クラッチダイヤフラムスプリングの変形と 皿ばね部の応力状態

Deflection and State of Stress on the Coned Disk of Clutch Diaphragm Spring

青山 咸恒・吉川 和男

Shigetsune AOYAMA・Kazuo YOSHIKAWA

1. ま え が き

クラッチダイヤフラムスプリングは、皿ばねの一変形例であるが、高速回転に好都合、荷重-変形特性が操作力の点で有利などの理由で、自動車のクラッチに次第に多く用いられるようになった。しかし、このばねの設計の基礎的事項、特に、リリースベアリングの変位と各部の応力の関係などは、まだ、十分明らかにされていない。

そこで、われわれは、まず、実験的にクラッチダイヤフラムスプリングの荷重-変形関係を求め、皿ばね部の応力分布を測定した。次に、レバーから伝わるモーメントが、皿ばねの内周に様に分布するとして皿ばね部の変形と応力を解析的に求め、実験結果と比較した。

2. 実 験

2.1 供試品および負荷方法

供試品は 7"φ クラッチダイヤフラムスプリングで、その形状寸法を図 1 に示す。両表面は無負荷状態の形により凸側、凹側に区別した。負荷には 10 ton 万能試験機 (200 kg レンジ) を用いた。その状況を図 2 に示す。

図 1 供試品の形状寸法

図 2 負荷状況概略図

供試品はクラッチカバーに取付けて (ピボットリングで皿ばね内周部を支持)、試験機ベッド上におき、レバー先端部にリリースベアリングを用いて荷重を加える。なお、今回の実験ではプレッシャープレートを組付けていない。したがって、ダイヤフラムスプリングの初期状態は無負荷状態である。

2.2 荷重と変形の関係

各荷重段階において、リリースベアリングの変位と皿ばね部のたわみ角とをダイヤルゲージにより測定した。皿ばねのたわみ角は、実験と解析を結びつけるパラメータとして特に取り上げた。結果を図 3 に示す。リリースベアリングの変位あるいは皿ばね部のたわみ角と荷重の関係は 3 次曲線的で、変形増加に対し、荷重は最初約 160 kg 付近で極大、次に約 90 kg 付近で極小を示す。レバー部および皿ばね部が水平になるのは、荷重が極大値を過ぎて減少する範囲で、それぞれ 150 kg, 130 kg ~ 120 kg 付近であった。

2.3 皿ばね部の応力分布

2.3.1 ぜい性塗膜による観察 ぜい性塗膜試験には、熱乾燥型ダイラー B を用いた。皿ばね部の応力は、変形の大小により複雑に変化すると思われる。そこで、まず図 4 に○印で示す 4 変形段階まで負荷し、それぞれのき裂模様 (直接法) を比較した。さらに、●印で示す荷重点では、応力緩和法によるき裂模様を求めた。すべての実験を通じ、き裂方向 (主応力方向を示す) はあまり変化しなかった。結果の一例として、最も大きく変形させた時の、凹側表面におけるき裂模様を写真 1 に示す。皿ばね部凹側表面では、円周方向の引張応力が主体であることが分かる。また、皿ばね部中央から外側にかけて、応力はほぼ一様であるが、皿ばね部内周付近ではスリット

* 株式会社 豊田中央研究所
Toyota Central Res. & Dev. Lab. Inc.

図 3 荷重—変形関係

図 4 ぜい性塗膜試験を行なった荷重段階

底付近に応力が集中し、レバー中心線上では緩和している。各スリット間では、同じパターンのき裂模様が繰返

写真 1 ぜい性塗膜試験結果
(たわみ角 0.34 rad, 荷重 160 kg, 凹側表面)

されており、応力分布についても同様と考えられる。

2・3・2 ひずみゲージによる応力解析 供試品両表面の 1 スリット間 (要部) に、ぜい性塗膜試験で求めた主応力方向に沿って、標点距離 2 mm のクロスゲージ (共和製, KFC-2-D 16-11) を貼り、応力解析を行なった。ゲージ貼付位置およびゲージ番号を図 5 に示す。ひずみは皿ばね部のたわみ角と関連させて測定し、平面応力状態として各点の主応力を求めた後、円周方向応力と半径方向応力に直した。

