光弾性応力凍結法による皿ばねの実験

Photoelastic Analysis of Disk Spring

松 原 英* 吉 川 文 岳*

H. MATUBARA,

F. YOSHIKAWA

1. ま え が き

光弾性実験法によって、皿ばねの応力状態を知る可能性を検討するために、中央に穴のある円板で高さ零の皿ばねをエポキシ樹脂で作製し、応力凍結法によって得た応力値と、皿ばねの実用計算式による計算値とを比較検討した。

2. 試 料

応力繰りかえしの読みやすさ、特に引張、圧縮の両端が断面にわたって見られるため、高い内周部応力をあらかじめ計算の上、厚みを12mmにした。また外内径寸法は実用ばねに近くし内外径比も2とした。

試料はアルダイトB、ハードナーHT 901を原料として、10:3の割合で平行板を作り、これを機械加工により試料寸法に仕上げた。この素材板の初期応力を取り去るため、および切削後にも加工応力を除くために、応力凍結操作と同じ加熱を何度も繰返した。¹⁾

このように作成した3個の試料の仕上がり寸法を第1表に示す。そしてこれらの試料のおおのほに、それぞれ3.5kg, 5.0kg および8.5kgの3種類の荷重をかけて、応力凍結試料を作成した。

第1表 試 料 の 寸 法 (mm)

試 料	厚さ平均値 (t)	外径測定値 (2r ₂)	内径測定値 (2r ₁)	r ₂ /r ₁
荷重3.5kg 用	11.82	130.0	65.0	2
〃 5.0 〃	11.75	130.0	65.0	2
〃 8.0 〃	11.65	130.0	65.0	2

3. 計算式および試料の性質

皿ばねの実用計算式は一般に使われている Almen-Laszlo の式²⁾を用いた。

この式は断面の角変位が比較的小さく、負荷および支持は各円周上一様分布であり、たわみを生じた場合にも断面は変形しないという仮定のもとに導かれている。

図1に示すように記号をとれば、内外円周上で負荷された場合の荷重Pは次のように与えられる。

図1 試料の形状と負荷法

$$P = C_1 C E t^4 / r_2^2$$

上式でEは縦弾性係数であり、Cは試料の内外径比r₂/r₁で表わされる常数である。

C₁は板厚tとたわみδの関数である。実験についての荷重は図示するごとく、半径r₁'とr₂'にかかっているから、その場合の荷重をP'とすると次のような補正を行なう必要がある。

$$P' = (r_2 - r_1) P / (r_2' - r_1')$$

またその場合のたわみδ'に対しても補正を行なう。

$$\delta' = (r_2' - r_1') \delta / (r_2 - r_1)$$

また内周上端、下端、外周下端に生じる接線方向の応力σ_c, σ_{t1}, σ_{t2}は

$$\sigma_c = -K_c E t^2 / r_2^2$$

$$\sigma_{t1} = K_{t1} E t^2 / r_2^2$$

$$\sigma_{t2} = K_{t2} E t^2 / r_2^2$$

上式でK_c, K_{t1}, K_{t2}は内外径比および板厚とたわみの関係で表わされている。

エポキシ樹脂は室温状態と転移域以上のゴム状弾性状態では全く性質がちがう。凍結法で応力を解析するには凍結温度(120°C)での性質を使用する。³⁾ すなわちポアソン比μ:0.5, 縦弾性係数E:1.56kg/mm², 光弾性感度α:40.5mm/kg, 引張強さ:0.20kg/mm²。

4. 試験装置および試験方法

4.1 試験装置

* 中央発条株式会社

凍結装置：写真1に示すように内部一定に保持できる熱風循環式の実験戸で、内外支持力が円周一様に分布するように負荷するため、ベアリング球を通して下方に錘をつるした。またクリープ状態はベアリング球上から

写真1 応力凍結装置

炉外に出した腕の動きを、ダイヤルゲージで測定して得た。

光弾性装置：ポーラリスコープ（理研計器製、白色光）、および300mm 径の大視野装置（理研計器製、単色光水銀灯、 $\lambda=5461\text{\AA}$ ）を用いた。

4.2 試験方法

4.2.1 応力凍結操作

ガラス転移域をゆっくり冷却する操作としては、図2に示す応力凍結サイクルをとった。凍結温度になってから1.5hr のあいだ、試料を安定させたのち負荷を始め図3に示すクリープ曲線を測定しながら凍結サイクルにはいった。試料には、凍結温度に安定するまで負荷しないのがよいので、写真1に示すように、炉内の取りはずしできない部分はアルミニウムで作り、重量を軽減した。この部分の重量は154gr であった。

4.2.2 凍結後の処理およびスライスの作成

凍結の終了した試料およびスライス、冷暗場所のデシケータの中に保存し、吸湿による時間縁効果（加工後の時間経過とともに、仕上げたスライスの縁に応力が入ってきて、正規の外力によって生じた等色線縞を歪曲させること）の侵入を防いだ。この応力解析用スライスの切削はまず後述の応力計算式から読みやすい応力縞になるようにスライス厚みを計算し、ついで図4に示すように切削位置を適宜にきめて、円周の接線方向にけがき金鋸と鋸およびエメリーペーパーで仕上げた。

