円リングにおける自重大たわみ変形を利用した薄肉積層材料の新ヤング率測定法 (自重大変形積層円リング法) *

大槻敦巳 **, 蔣 驍 ***

An Innovative Large Deformation Method for Measuring Young's Modulus in a Thin Flexible Multi-layered Material (Own-weight Multi-layered Circular Ring Method)

Atsumi OHTSUKI and Gyo SHO

In application of thin flexible multi-layered materials, it is very important to evaluate mechanical properties of these materials in both analytical and technological interests. In this study, a new and convenient mechanical testing method (*Own-weight Multi-layered Circular Ring Method*) is developed for measuring Young's modulus of each layer in a flexible multi-layered material (thin plate, or rod/wire), especially, as a useful technique to overcome the difficulty in measuring Young's modulus of a curled/curved flexible multi-layered material. The method is based on a nonlinear theory that takes into account large deformation behaviors of flexible multi-layered materials. By just measuring a maximum horizontal displacement or a maximum vertical displacement in a flexible circular ring, Young's modulus of each layer can be easily obtained for various thin multi-layered materials (plate and rod/wire). As an example, measurements were carried out on a thin curled/curved two-layered wire consisting of a thin steel wire (a piano wire: SWP-B) and a thin plating layer (an electrodeposited nickel layer: Ni). The results elucidate that the innovative new method could be applied to measure Young's modulus of thin flexible multi-layered materials. In the meantime, the new method "*Own-weight Multi-layered Circular Ring Method*" proposed in this paper is quite a promising method and can be applied widely to measure Young's modulus of every thin layer in a flexible multi-layered material formed by PVD, CVD, Coating, Paint, Cladding, Lamination and others besides electrodeposited thin layers.

Key Words: Material testing, Circular ring, Young's modulus, Own weight deformation, Large deformation, Thin material, Flexible materials, Multi-layered material

1. 緒 言

大きなたわみ変形を示す薄肉材料(金属系の薄板/細線, 高分子材料など)がばね用部材あるいは機械構造用部材として広く使用され, しかもばね性能の向上のために積層化されて使われることも多い。ばねなどにおいては, 防錆のみならず強度改善のため施されるめっき処理材などが代表例である。こうした薄肉積層材料の強度設計においては, 積層を構成する各層の個々のヤング率(縦弾性係数)を知ることが工業的に極めて重要であって, 積層材料全体を単一体と見做して近似的, 平均的なヤング率で充当するのは適切でないといえる。また, 構成薄肉積層材料のヤング率自体も成形プロセスに起因しバルク材のそれとは異なることが多く, バルク材のヤング率をそのまま利用して積層時のヤング率を推定するにはいささか懸念がある。したがって,

Fig. 1 General storage condition of thin materials (As an example, curled/curved wire with small diameter).

こういった積層材料の実測のヤング率が必要なのであるが, これらの薄い, 細い積層材料は低剛性のため, 微小変形を基礎とする従来の規格化された材料試験法(引張試験

原稿受付日 2017年12月7日

* 日本ばね学会2017年度秋季講演会

** 名城大学 (Meijo University)

*** 名城大学大学院 院生 (Meijo University, Graduate student)

あるいは圧縮試験、片持ちはり試験、三点／四点曲げ試験など)を用いてヤング率を求めるのは単体の薄肉材料でも一般には困難であり、いわんや薄肉積層材料ではなおさら極めて難しいといえる。線形理論に基づく従来の一般的なヤング率測定法は測定材料規格に合致するような十分な厚さ、太さを有する剛性の大きな単体の弾性体のヤング率測定が中心である。しかもそうした既存の測定理論の中にも本論文で取り扱ったような円リングを利用した一般的測定法は全く見かけない。すなわち、ここで取り上げた円リング法自体が極めて特筆すべき、ユニークなヤング率測定法なのである。そこで、本論文ではこうした可撓性の高い薄肉積層材料の構成各層のヤング率の測定方法として、極めて画期的な「自重変形積層円リング法」を開発した。すなわち、薄い、細いまの積層材料を円リング状(基本的には多少真直性を損なった材料を円リングにすることを想定しているが、元々真っすぐでも、最初から曲がっていても大丈夫。)に形成したのち、その上端部の一点を支持すれば、円リング自体の自重によって大たわみ変形が生じるはずである。開発した方法はこの大たわみ変形挙動の利用に着目したヤング率測定法である。円リング形成は弾性変形範囲を予想しているが、もし、円リング形成の際に薄肉積層材料に塑性変形が生じたとしても、その後の変形計測には自重弾性変形を利用するので、ヤング率測定に当たっては円リング試料形成時の塑性変形について格別懸念する必要はない。特に、本方法はFig.1に示すように、薄い、細い材料のために、材料が何重にも太巻き／コイル状に巻かれて保管されたため曲りクセのついた薄肉積層材料や何かの原因で初期曲率(曲りといってもよい)を有することになった薄肉積層材料などに対しては有効であり、極めて斬新なヤング率測定法といえるものである。

なお、本測定法の有効性を確かめるために、大きな可撓性を有する2層積層細線(ニッケルめっきされたピアノ細線)について各層のヤング率測定実験を行った。ちなみに、開発した自重変形積層円リング法は、特別な装置も要らず簡単な方法であり、カーボンファイバー、オプティカルファイバー、紙、織布など測定の難しい非金属薄肉材料の単体としてのヤング率測定にも適用できるほか、薄肉積層材料のめっき薄膜を始め、コーティング薄膜、ICチップ上

Fig. 2 Large deformations of a multi-layered circular ring subjected to own-weight.