スリット中心線上の測定点の円周方向応力およびレバー中心線上の測定点の半径方向応力を、皿ばね部のたわみ角に対してプロットすると、それぞれ図 6 および図 7 のようになる。皿ばね凸側内周 (ゲージ No. ①) あるいは凹側外周 (ゲージ No. ④) における圧縮あるいは引

図5 ひずみゲージ貼付位置

図6 円周方向応力とたわみ角の関係
(スリット延長線上)

張の円周方向応力は、たわみ角の増加とともに著しく増加し、皿ばねが水平になる頃（たわみ角 0.2 rad）から飽和する傾向にある。一方、皿ばね凹側内周（ゲージ No. ⑩）あるいは凸側外周（ゲージ No. ④）における円周方向応力は、皿ばねが水平（たわみ角 0.2 rad）になる付近まで高々 10 kg/mm² 程度であるが、たわみ角が 0.2 rad を越すあたりから前者は引張、後者は圧縮に符号を変え急に大きくなる。内周付近のレバー中心線を除くと、皿ばねの円周方向応力は半径方向応力よりかなり大

図7 半径方向応力とたわみ角の関係
(レバー中心線上)

きい。

図8には、皿ばね部の同一半径上における円周方向応力の分布を示す。円周方向応力は、皿ばね部外周に近いほど一様になり、内周に近づくときスリット中心線上で高く、レバー中心線上で低い。各半径位置における応力の最大値あるいは最小値を平均値（公称応力）で割った値を表1に示す。この値は、皿ばね部外周付近ではほぼ1であるが、内周に近づくに従って大きくなり、スリット底から 2 mm 離れた円周上では、例外的なものを除い

図 8 各半径位置における円周方向応力の分布 (1 スリットピッチ間)

表 1 同一半径上における円周方向応力のピーク値を平均値で割った値 (応力集中係数)

たわみ角 (荷重)		0.108 rad (152 kg)		0.180 rad (120 kg)		0.266 rad (81 kg)		0.300 rad (87 kg)		0.334 rad (120 kg)	
応力測定 位置		凹側表面	凸側表面	凹側表面	凸側表面	凹側表面	凸側表面	凹側表面	凸側表面	凹側表面	凸側表面
スプリング 中心軸から の半径 r (mm)	85 (外周)——	——	——	——	——	——	——	——	——	——	——
	83 $\frac{64}{62}=1.03$	$\frac{6}{5}=1.20$	$\frac{90}{86}=1.05$	$\frac{-8}{-7}=1.14$	$\frac{106}{102}=1.03$	$\frac{-35}{-35}=1.00$	$\frac{108}{104}=1.04$	$\frac{-51}{-50}=1.02$	$\frac{105}{103}=1.02$	$\frac{-69}{-68}=1.01$	
	76 $\frac{46}{41}=1.12$	$\frac{-22}{-21}=1.05$	$\frac{72}{65}=1.11$	$\frac{-43}{-42}=1.02$	$\frac{97}{89}=1.09$	$\frac{-73}{-68}=1.07$	$\frac{104}{96}=1.08$	$\frac{-86}{-80}=1.07$	$\frac{105}{104}=1.01$	$\frac{-99}{-93}=1.06$	
	71.5 $\frac{27}{22}=1.23$	$\frac{-47}{-42}=1.12$	$\frac{52}{45}=1.16$	$\frac{-76}{-67}=1.13$	$\frac{86}{73}=1.18$	$\frac{-105}{-92}=1.14$	$\frac{101}{87}=1.16$	$\frac{-116}{-98}=1.18$	$\frac{115}{99}=1.16$	$\frac{-124}{-107}=1.16$	
	67 $\frac{6}{0}=——$	$\frac{-93}{-66}=1.41$	$\frac{23}{21}=1.09$	$\frac{-142}{-98}=1.45$	$\frac{73}{57}=1.28$	$\frac{-174}{-120}=1.45$	$\frac{98}{72}=1.36$	$\frac{-180}{-122}=1.48$	$\frac{130}{93}=1.40$	$\frac{-179}{-126}=1.42$	
	65 (スリット 底)	——	——	——	——	——	——	——	——	——	——

