [\text{MPa/rad}] = -\frac{\cot \theta_0 \cdot E}{2(1+\nu)} \frac{\pi}{180} [\text{MPa/deg}] \quad (25)$$

以上が X 線応力測定法の原理である.

次に X 線応力定数 K の測定法について述べる. X 線応力定数 K を求めるためには, 単軸の付加荷重を試験片に加えることが望ましく, そのとき $\sigma_x = \sigma_1$, $\sigma_y = \sigma_2 = 0$ (σ_1 , σ_2 は主応力) の応力状態となり, σ_x は残留応力 σ_{res} と付加応力 σ_A の和となる.

この状態を式 (24) に当てはめると次式のようになる.

$$\sigma_x = \sigma_{\text{res}} + \sigma_A = K \frac{\partial 2\theta_\psi}{\partial \sin^2 \psi} \quad (26)$$

式 (26) を σ_A で偏微分すると残留応力 σ_{res} は一定であるので式 (27) となる.

$$\frac{1}{K} = \frac{\partial \left(\frac{\partial 2\theta_\psi}{\partial \sin^2 \psi} \right)}{\partial \sigma_A} = \frac{\partial M}{\partial \sigma_A} \quad (27)$$

ここで M は付加応力 σ_A を加えたときの $\sin^2 \psi$ 線図の傾きである.

X 線応力定数測定第3回 RRT は式 (27) に基づいて行った. 測定の要領はつぎの通りである.

- (1) 試験片に既知の付加応力 σ_A を与える. このとき付加応力 σ_A は付加方式に応じて試験片形状・寸法と付加荷重から算出した値で既知である. つぎに種々の付加応力 σ_A (MPa) の下で $\sin^2 \psi$ 線図の測定を行い, それぞれの線図の傾き M (deg) $= \partial 2\theta / \partial \sin^2 \psi$ を求める.
- (2) 傾き M (deg) - 付加応力 σ_A (MPa) 線図を作成し, その線図の勾配 $\partial M / \partial \sigma_A$ (deg/MPa) を直線回帰で求める. 得られた値の逆数が X 線応力定数 K (MPa/deg) となる.

RRT での具体的な方法は, 外部応力の付加には Fig. 29 に示す 4 点曲げ試験機を用い, 引張, 圧縮の両応力を付加した. 応力 σ_A はロードセルで荷重 P を求め, 試験片形状から算出した. Fig. 30 に圧縮応力付加時の 4 点曲げ試験の要領を示す. 試験片上面の付加応力 σ_A は以下の式で表せる.

$$\sigma_A (\text{MPa}) = \frac{M}{Z}, \quad M = \frac{Pl}{2}, \quad Z = \frac{Bh^2}{6} \quad (28)$$

ここで M : 付加モーメント (Nmm), Z : 断面係数 (mm^3), P : 付加力 (N), B : 試験片幅 (mm), l : $(b-a)/2$ (mm), h : 有効板厚 (mm) である. 本実験で使用した 4 点曲げ試験機は $a=110\text{mm}$, $b=60\text{mm}$ であり, $l=25\text{mm}$ となる.

ここで付加応力 σ_A を式 (28) で算出する際に問題となるのは, 有効板厚 h はどんな値を使用すべきかということである. 使用した試験片は, SUP12 試験片 (幅 $B=9\text{mm}$) は幅方向全面研磨であり, SUP9A 試験片では幅 $B=30\text{mm}$ の中央

Fig. 29 Four-points bending device with load cell used.

部に□10mmの部分電解研磨を行っている。

そこで4点曲げ試験を行ったときの電解研磨領域底部（板厚 $t=3\text{mm}$ ，電解研磨深さ $d=0.2\text{mm}$ と設定）に発生する応力の分布を3次元弾性有限要素法解析（ANSYS）で求めた。その結果，FEM解析による電解研磨領域の中央部の応力値は，SUP12試験片は有効板厚 $h=t-d$ （ d は電解研磨深さ），SUP9A試験片では $h=t$ とすると，式（28）で求めた付加応力値と一致することがわかった。したがってX線測定における試験片の付加応力 σ_A は，SUP12試験片では電解研磨後の板厚を，またSUP9A試験片では電解研磨前の板厚を用いて式（28）にて算出した。