の薄膜、医用デバイス薄膜、MEMS用薄膜などのマイクロマテリアルやPVD薄膜、CVD薄膜、クラッド材、ラミネート材などのヤング率測定にも応用し得る、極めて拡張性の高い測定法である。

ところで、薄肉材料のヤング率測定に関しては、箔や薄膜単体について既存方法を改良した引張試験によって測定した例^{1)~3)}もあるが、材料の大たわみ変形を利用した可撓性材料のヤング率測定法についてはほとんどなく、薄肉単層材料に関しては、外荷重負荷方式による片持ちはり法^{4)~6)}、軸圧縮法^{7)~16)}、引張／圧縮円リング法^{17)~20)}、また、自重方式による片持ちはり法^{21)~22)}、円リング法^{23)~25)}などが提案されており、一方、薄肉積層材料については外荷重負荷方式による片持ちはり法^{26)~28)}、軸圧縮法^{29)~33)}、引張／圧縮円リング法^{34)~36)}、また、自重方式による片持ちはり法^{37)~39)}など、散見される程度である。

2. ヤング率測定の基礎理論

本解析における主な前提条件は下記の通りである。

- (1) 理論の適用範囲は弾性領域の非線形大変形である。
- (2) Euler-Bernoulliの仮定が成り立つものとし、非線形理論(エラスチカ理論)^{40)~42)}を適用する。
- (3) せん断力の影響やポアソン効果などは考慮しない。
- (4) 積層材料は大変形に際して不伸長とする。

Fig.2に示すように、任意 i 層の単位長さ当たりの自重を w_i とする。上部の一端を支持された n 層積層自重円リング(全周長さ $2L$)において、固定端(座標原点)を O 、水平方向に距離 x 、垂直方向に距離 y をとり、任意点 $B(x,y)$ までのたわみ曲線円弧長さを s 、点 B でのたわみ角を θ とする。

ここで、リング部材の任意 i 層のヤング率を E_i 、断面二次モーメントを I_i とする。特に、Fig.3は2層積層板($n=2$)の場合の断面図を例示したもので、 z 軸から中立軸までの距離を $\bar{y}$ 、中立軸から任意軸までの距離を y とする。

Fig. 3 Illustrations of cross-section (Example: two-layered material).

曲げモーメントを M 、曲率半径を R とすると、点Bにおいて、 R 、 M 、 s 、 x 、 y 、 θ の各量間には次式の関係が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{R} &= -\frac{d\theta}{ds} = \frac{M}{\sum_{i=1}^n (E_i I_i)} \\ dx &= ds \cdot \cos \theta, dy = ds \cdot \sin \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

なお、ここでは円リングはりの変形対称性を考慮して右半分のみを解析することとする。

原点Oにおける水平力を F_0 、曲げモーメントを M_0 、任意点に作用する垂直力を F_B とすれば、任意点B(x, y)に作用するせん断力 Q のつり合いを表す次の式(2)

$$Q = \sum_{i=1}^n w_i (L - s) \cos \theta - F_B \sin \theta \dots\dots\dots (2)$$

より、自重円リングの変形挙動を支配するたわみの基礎式として次式(3)が得られる。

$$\sum_{i=1}^n E_i I_i \left(\frac{d^2 \theta}{ds^2} \right) = - \sum_{i=1}^n w_i (L - s) \cos \theta + F_B \sin \theta \dots\dots (3)$$

ここで、(4)式に示す無次元変数

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{x}{L}, \eta = \frac{y}{L}, \zeta = \frac{s}{L}, \gamma = \sum_{i=1}^n \left(\frac{w_i L^3}{E_i I_i} \right) \\ A &= \frac{F_B L^2}{\sum_{i=1}^n (E_i I_i)} \end{aligned} \right\} \dots\dots (4)$$

を導入すると、次に示す関係式(5)、(6)が得られる。

$$\frac{d^2 \theta}{d\zeta^2} = -\gamma(1 - \zeta) \cos \theta + A \sin \theta \dots\dots\dots (5)$$

$$d\xi = d\zeta \cdot \cos \theta, d\eta = d\zeta \cdot \sin \theta \dots\dots\dots (6)$$

なお、この無次元分布荷重 γ は上端を支持された積層自重はりの大たわみ変形を支配する重要なパラメータである。

ところで、非線形微分方程式(5)の解析解を得ることは一般に難しく、ここではRKG(Runge-Kutta-Gill)法を用いて数値解析することとする。なお、RKG法の適用に際しては、二階の非線形微分方程式(5)を2つの一階の非線形微分方程式に変換する必要がある。