(分母: 平均値, 分子: ピーク値)

て, 1.3~1.5 程度である。

表 1 に示した同一半径上の凸側表面および凹側表面の円周方向応力の平均値を用い, 断面内で応力が直線分布するとして板厚方向の応力分布を示すと, 図 9 のようになる。この応力分布は面内力による応力 (板厚中心位置の応力値) と曲げ応力 (板厚の中心からの振り分けで求められる) からなると考えられる。面内力は各半径位置において, たわみの角が大きくなってあまり変化せず, 皿ばね外周近くでは引張の $20 \sim 30 \text{ kg/mm}^2$, 内周近

くでは符号が圧縮に変わって $20 \sim 30 \text{ kg/mm}^2$ となっている。一方, 曲げ応力はたわみ角が大きくなるにつれて大きくなり, たわみ角 0.334 rad , 荷重 120 kg で 120 kg/mm^2 程度になっている。したがって, 実測された応力は曲げ応力が主体になっていると考えられる。

皿ばね部のスリット中心線上およびレバー中心線上の半径方向応力の分布は, 図 10 のようになる。スリット中心線上の半径方向応力は, 外周およびスリット底付近ではきわめて小さく, 凹側表面では皿ばねの中央やや内

図9 皿ばね部板厚方向の応力分布

周よりにピーク ($-15 \sim -25 \text{ kg/mm}^2$) を示す。レバー中心線上の半径方向応力は、外周近くではほとんど零であるが、内周に近づくにつれて、凸側表面では引張、凹側表面では圧縮の応力が次第に値を増す。半径方向応力は皿ばね部のたわみ角が 0.180 rad (荷重 120 kg) の時最大となる。図9には参考のため、この場合の半径方向応力の板厚内の分布もあわせて示してある。

3. 解析

前節の実験結果からみて、クラッチダイヤフラムスプリングの変形は、皿ばね部が初期の断面形を保ちながら傾きを変えて行く様式が基礎になっていると思われる。レバー部は、リリーズベアリングを介して先端に加えられた荷重を、モーメントとして皿ばね部内周に伝える役割をし、このモーメントを皿ばねが支える。そこで、クラッチダイヤフラムスプリングを、レバーから伝えられたモーメントが均一に内周に分布する大変形状態の皿ばねとして解析した。

3.1 解析方法

3.1.1 微小変形の解析

- 解析には、まず、
(i) 皿ばね部は初期の断面形を保ちながら傾きを変える(断面の板厚中心線はたわまない)。

図10 皿ばね部の半径方向応力

- (ii) 断面形の角変位は小さい。
(iii) 荷重および支持反力は円周上に一様に分布する。

と仮定する。次に、皿ばねのたわみ角が変化することにより、半径 r 、断面の回転中心からの高さ y に位置する円環繊維要素が伸縮して生ずる応力の積分値と外力とを釣合わせる¹⁾。

まず、図11(皿ばね部の横断面図)に示すように、変形前の皿ばねの板厚を t 、内、外径をそれぞれ r_i 、 r_o 、断面の傾き角(円錐の角)を β_0 、回転中心位置の半径(皿ばねが変形しても伸縮しない円環繊維)を r_c とする。回転中心に原点 O を取り、皿ばね(円錐の輪)の中心軸に平行に y 軸、 y 軸と直角方向に x 軸を取る。外力により、皿ばね部の各断面が断面内の回転中心回りに微小たわみ角 $\Delta\theta$ 回転すると、皿ばね中心からの半径 r 、回転中心からの高さ y の円環繊維の応力 $\sigma_{\Delta\theta}$ は、