X線応力定数の測定条件をTable 13に示す。X線照射面積などの指定しない条件は各RRTの参加委員で設定することとした。

6.3 フェライト系ばね鋼のX線応力定数測定結果

測定結果をFig. 31に示す。SUP9AとSUP12で結果のばらつきに差が見られるのは試験片の形状によるものと考えられる（SUP12は幅が狭いため）。付加応力（引張・圧縮）の違い，SUP9AとSUP12の違いによるX線応力定数値に大きな差はなかった。よって，両鋼種のX線応力定数 K の平均値とすべての測定値の68.3%信頼限界を求めると，次のようになった。

$$K = -338 \pm 13.1 \text{ MPa/deg}$$

この値は日本材料学会「X線応力測定法標準」の推奨値 $K = -318 \text{ MPa/deg}$ より6%ほど大きな値である。上述したX線応力定数 K はあくまでフェライト系ばね鋼の参考値であり，残留応力の絶対値が必要な場合は，測定対象のX線応力定数 K を実験的に求めることが必要である。

なおX線応力定数測定にあたって，本実験で得られた注意点を以下に記す。

- ・試験片作製時の注意点
 - (1) 寸法は正確に測定する。
 - (2) 電解研磨は加工の影響が充分取れる深さで行う。
- ・測定時の注意点
 - (1) 電解研磨方法（全面研磨，部分研磨）の相違による付加応力の計算上の扱い方。
 - (2) 4点曲げ試験機及び試験片を測定方向に正確に合わせる。

Fig. 30 Layout of four-points bending test for compressive applied stress.

7. 結 言

本研究委員会は発足後，まずはね関連企業でのX線応力測定の使用実態調査を実施し，その結果を精査して活動方針をたて，委員会の研究活動を行ってきた。得られた結果を以下に示す。

- 1) ショットピーニング処理したばね鋼平板の残留応力測定をラウンドロビン試験で行った。その結果，各機関とも任意の測定条件の下で測定されたにも関わらず，平均の68.3%信頼限界値（37MPa）は残留応力の平均値（-643 MPa）の6%以下となり，日常の測定条件下の値としては，実用的に良い精度であった。
- 2) 残留応力測定には，68.3%信頼限界値を基準として最短時間で目的の基準値を満たす応力測定条件を設定すべきである。一例として，測定誤差 $\Delta\sigma$ をFe粉末と同様な値 $\pm 10\text{MPa}$ に設定した場合の推奨する条件は以下のとおりとなった。
 - a) 回折強度曲線のピーク計数値は1000カウント以上。
 - b) X線入射角 ψ の設定に関しては， $\sin^2\psi$ の範囲は最小 $\sin^2\psi=0$ から最大の $\sin^2\psi$ 値は0.5以上。 ψ 角点数は5点以上。 $\sin^2\psi$ の設定ステップ $\Delta\sin^2\psi$ は等間隔。
- 3) ショットピーニング処理した丸棒の残留応力測定を行い，X線コリメータ径を測定したい素線径の20%以下にすると，実在する残留応力値との差を10%以下にできることがわかった。さらに測定表面が曲率をもつような形状の際に，実在する残留応力値を測定するためには，X線コリメータ径以下の測定領域にマスキングをすることが必要である。
- 4) 丸棒にショットピーニング処理を行うと，その条件（特にファインショットピーニング処理の時）によっては計数率線図がうねりを有し，軸方向には $\sin^2\psi$ 線図が明瞭な非直線性を示し，周方向には ψ スプリットが現れることがわかった。
- 5) ショットピーニング処理されたコイルばねや弁ばねのように表面に曲率をもつような試料の残留応力測定を行う場合，事前に計数率線図が漸減しているかどうか，また $\sin^2\psi$ 線図が直線になっているかどうかを確認した上で，はじめて $\sin^2\psi$ 法による残留応力測定を行う必要がある。

Table 13 Conditions to measure the X-ray stress constants.