そこで、無次元曲げモーメント μ を導入すると

$$\mu = \frac{ML}{\sum_{i=1}^n (E_i I_i)} \dots\dots\dots (7)$$

たわみ角 θ と無次元曲げモーメント μ の関係より式(8)、(9)が得られる。

$$\frac{d\theta}{d\zeta} = \mu \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{d\mu}{d\zeta} = -\gamma(1 - \zeta) \cos \theta + A \sin \theta \dots\dots\dots (9)$$

なお、境界条件は(10)式である。

$$\left. \begin{aligned} \theta|_{\zeta=0} &= \xi|_{\zeta=0} = \eta|_{\zeta=0} = 0 \\ \theta|_{\zeta=\zeta^*} &= \pi/2 \\ \theta|_{\zeta=1} &= \pi, \xi|_{\zeta=1} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 ζ^* は $\theta = \pi/2$ となる位置までの円リング上の無次元円弧長さである。

一方、適切な初期値を決定するためには、ここでは挟み撃ち法(False Position Method)を用い、式(6)、(8)、(9)を連立微分方程式として数値解析を行った。すなわち、円リングが真円の状態($\theta = \xi = \eta = 0$)から徐々に無次元分布荷重 γ を増加させつつ境界条件である式(10)を満たす A および $\mu|_{\zeta=0}$ を探索し、最終的に、無次元分布荷重 γ に対応する無次元最大水平距離 $\xi_{\max}$ と無次元最大垂直距離 $\eta_{\max}$ を求めるのである。

以上が自重大たわみ変形を利用した積層円リング法による構成各層のヤング率測定の基礎理論であり、数値解析手法である。したがって、自重積層円リングの各層ヤング率 E_i は、原理的には上述の解析理論に基づき、式(4)の無次元水平距離 $\xi_{\max}(=x_{\max}/L)$ や無次元垂直距離 $\eta_{\max}(=y_{\max}/L)$ 、さらに無次元分布荷重 γ などを利用して算出することができるが、概して測定理論の取り扱いが安易とはいえない。そこで、ここでは各層のヤング率測定に供するために便利な手法を開発した。すなわち、簡易方法として式(4)第4式を変形した次式(11)を用いれば、所要の各層ヤング率 E_i を容易に求めることが可能となるのである。

$$\sum_{i=1}^n (E_i I_i) = \frac{\sum_{i=1}^n w_i L^3}{\gamma} \dots\dots\dots (11)$$

なお、式(11)において各積層構成要素の曲げ剛性の総和 $\sum_{i=1}^n (E_i I_i)$ が重要で、そのために積層はり全体の中立軸位置を知る必要がある。特に、層状断面が、中立軸に対し非対称となる積層薄板はりの場合には必ず中立軸位置を算定しなければならない。一方、対称断面となる積層細線の場合には、積層材料中心が常に中立軸なのでその算定は不要

となるのである。

積層薄板はりの場合、任意構成要素 i 層(厚さ h_i , 同一幅 b)の横断面が中立軸に関して持つ断面二次モーメント I_i の一般式は式(12)

$$I_i = \frac{bh_i^3}{12} + bh_i \left(\bar{y} - \frac{h_i}{2} - \sum_{k=1}^i h_{k-1} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

(ただし, $h_0=0, i \leq n$)

で表され、中立軸の位置 $\bar{y}$ は任意 i 層の横断面(断面積 A_i)が z 軸に関して持つ断面一次モーメントを

$(S_i)_z$ とすれば式(13)で表される。

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n E_i (S_i)_z}{\sum_{i=1}^n (E_i A_i)} \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここで、断面一次モーメント $(S_i)_z$ の一般式は式(14)で示させる。

$$(S_i)_z = \frac{bh_i^2}{2} + bh_i \left(\sum_{k=1}^i h_{k-1} \right) \quad \dots\dots\dots (14)$$

本論文においては、薄肉積層材料の各層ヤング率測定の特例として、積層細線の場合について論述することとする。

3. 新ヤング率測定法の概略

従来一般的なヤング率測定法(微小変形線形理論に基づく引張、片持ち、支点曲げ試験などに基づく方法)は得られた実験データを基に簡単な計算式を用いて直接にヤング率の算出が可能であるが、本論文のように非線形大たわみ理論に基づく測定法の場合には、測定理論の数式取扱いが容易ではなく、またその数式処理法の煩瑣もあって実験データから計算式によって直接求めることは甚だ難しいといえる。そこで、本論文では、非線形解析理論をもとにあらかじめ数値解析した結果を図表化した計算図表(ノモグラフ)を作成しておき、その計算図表を適宜に利用してヤング率を求める簡便な方法を提案することとする。なお、実験的に収集する基礎データとしては、ここでは自重円リングの最大水平距離 $x_{\max}$ および最大垂直距離 $y_{\max}$ を想定した。