4.2.3 応力の測定

図2 負荷と凍結サイクル

図3 クリープ曲線

図4 スライス切削位置

S_i : 試料の中心からスライス中心までの距離

ポラリスコープにより各スライスの縞模様を観測し、赤色の縞を基準にして、スライス縁の縞次数を読み取った。なお、赤色の縞は後に掲げる単色光による写真の黒縞にあたっている。同時に同じ位置のスライス厚みをマイクロメータで測定し、応力計算式によってスライス縁の応力を求めた。

5. 試験結果および考察

5.1 たわみの測定

前述のように実用計算式では断面の角変位は小さく、

断面は変形しないものとして計算されているが、エポキシの試料では図5のような断面の弯曲が認められた。従ってこの場合は、たわみを図5および第2表に示すように測定値 δ' から弯曲量 h を差引く方法によって求めた。

第2表 たわみの測定値 (mm)

試料	3.5 kg	5.0 kg	8.0 kg
たわみ			
試料の計算値 δ'	1.961	2.787	4.281
試料の板厚 t	11.82	11.75	11.67
寸法 A	12.068	12.005	12.060
寸法 B	14.920	16.092	18.386
寸法 C	12.064	12.162	12.386
試料の測定値 δ'	2.60	3.68	5.61
弯曲量 h	0.35	0.50	0.65
たわみ h	2.25	3.18	4.96

$$\delta' = B - C - (A - t)$$

図5 凍結試料のたわみ

試料厚みでの計算値と図5による測定値を比較すれば第2表および図6のようになる。弯曲のままのたわみは計算値より大きく、弯曲量を差引いたたわみでも計算値

図6 たわみの比較

より大きい。

弯曲のままのたわみは計算値に対して、31%~33%多く、弯曲量を差引いたたわみでも、14%~16%多い。

この実験で使用した試料の板厚は厚く、かつ断面の変形による厚みの変化がかなり大きく、また荷重点に凹みが生ずることなどが、たわみの計算値と測定値の差異の原因になっていると思われ、また、せん断力による変形も無視できないと思われる。

5.2 応力の計算

スライスの両端面（自由縁）での応力は、次式から計算できる³⁾。

$$\sigma = N / (\alpha t_s)$$

N : スライスの両端面での縞次数

α : 凍結温度 (120°C) での光弾性感度
(40.5 mm/kg)

σ : スライス端面の応力 (kg/mm²)

t_s : 縞次数を読み取った位置のスライス厚み (mm)

図7 応力分布図

光弾性装置の単色光による縞模様（等色線図）の一例を示すと、写真2のようである。

N と t_s を測定して、上式から σ を求め、試料の応力分布図を作成すれば、図7を得る。

各測定点の応力は、各スライス厚みにおける平均値であるので、打点の位置もスライス厚みの中央における値として示した。

また、内周応力、外周応力と荷重との関係は図8に示すようになる。

さらに、内周応力の厚さ方向の分布状態を、 σ_c , σ_t にわけて図示すれば、図9のごとくである。

上のように応力測定値は計算値より低く、試料の内周

荷 重 (Kg)	3.5	5.0	8.0
S/r_t	1.062 1.923	1.046 1.954	1.062 1.923

写真2 スライスの単色光による等色線図の例

スライスの上表面は圧縮側下表面は引張側

図8 荷重応力曲線

圧縮応力は、26%~39%小さく、引張応力は、6%~16%小さい。これらの応力が計算値より小さくでていることは、圧縮側に特に大きく生じたが、これは断面の塑性変形に原因していると考えられる。

6. む す び

特定形状の皿ばねを試料として、一定荷重におけるたわみを測定し、かつ、光弾性応力凍結法により応力の分布状態を測定して、Almen-Laszlo の式による計算値と比較した結果、次のようなことがわかった。

1. 3種類の荷重を与えてたわみを測定したところ、計算値に比較して、31%~33%多く、試料の彎曲を考慮しても、14%~16%多い。
2. 応力測定値は計算値より低く、試料の内周圧縮応力は、26%~39%、引張応力は、6%~16%ともに小さい。
3. 計算値と実測値の差異の原因には、厚みの影響、断面の変形などが考えられる。
4. 光弾性応力凍結法で、皿ばねの応力状態を測定する方法は、引張応力については近似すると考えてよいが、圧縮応力については、さらに差異の原因を追求し、相応の修正を加える必要がある。

終りに本研究について多大のご指導を賜った名古屋大学川本眺万教授に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 川本眺万：土木学会講習会テキスト，昭38，174.
- 2) 日本ばね協会編：ばね，昭34，205.
- 3) 辻，西田，河田：光弾性実験法，昭40.

図9 内周応力分布の計算値と測定値