$$\sigma_{\Delta\theta} = E \Delta\theta y / r \quad (1)$$

で表わされる。 E は縦弾性係数である。皿ばね断面の初期傾き角 β_0 はあまり大きくないとすると、 $\sin \beta_0 \approx 0$ 、 $\cos \beta_0 \approx 1$ と置くことができる。いま、皿ばねの断面の両辺に平行に x_1 および y_1 軸を取ると、 $y = y_1 + \beta_0 x_1 = y_1 + \beta_0(r - r_c)$ となり、(1)式は次のように書き換えられる。

$$\sigma_{\Delta\theta} = E \Delta\theta \{y_1 + \beta_0(r - r_c)\} / r \quad (2)$$

ここで、図12に示すように、皿ばねの半分をとり、

図 11 微小変形解析のモデルおよび座標系

図 12 皿ばね半円輪の釣合い

皿ばね内周に均一に分布する曲げモーメント（単位長さ当り M_t ）と mn 断面の応力の釣合いを考える。まず、断面には外力の作用はないから、応力の総和は零に等しい。

$$\begin{aligned} \int_A \sigma_{\theta\theta} dA \\ = \int_{-(t/2)}^{t/2} \int_{r_i}^{r_0} \frac{E \Delta\theta \{y_1 + \beta_0(r-r_c)\}}{r} dr dy_1 \\ = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

次に、その応力が mn 軸回りにつくるモーメント M は、皿ばねの内周に働く曲げモーメントと釣合うから、

$$\begin{aligned} M &= \int_A \frac{E \Delta\theta \{y_1 + \beta_0(r-r_c)\}^2}{r} dA \\ &= \int_{-(t/2)}^{t/2} \int_{r_i}^{r_0} \frac{E \Delta\theta \{y_1 + \beta_0(r-r_c)\}^2}{r} dr dy_1 \\ &= M_t \cdot r_i \end{aligned} \quad (4)$$

(3)式を積分して、回転半径 r_c を求めると、

$$r_c = \frac{r_0 - r_i}{\log_e(r_0/r_i)} \quad (5)$$

一方、図 13 に示すように、皿ばねの内周に均一に分布するモーメントは、リリースベアリングを介して加えられる軸荷重 $P_{\Delta\theta}$ によって生ずるから、リリースベアリングの接触部半径を r_i とすれば、

図 13 リリースベアリングによる軸荷重と皿ばね内周に分布する支持モーメントとの釣合い

$$\begin{aligned} P_{\Delta\theta} &= \frac{2\pi r_i}{r_i - r_i} \cdot M_t \\ &= \frac{2\pi}{r_i - r_i} \int_A \frac{E \Delta\theta \{y_1 + \beta_0(r-r_c)\}^2}{r} dA \end{aligned} \quad (6)$$

(4)式、(6)式から、皿ばねにたわみ角 $\Delta\theta$ を生じさせるため、リリースベアリングに加えるべき軸荷重を求めることができる。

リリースベアリングの変位 $\delta_{\Delta\theta}$ は、皿ばね部内周の傾きによって生ずる変位と、レバールの曲げによる変位の和であるから、X 軸を、皿ばね内周を原点としてレバール先端に向けて取り、レバールの数を n_i とすると、

$$\begin{aligned} \delta_{\Delta\theta} &= (r_i - r_i) \tan \Delta\theta \\ &+ \iint \frac{-P_{\Delta\theta}/n_i \cdot X}{EI} dX dX \end{aligned} \quad (7)$$

で表わされる。

3.1.2 大変形状態の解析 皿ばね部断面が、初期状態からその回転中心回りに微小たわみ角 $\Delta\theta$ だけ回転した場合の各部の応力、リリースベアリングの軸荷重、リリースベアリングの変位は、(2)式、(6)式、(7)式から計算することができる。