便利で有用な計算図表として、無次元分布荷重 γ と水平距離 $x_{\max}$ の関係($\gamma-x_{\max}/L$)をFig.4に、また無次元分布荷重 γ と垂直距離 $y_{\max}$ の関係($\gamma-y_{\max}/L$)をFig.5にそれぞれ示す。こうした計算図表を有効に利用することによって円リングの大たわみ変形時における無次元分布荷重 γ を知り得れば、積層材料を構成する各任意 i 層の所要のヤング率 E_i は、式(4)第4式を変形した次式(11)を用いて容易に求めることができる。

$$\sum_{i=1}^n (E_i I_i) = \frac{\sum_{i=1}^n w_i L^3}{\gamma} \quad \dots\dots\dots (11)$$

そこで、こうした計算図表に基づく測定手法を利用するための参考(ガイダンス)として、ピアノ細線(SWP-B)(第1層: 直径 $d_1=0.9052$ mm, 自重 $w_1=6.1167 \times 10^{-2}$ N/m)にニッケル(Ni)めっき(第2層: 厚さ $t=0.0143$ mm, 自重 $w_2=1.776 \times 10^{-2}$ N/m)が施された2層積層細線における積層各層のヤング率算出のプロセスの一例を以下の3.1節, 3.2節に示す。

ところで、本測定手法による実験データ収集の際に注意すべきことは、ヤング率未知の積層数に応じて、複数回

Fig. 4 Non-dimensional chart for finding the parameter γ when the deflection $\xi_{\max}$ ($x_{\max}/L$) is given [Method 1].

Fig. 5 Non-dimensional chart for finding the parameter γ when the deflection $\eta_{\max}$ ($y_{\max}/L$) is given [Method 2].

(ステップ)の自重大たわみ変形実験を要することである。すなわち、3層ともヤング率が未知な積層はりの場合には3層状態での実験 → 2層状態での実験 → 単層状態での実験という具合に積層数を減じつつ3ステップの自重大たわみ変形実験が必要であって(注：3層であっても、2つの層だけヤング率が未知(残り1層のヤング率既知)の場合には2ステップの実験で良い)、各実験ステップで収集した水平、垂直方向の変形データを基に連立方程式を解いてようやく各層のヤング率が確定するということである。なお、積層する薄層の減じ方としては、適当な機械的方法、化学的方法などから適宜選択するとよい。

なお、本測定法を利用すれば、単体での測定が極めて難しい薄膜として代表的なコーティング薄膜、PVD、CVD薄膜などの極薄肉材料のヤング率を簡単に求めることができる。すなわち、ヤング率があらかじめわかっている薄肉母材にコーティングなどを施した2層積層材料(積層薄板、積層細線)(補足：片面などにコーティングなどを施した薄板などではコーティング材料に存在する内部応力^{43)~57)}によってカール、湾曲するので、提案した本円リング法はその点で最適である)を作製したうえで、2層状態の自重大たわみ変形実験だけ(1ステップ)を実施することでコーティング薄膜などのヤング率を求めることができるのである。ただ、その場合は母材(ヤング率既知)のみの単層自重大たわみ変形実験が省略できるだけであって、コーティング薄膜などのヤング率を求めるために連立方程式を利用することに変わりはない。

3.1 最大水平距離 $x_{\max}$ を実験基礎データとしたヤング率測定法 [測定法1]

総分布荷重 $\sum_{i=1}^n w_i$ を受ける積層円リングの自重大たわみ

変形において、最大水平距離 $x_{\max}$ ($\theta = \pi/2$ の位置)を計測し、 $\gamma - x_{\max}/L$ の関係を示す計算図表(Fig.4)を用いて無次元分布荷重 γ の値を読み取り、その γ を式(11)に代入して各層ヤング率 E_i を算出する方法である。なお、実験に際してはヤング率未知の積層数に応じたデータ収集ステップが必要であり、例として、2層の場合(2層ともヤング率未知)は次の3.1.1項、3.1.2項のように2ステップの自重大たわみ変形実験を要する。

3.1.1 第1ステップ (2層状態で計測データを収集)

全円周長さ $2L=2400\text{mm}$ の2層めっきピアノ細線(第1層SWP-B：直径 $d_1=0.9052[\text{mm}]$ 、自重 $w_1=6.1167 \times 10^2[\text{N/m}]$ 、第2層Ni：厚さ $t=0.0143[\text{mm}]$ 、自重 $w_2=1.776 \times 10^2[\text{N/m}]$)において、2層状態の自重大たわみ変形実験で、計測データとして最大水平距離 $x_{\max}=342.0\text{mm}$ を測定し、無次元水平距離 $\xi_{\max}(=x_{\max}/L)$ に換算する。すなわち換算値の $\xi_{\max}=0.2850$ に対して、計算図表Fig.4($\gamma - x_{\max}/L$ 関係図)を利用して無次元分布荷重 $\gamma=17.732$ を得たとき【注】、合成の曲げ剛性は式(11)より

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 = \frac{(w_1 + w_2) L^3}{\gamma} \dots\dots\dots (12)$$

$$= 7.692 \times 10^{-3} [\text{N/m}^2]$$

3.1.2 第2ステップ (単層状態で計測データを収集)