Measuring condition	Characteristic X-ray		Cr-K α (V filter)
	Diffraction ($2\theta_0$)		α Fe 211 (156.4deg)
	Tube voltage		30kV
	Detector : PSPC	MCA	512 Channels
	Detector : SC	Range	148deg~165deg
		$\Delta 2\theta$	0.05deg
	Measuring method		Iso-inclination method
Analysis for diffraction profile			Fixed ψ_0
			Non oscillation
	Peak intensity		≥ 2000 counts
	Background regression		(About 20 point at both end)
	Absorption correction		Done
Analysis for diffraction profile	$K\alpha_2$ separation		None
	Peak determination		FWHM middle point method

- 6) $\sin^2\psi$ 線図の評価法として、従来全く行われなかった $\sin^2\psi$ 線図の曲がり度やうねり度などの非直線度の評価法を提案した。 $\sin^2\psi$ 線図の非直線度を評価するために必要となるX線入射角 ψ 点数は、曲がり度のみの検出には少なくとも6点、うねり度を含めて検出するためには7点以上が必要である。
- 7) 三軸応力状態において深さ方向のせん断応力成分が存在するあるいは深さ方向に垂直方向の応力勾配が存在する試料を仮定してシミュレーションで $\sin^2\psi$ 線図を作成した。作成した $\sin^2\psi$ 線図の曲がり度及びうねり度と $\sin^2\psi$ 法で算出される応力の関係を検討した。その結果、曲がり度及びうねり度により $\sin^2\psi$ 法が実用的に適用できる限界を提示できる可能性は十分あることが確認できた。
- 8) 一般的に使用されているフェライト系ばね鋼SUP9AとSUP12のX線応力定数の測定をラウンドロビン試験した結果、両鋼種のX線応力定数 K の平均値と68.3%信頼限界として、 $K = -338 \pm 13.1$ MPa/degの値を得た。

この値は日本材料学会「X線応力測定法標準」のフェライト系鉄鋼の推奨値 $K = -318$ MPa/degより6%ほど大きな値であった。残留応力の絶対値が必要な場合は、測定対象のX線応力定数 K を実験的に求めることが必要である。

謝 辞

X線応力測定の実態調査アンケート及び3回のラウンドロビン試験にご回答ならびに参加協力をいただいた多くの関係各位及び委員各位に深謝の意を表します。本来はご協力いただいた方々のご芳名を記載させていただきたいところですが、紙面の都合上お許しください。また第1回から第3回ラウンドロビン試験に際し、材料のご提供及びショットピーニング加工を行っていただいた本委員会委員中央発條(株) 三村氏、日本発條(株) 後藤氏、新東工業(株) 小林氏、辻氏に深く感謝いたします。

最後に諸事大変お世話いただきました日本ばね学会事務局の方々に深く御礼申し上げます。(委員長 記)

Fig. 31 Results of X-ray stress constant for SUP9A and SUP12.

参考文献

- 1) 日本材料学会X線材料強度部門委員会，“X線応力測定標準—鉄鋼2002年度版—”，(2002)，日本材料学会。
- 2) JIS-B2711付属書3（規定）“残留応力の測定方法”。
- 3) 日本ばね学会X線によるばねの残留応力評価法研究委員会，日本ばね学会，2010年度春季 ばね及び復元力応用講演会講演論文集，(2010)，35。
- 4) 小栗泰造，村田一夫，水谷勝巳，材料，49（2000），645。
- 5) 日本ばね学会X線によるばねの残留応力評価法研究委員会，日本ばね学会，2011年度春季 ばね及び復元力応用講演会講演論文集，(2011)，17。
- 6) 吉岡靖夫，佐々木敏彦，倉元眞實，非破壊検査，34（1985），52。
- 7) Dolle, H., Hauk, V., HTM, 31（1976），165。
- 8) 日本材料学会編，“改著X線応力測定法”，(1990)，P.143，養賢堂。
- 9) 梅本実，ばね技術研究会，2003年度 春期講演会講演論文集，(2003)，69。
- 10) 間野日出男，近藤覚，松室昭仁，ばね論文集，51（2006），p17。
- 11) 吉岡靖夫，大谷眞一，須山雄二郎，日本材料学会，第33回X線材料強度シンポジウム講演論文集，(1997)，1。
- 12) 田中啓介，秋庭義明，河合雅典，伊藤登史政，材料，54（2005），704。
- 13) 金子忠夫，三津橋史朗，入野修，日本材料学会学術講演会前刷集，No.38（1989），192。
- 14) 田中啓介，秋庭義明，森下裕介，日本機械学会論文集A編，71（2005），1714。
- 15) 秋庭義明，木村英彦，坂上卓，材料，58（2009），575。
- 16) 日本材料学会X線材料強度部門委員会（応力測定と弾性分科会，材料，20（1971），1257。