回転中心 r_c 回りにさらに $\Delta\theta$ 回転した場合、各部の応力 $\sigma_{2\Delta\theta}$ は、最初および 2 回目のたわみ角 $\Delta\theta$ によって生ずる応力の重ね合わせとし、軸荷重 $P_{2\Delta\theta}$ は重ね合わせた応力の釣合いから求める。この荷重を(7)式に代入して、リリースベアリングの変位 $\delta_{2\Delta\theta}$ を得る。

$$\begin{aligned} \delta_{2\Delta\theta} &= \frac{E \Delta\theta \{y_1 + \beta_0(r+r_c)\}}{r} \\ &+ \frac{E \Delta\theta \{y_1 + (\beta_0 - \Delta\theta)(r-r_c)\}}{r} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} P_{2\Delta\theta} &= \frac{2\pi}{r_i - r_i} \\ &\times \int_A \frac{\sigma_{2\Delta\theta} \{y_1 + (\beta_0 - \Delta\theta)(r-r_c)\}^2}{r} dA \end{aligned} \quad (9)$$

$$\delta_{2\Delta\theta} = (r_i - r_t) \tan 2\Delta\theta + \iint \frac{-P_{2\Delta\theta}/n_i \cdot X}{EI} dXdX \quad (10)$$

回転中心回りに微小回転 $\Delta\theta$ が次々と重畳し、総回転角（皿ばねのたわみ角）が $n\Delta\theta$ になった時の応力 $\sigma_{n\Delta\theta}$ 、軸荷重 $P_{n\Delta\theta}$ 、レリーズベアリングの変位 $\delta_{n\Delta\theta}$ は、微小たわみ角 $\Delta\theta$ をパラメータとした漸化式となる。すなわち、

$$\sigma_{n\Delta\theta} = \frac{E\Delta\theta}{r} \left[n\gamma_1 + \left\{ n\beta_0 - \frac{n(n-1)}{2} \Delta\theta \right\} (r - r_c) \right] \quad (11)$$

$$P_{n\Delta\theta} = \frac{2\pi E}{r_i - r_t} (r_0 - r_i) \cdot n\Delta\theta \times \left[\frac{t^3}{12r_c} + \left(\beta_0 - \frac{n-1}{2} \Delta\theta \right) \left(\frac{r_0 + r_i}{2} - r_c \right) t \right] \quad (12)$$

$$\delta_{n\Delta\theta} = (r_i - r_t) \tan n\Delta\theta + \iint \frac{-P_{n\Delta\theta}/n_i \cdot X}{EI} dXdX = f(n, \Delta\theta) \quad (13)$$

3.2 解析結果

皿ばね断面の初期傾き角 $\beta_0 = 0.2 \text{ rad}$ から出発して、微小たわみ角 $\Delta\theta$ を 0.01, 0.005, 0.001 rad の3段階に選び、(11)式、(12)式により応力—たわみ角、荷重—たわみ角関係を計算する。計算には電算機を用い、断面

図 14 微小たわみ角 $\Delta\theta$ を変化させた時の計算結果

の傾き角が -0.2 rad になるまで計算を続けた。結果を図 14 に示す。皿ばね各半径位置の円周方向応力とたわみ角の関係線は、凹側表面では、いずれの微小たわみ角による場合も、たわみ角 $0.37 \sim 0.39 \text{ rad}$ の所で 1 点に交わる。すなわち、計算した全半径位置の応力が等しくなるたわみ角が存在することを示している。凸側表面においても、凹側と同じ挙動を示すが、1 点に交わるたわみ角は 0.4 rad より大きい所にある。荷重とたわみ角の関係は実験結果と同様 3 次曲線である。