次いで、ピアノ細線(SWP-B)の単層状態(第2層のニッケル(Ni)めっき薄層は層除去)で最大水平距離 $x_{\max}=344.2\text{mm}$ を測定し、その無次元換算値 $\xi_{\max}=0.2868$ に対して、計算図表Fig.4($\gamma - x_{\max}/L$ 関係図)を利用して無次元分布荷重 $\gamma=15.365$ (なお、ここ3.1.2項の手順については3.1.1項と同様につき図示省略。ところで、Fig.4は第1ステップ、第2ステップで共用可の図である。)を得たとき【注】、式(11)より第1層ピアノ細線(SWP-B)のヤング率 E_1 が次のように求まる。

$$E_1 = \frac{w_1 L^3}{\gamma I_1} = \frac{6.1167 \times 10^{-2} \times 1.2^3}{15.365 \times 3.296 \times 10^{-14}} \dots\dots\dots (13)$$

$$= 208.71 [\text{GPa}]$$

一方、第2層のニッケル(Ni)めっき薄層のヤング率 E_2 は、算出した第1層ピアノ細線(SWP-B)のヤング率 E_1 を基に、式(12)と式(13)を連立させることによって最終的に確定する。すなわち、次のように E_2 が算出される。

$$E_2 = \frac{\{(w_1 + w_2) L^3 / \gamma\} - E_1 I_1}{I_2} \dots\dots\dots (14)$$

$$= 186.150 [\text{GPa}]$$

3.2 最大垂直距離 $y_{\max}$ を実験基礎データとしたヤング率測定法 [測定法2]

総分布荷重 $\sum_{i=1}^n w_i$ を受ける積層円リングの自重大たわみ

変形において最大垂直距離 $y_{\max}$ を計測し、 $\gamma - y_{\max}/L$ の関係を示す計算図表(Fig.5)を用いて無次元分布荷重 γ の値を読み取り、その γ を式(11)に代入して各層ヤング率 E_i を計算する方法である。実験においては、3.1節と同様にヤング率未知の積層数に応じたデータ収集ステップが必要であり、例えば、2層の場合(2層ともヤング率未知)には次の3.2.1項、3.2.2項のように2ステップにわたる自重大たわみ変形実験が必要である。

3.2.1 第1ステップ (2層状態で計測データを収集)

3.1.1項と同様の2層めっきピアノ細線について(ここでの垂直距離測定実験3.2.1項の場合、特別な理由はないが、3.1.1項と異なり、使用した試料は全円周長さ $2L=2800\text{mm}$ の積層円リングである)、2層状態の自重大たわみ変形実験において、計測データとして最大垂直距離 $y_{\max}=1020.6\text{mm}$ を測定し、無次元垂直距離 $\eta_{\max}(=y_{\max}/L)$ に換算する。すなわち換算値の $\eta_{\max}=0.7290$ に対して、計算図表Fig.5($\gamma - y_{\max}/L$ 関係図)を利用して無次元分布荷重 $\gamma=28.505$ を得たとき

Fig. 6 Experimental set-up (as an example, a multi-layered wire specimen is shown).

【注】，合成の曲げ剛性は式(11)より

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 = \frac{(w_1 + w_2) L^3}{\gamma} \dots\dots\dots (15)$$

$$= 7.598 \times 10^{-3} [\text{N/m}^2]$$

3.2.2 第2ステップ (単層状態で計測データを収集)

次いで，ピアノ細線(SWP-B)の単層状態(第2層のニッケル(Ni)めっき薄層は層除去)で最大垂直距離 $y_{\max}=1011.5$ mmを測定し，その無次元換算値 $\eta_{\max}=0.7225$ に対して，計算図表Fig.5 ($\gamma - y_{\max}/L$ 関係図)を利用して無次元分布荷重 $\gamma=24.8804$ (なお，ここ3.2.2項の手順は3.2.1項と同様につき図示省略．なお，Fig.5は第1ステップ，第2ステップで共用可の図である．)を得たとき【注】，式(11)より第1層ピアノ細線(SWP-B)のヤング率 E_1 は次のように算出される．

$$E_1 = \frac{w_1 L^3}{\gamma I_1} = \frac{6.1167 \times 10^{-2} \times 1.4^3}{24.8804 \times 3.296 \times 10^{-14}} \dots\dots\dots (16)$$

$$= 204.67 [\text{GPa}]$$

また，第2層のニッケル(Ni)めっき薄層のヤング率 E_2 は，算出した第1層ピアノ細線(SWP-B)のヤング率 E_1 を基に，式(15)，式(16)の連立方程式を解くことによって最終的に確定する．すなわち，次のように E_2 が計算される．

$$E_2 = \frac{\{(w_1 + w_2) L^3 / \gamma\} - E_1 I_1}{I_2} \dots\dots\dots (17)$$

$$= 195.11 [\text{GPa}]$$

4. 薄肉積層材料の構成各層ヤング率の測定例

新しく開発した薄肉積層材料の各層ヤング率測定法(自重大変形積層円リング法)の有効性確認のため，曲りクセのついた大きな可撓性を有する2層積層細線(ニッケル(Ni)めっきの施されたピアノ細線(SWP-B))について自重たわみ変形状態のデータ計測に基づき構成する積層各層(Ni, SWP-B)のヤング率測定を行った．実験装置の概略Fig.6に示す．