逐次計算における微小たわみ角として、 $\Delta\theta = 0.01 \text{ rad}$ とした時と $\Delta\theta = 0.05 \text{ rad}$ を選んだ場合とを比較すると、 $\Delta\theta = 0.01 \text{ rad}$ の場合の方が応力が最大数 %、荷重で最大約 10% 大きくなっている。しかし、 $\Delta\theta = 0.005 \text{ rad}$ と $\Delta\theta = 0.001 \text{ rad}$ の場合とでは、応力はほとんど同じで、荷重は $\Delta\theta = 0.005 \text{ rad}$ の方が最大 3~4% 大きい程度であり、解はほぼ収束していると思われる。応力—たわみ角の関係が荷重—たわみ角の関係より早く収束するのは、応力—たわみ角関係式 ((11) 式) が計算ステップ数 n の 2 乗であるのに対し、荷重—たわみ角関係式 ((12) 式) が n の 3 乗であることから、誤差の累積に違いがあるためと思われる。

4. 実験結果と解析結果の比較

微小たわみ角 $\Delta\theta = 0.001 \text{ rad}$ を用いた場合の解析結果と実験結果を比較する。図 15 は荷重—レリーズベアリングの変位、あるいは荷重—皿ばねのたわみ角の関係の計算結果と実験結果を比較したものである。荷重—変形関係の計算結果は、定性的には実験結果とよく一致した。定量的にみると、荷重とたわみ角の関係では、たわみ角が大きくなるほど両者の差は大きくなり、たわみ角 0.3 rad において、計算値は実験値の約 10% ましであった。荷重とレリーズベアリングの変位の関係では、逆に、実験による変位が計算よりやや大きく、差は初期には荷重に比例して増加し、2~3 mm 程度で飽和している。これらの差は、おもに、解析の際、皿ばね断面が半径方向にたわまないとしたことによると思われる。

図 16 には円周方向応力—たわみ角関係について、計算結果と実験結果とを比較した。実験結果としては、表 1 に示す同一半径位置における円周方向応力の平均値をプロットした。各半径位置の円周方向応力の計算結果は、実験による平均値（公称応力）と比較的よく一致している。したがって、内周付近の形状による応力集中の係数をあわせて用いると、計算結果から皿ばね部の最大応力を予想することができるとと思われる。

5. ま と め

クラッチダイヤフラムスプリングの荷重—変形関係、

図 15 実験結果と計算結果の比較 (荷重-変形関係)

図 16 実験結果と計算結果の比較
(円周方向応力とたわみ角の関係)

皿ばね部の応力分布を実験と解析の両面から検討し、次の結果を得た。

1) 荷重とレリーズベアリングの変位あるいは皿ばね部のたわみ角の関係は3次曲線的であり、皿ばね部は荷重が極大値を過ぎた後水平になった。

2) 皿ばね部の応力は、内周付近では半径方向の応力も無視できないが、おもに円周方向の応力である。また、

この応力は曲げ応力が主体になっていると考えられる。

3) 皿ばね部の同一半径上における円周方向応力は、外周に近いほど均一になり、内周に近づくときスリット中心線上で高く、レバー中心線上で低い分布を示した。また、各半径位置における応力の最大値あるいは最小値を平均値(公称応力)で割った値は、皿ばねの内周に近づくに従って大きくなり、スリット底から2 mm離れた円周上では、例外的なものを除いて、1.3~1.5程度であった。

4) 荷重とレリーズベアリングの変位あるいは皿ばね部のたわみ角との関係の計算結果は、実験結果と定性的によく一致した。しかし、定量的に見ると両者には若干の差がある。この差は、解析の際に皿ばね断面が半径方向にたわまないとしたことが主原因と考えられる。

5) 皿ばね部各半径位置の円周方向応力の計算結果は、実験で求めた応力分布の平均値(公称応力)と比較的よく一致した。したがって、実験的に求めた内周付近の形状による応力集中の係数を用いることにより、計算結果から皿ばね部の最大応力を予想することができると思われる。

本研究にあたり、供試品はアイシン精機株式会社から提供していただいた。また、実験に際しては倉田正則氏の熱心な協力を得た。さらに研究の各段階において、豊田中央研究所の多くのの方々からご援助、ご助言いただいた。記して感謝の意を表する次第である。

参考文献

- 1) S. チモシェンコ, 材料力学中巻 東京図書。