実験においては，上端を支持端とするために，ベースの円筒部分と補助の円筒棒(いずれも $\phi 12$ mm)に細線を挟み保持した．また，最大水平距離($2x_{\max}$)と最大垂直距離($y_{\max}$)を測定するためには，利便性を考慮し装置基台に貼付した方眼紙スケール(1mm)を用いた．

なお，本測定例では積層を構成するいずれの層のヤング率も不明な2層積層材料としているため，各層のヤング率を求めるに際しては，3章で示した測定手法の通り，2層状態と単層状態の各ステップで自重たわみ変形実験を実施し，所要の計測データである最大水平距離 $x_{\max}$ ならびに最大垂直距離 $y_{\max}$ について収集を行った．

本測定実験においては，積層円リングの全円周長さ $2L=1200 \sim 3600$ mm(すなわち，半円長さ L としては $L=600 \sim 1800$ mm)と変化(いわゆる円リングの大きさ(:直径)を変えること)させたときの自重たわみ実験を行い，各円

[Method 1]

[Method 2]

Fig. 7 Comparison of Young's moduli for a piano wire (SWP-B; E_1) between the two measuring methods for various values of the length L . (Note: E_2 of Ni is known previously.).

周長に関する構成各層のヤング率を算出した。

測定結果として、母材である第1層ピアノ細線 (SWP-B, 直径 0.9052 mm) のヤング率について Fig. 7 に図示した。なお、図中の Av は測定した各円周リング長さにわたっての相加平均、S.D. は各円周リング長さに関する標準偏差 (Standard Deviation) を表している。Fig. 7 から明らかなように、測定法1 (最大水平距離 $x_{\max}$ 計測法)、測定法2 (最大垂直距離 $y_{\max}$ 計測法) と採用する基礎データ (最大水平距離 $x_{\max}$ か最大垂直距離 $y_{\max}$) が異なっているが、両測定法とも多少のばらつきがあるものの本実験の試験円リング長さ範囲 (半円長さ $L=600\sim 1800$ mm) で測定された第1層ピアノ細線 (SWP-B) のヤング率は試験円リング長さの長短に依らずほぼ一定で、互いに良く一致していることがわかる。すなわち、リング円周長さ/線径比 ($: 2L/d$) が本実験のように 1200~3600 倍程度の範囲では安定した十分な精度の測定値が得られるといえる。

一方、第2層のニッケル (Ni) めっき薄層 (厚さ 0.0143 mm) のヤング率に関する測定結果を Fig. 8 に示した。この場合も測定法1 (最大水平距離 $x_{\max}$ 計測法)、測定法2 (最大垂直距離 $y_{\max}$ 計測法) の両測定法ともいくらかばらつきがあるものの試験円リング長さ範囲 (半円長さ $L=600\sim 1800$ mm) の大たわみ変形実験では円リング長さに依らずほぼ一定の

[Method 1].

[Method 2].

Fig. 8 Comparison of Young's moduli for an electro-deposited material (Ni; E_2) between the two measuring methods for various values of the length L . (Note: E_1 of SWP-B is known previously.).

ヤング率が得られることがわかる。したがって、積層円リング細線のヤング率測定に際しては基礎データとして最大水平距離 $x_{\max}$ (測定法1)、最大垂直距離 $y_{\max}$ (測定法2) いずれのデータを収集しても両測定法に遜色がない妥当な結果が得られることから、実験に当たっては適宜いずれか一方の測定法を採用することも可能であるといえる。

以上の測定例から、新しく開発した自重大変形積層円リング法は大仰な装置、高価な装置を必要しない極めて簡素な方法を用いて積層各層のヤング率を測定することができ、しかも簡便な計算図表を活用すれば容易に可撓性材料、特に曲りクセがついているような積層材料のヤング率算定には極めて有効で有力な1つの測定法であると推察される。もちろん、単層の可撓性材料のヤング率算定に応用できることはいうまでもないことである。

5 むすび

微小変形線形理論に基づく従来の一般的なヤング率測定法 (主に、引張試験あるいは圧縮試験、片持ちはり試験、三点/四点曲げ試験などを利用) には円リングを利用した測定法はほとんど見かけないし、利用できるのは十分な剛性を有する単体の弾性体に対するヤング率測定が中心である。すなわち、本論文で取り扱った円リング法、しかも自

重変形を利用した円リング法自体は極めて特異な測定法であるうえ、曲りクセのついた可撓性の単体材料ばかりか薄肉積層材料にも適用可能など、全く特筆すべき、ユニークなヤング率測定法なのである。こうした極めて画期的なヤング率測定の取り組みについて、ここで明らかになった内容を要約すると以下の通りである。

- (1) 上部一端が支持された薄肉積層円リング材料について自重たわみ変形を利用した新ヤング率測定法(自重大変形積層円リング法)を開発した。
- (2) 解析理論を基に作成した計算図表(ノモグラフ)を利用する簡便な手法を提案した。
- (3) 測定法の習熟性、利用の便を考慮し、積層各層のヤング率算出プロセスをわかりやすく例示した。
- (4) ヤング率算出の基礎データは、自重積層円リングの最大水平距離あるいは最大垂直距離である。
- (5) 新測定法の有効性を確かめるため、測定の高いめっき薄膜のヤング率測定に適用した。
- (6) ニッケル(Ni)めっきの施されたピアノ細線(SWP-B)を用いて、円リングの種々の円周長さ(いわゆる、円リングの直径の大きさ)に対する測定値への影響を検討するため積層各層のヤング率測定実験を行った。
- (7) 測定結果として、ニッケルめっき積層細線(SWP-B+Ni)の計測ヤング率は収集する基礎データ(最大水平距離あるいは最大垂直距離などの変位データ)による影響はほとんどなく、水平、垂直いずれの変位データを採用してもよい。
- (8) 円リングにおける円周長さ／線径比の大きな範囲では、測定法1(最大水平距離 x_{max} 計測法)と測定法2(最大垂直距離 y_{max} 計測法)、いずれの方法でもほぼ一定のヤング率が計測できる。因みに本実験の円周長さ／線径比の範囲はおおよそ1200～3600倍程度であった。
- (9) 新測定法は、状況に応じて、真直薄肉積層材料を円形状のリングに整形することによってその積層材料を構成する各層のヤング率を測定することができる(例えば、細長い真直薄肉積層材料を小さな長さに切断することなく、長いまま測定に供したい場合などに有効)。
- (10) 装置的に簡素な新測定法の大きな利点は、積層過程あるいは保管状態の関係で初期曲率を有することになった薄肉積層材料や曲りクセのついた薄肉積層材料などをあえて真直にすることなく円リングに保ったまま構成各層のヤング率を測定することができることである。
- (11) 新測定法は、試験材料の保持が簡単なので、測定の難しいカーボンファイバー、オプティカルファイバー、紙、織布などの非金属薄肉材料の単体としてのヤング率測定にも適用可能と思われる。
- (12) 新測定法は、めっき薄膜をはじめ、将来的には、各種薄膜積層材料(コーティング薄膜、ICチップ上の薄膜、医用デバイス薄膜、MEMS用薄膜などのマイクロマテリアルやPVD薄膜、CVD薄膜、クラッド材、ラミネー

ト材など)のヤング率測定へ拡張できる可能性がある。すなわち、薄板・薄膜自体のヤング率を知りたいだけでなくヤング率既知の薄肉材料(母材)にヤング率未知の薄板・薄膜加工処理を施して2層積層材料としたうえで、2層状態の大たわみ変形実験(1ステップのみの実験で十分ということ)を行えば目的とする薄板・薄膜の未知ヤング率を容易に算定することができるのである。

【注】：計算図表からの無次元分布荷重 γ の読取りに際し、本図Fig.4, Fig.5を拡大複写して用いれば、所期の目的はある程度達せられる。もし、上記の拡大複写図より高い精度を要する場合は、計算図表Fig.4, Fig.5に対応した理論計算の元データおよびその詳細描画図(本論文末に記載の補足図, Fig.AおよびFig.B参照)を利用するとよい。

参考文献

- 1) Johansson,S., Ericson,F. and Schweitz,J-Ake., J.Appl. Phys., 65, (1989), 122-128.
- 2) 尾田十八, 山田耕二, 坂本次郎, 久保田隆司, 日本機械学会論文集 (A編), 57-535, (1991), 686-691.
- 3) 福士みゆき, 宮田 寛, 村上 明, 日本機械学会論文集 (A編), 72-718, (2006), 880-885.
- 4) 大槻敦巳, 名城大学理工学部研究報告, No.41, (2001), 18-25.
- 5) Ohtsuki, A., Advances in Experimental Mechanics, Vol. IV, (2005), 53-58.
- 6) Ohtsuki, A., Bull. Res. Inst. Meijo Univ., (2005), 101-105.
- 7) Ohtsuki, A. and Hattori, M., Experimental Techniques, Vol. II, (1999), 517-522.
- 8) 大槻敦巳, 服部将文, 名城大学理工学部研究報告, No.40, (2000), 11-19.
- 9) Ohtsuki, A., Proc. SEM Annual Conference, (2002), #74-1 - #74-4.
- 10) Ohtsuki, A., Thin-walled Structures, (2004), 233-244
- 11) 大槻敦巳, 高田 仁, 名城大学総合研究所紀要, No.9 (2004), 1-6.
- 12) 薄板・細線の弾性特性研究委員会報告 (大槻ほか14), ばね論文集, No.51, (2006), 63-71.
- 13) Ohtsuki, A., Proc. SEM Annual Conference, (2006), #78-1 - #78-4.
- 14) 大槻敦巳, 日本ばね学会会報, No.445, (2008), 4-5.
- 15) 大槻敦巳, 日本ばね学会会報, No.455, (2009), 7-8.
- 16) 大槻敦巳, 日本ばね学会会報, No.457, (2009), 6-7.
- 17) 大槻敦巳, 高田 仁, ばね論文集, No.47, (2002), 27-31.
- 18) Ohtsuki, A., Advances in Experimental Mechanics, (2004), 597-598.
- 19) Ohtsuki, A., Experimental Mechanics, (2004), #150-1 - #150-8.

- 20) Ohtsuki, A., Proc. SEM Annual Conference, (2005), # 113-1 - #113-4.
- 21) 大槻敦巳, 鈴木理智, ばね論文集, No.55, (2010), 39-44.
- 22) Ohtsuki, A., Applied Mechanics and Materials, (2010), 371 - 377.
- 23) 大槻敦巳, 蔣 驍, ばね論文集, No. 60, (2015), 15-22.
- 24) Ohtsuki, A., Advances in Experimental Mechanics VII, Vol.24-25, (2010), 371-377.
- 25) Ohtsuki, A., Materials Today, Vol.3, (2017), 5915-5920.
- 26) Ohtsuki, A., Advances in Experimental Mechanics, (2007), 195 - 200.
- 27) Ohtsuki, A., Thin-walled Structures, (2008), 189 -196
- 28) 大槻敦巳, 林 克典, ばね論文集, No.54, (2009), 41-48.
- 29) Ohtsuki, A., Exp.Anal. Nano .Eng. Mater.Struct.,(2007), 441- 442.
- 30) Ohtsuki, A., Proc.13th Inter.Conf.Exp.Mech., (2007), #2T25-1 - #2T25-8.
- 31) Ohtsuki, A., Procedia Engineering., (2011), 1041-1046.
- 32) 大槻敦巳, 林 克典, ばね論文集, No.58, (2013), 25-31.
- 33) Ohtsuki, A., Proc. SEM Annual Conference, (2013), #97-1 - #97-7.
- 34) Ohtsuki, A., Thin-walled Structures, (2012), 29 -30
- 35) Ohtsuki, A., Experimental Mechanics, (2011), 739 -746
- 36) Ohtsuki, A., Proc.15th Inter. Conf. Exp. Mech., (2012), #2642-1 - #2642-10.
- 37) 大槻敦巳, 鈴木理智, ばね論文集, No.56, (2011), 25-31.
- 38) Ohtsuki, A., Proc. 30th DAS Symposium, (2013), #113-1 - #113-4.
- 39) Ohtsuki, A., the 20th International Conference on Composite Materials (ICCM 20), (2015), #3120-2-1-#3120-2-11.
- 40) Love. A. E. H., "A Treatise on Mathematical Theory of Elasticity", 4 th ed., Chapter 19, (1944), Dover., New York.
- 41) Frisch-Fay. R., "Flexible Bars", (1962), Butterworth., London.
- 42) Timoshenko, S. P. & Gere, J. M., "Theory of Elastic Stability", (1961), McGRAW-HILL.
- 43) 土肥 修, 鵜飼隆好, 大槻敦巳, 日本機械学会論文集, 39-323, (1973), 2020-2031.
- 44) 土肥 修, 鵜飼隆好, 大槻敦巳, 日本機械学会論文集, 40-329, (1974), 132-139.
- 45) 土肥 修, 鵜飼隆好, 大槻敦巳, 日本機械学会論文集, 40-331, (1974), 617-626.
- 46) Doi, O., Ukai, T., Ohtsuki, A., Bull. of the JSME, 17-105, (1974), 297-304.
- 47) 土肥 修, 鵜飼隆好, 大槻敦巳, 日本機械学会論文集, 41-341, (1975), 72-86.
- 48) 土肥 修, 大槻敦巳, 日本機械学会論文集, 41-345, (1975), 1354-1362.
- 49) Doi, O., Ukai, T., Ohtsuki, A., Bull. of the JSME, 18-123, (1975), 940-952.
- 50) 土肥 修, 大槻敦巳, 日本機械学会論文集, 42-353, (1976), 84-91.
- 51) Doi, O., Ohtsuki, A., Bull. of the JSME, 19-127, (1976), 940-952.
- 52) Doi, O., Ohtsuki, A., Bull. of the JSME, 19-135, (1976), 1019-1024.
- 53) 土肥 修, 大槻敦巳, 日本機械学会論文集, 43-367, (1977), 838-850.
- 54) 土肥 修, 大槻敦巳, 日本機械学会論文集, 43-375 (1977), 4011-4018.
- 55) Doi, O., Ohtsuki, A., Bull. of the JSME, 20-149, (1977), 1367-1374.
- 56) Doi, O., Ohtsuki, A., Bull. of the JSME, 21-157 (1978), 1071-1076.
- 57) 土肥 修, 大槻敦巳, 機械の研究, 39-2, (1987), 312-318.

[Appendix: Method 1]

Fig.A Non-dimensional chart for finding the parameter γ when the deflection ξ_{max} (x_{max}/L) is given.

[Appendix: Method 2]

Fig.B Non-dimensional chart for finding the parameter γ when the deflection η_{max} (y_{max}/L) is given.