図式計算法によるぜんまいの設計例

Some Design Examples of Spiral Mainsprings by the Graphical Calculation Method

安 達 嶺 夫*

Mineo ADACHI

1. はじめに

長尺の接触型うずまきばね, すなわち, ぜんまいの設計において問題になるのは, 荷重の非線形特性であって, 巻はじめや巻終りのコイル接触時の荷重特性値の決定である. 筆者は実用的に正確でかつ簡便のために図式計算法を採用しているが, この方法は直観性にすぐれており, さらに特性点の決定の外, ばねの作動状況や, 製造方法に対しても有効な参考資料が得られるなど, 実用性にすぐれている手段であると考ええる.

筆者は「ばね」(初版)¹⁾, 「ばね」(改訂版)²⁾ に掲載されている諸式に筆者の方法によって若干の補足を行ない設計を行っているので, この方法により計算し, 製作した実例を述べて参考に供したいと考える.

2. 設計の方法とその実例

設計のための作図法を実例によって次に述べる.

2.1 例 1 の仕様

香箱の内径: D_0 mm	350
軸の径: d_0 mm	70
板の厚さ: h mm	1.6
板の幅: b mm	80
板の長さ: l mm	16000

2.1.1

この条件において, 次に示すトルク特性を満足するぜんまいの自由時曲率を求める手順を述べると次の如くである.

トルク特性 T	4 回巻の時	3000 kg-mm
	12 回巻の時	5000 kg-mm

とすると,

図 1 のように縦軸に曲率 ($1/\rho_1$), 横軸に内端よりのぜんまいの長さ s をとって, 軸径 70 mm の軸に密着に巻いたぜんまいの中心線の曲率 $1/\rho_1=(A)$ を次式により計算して作図する.

$$1/\rho_1(s) = (r_i^2 + h s/\pi)^{-1/2}$$

$$\text{ただし } r_i = (d_0 + h)/2$$

この曲率線は後述するように, ぜんまいの設計の基本曲線である. 図中には内端曲率 0.0279, 外端曲率 0.0103

図 1

を記載しておく.

次にぜんまいが解けて, 香箱内に密着したときの曲率曲線 $1/\rho_2=(B)$ を次式から求める.

$$1/\rho_2 = \{r_0^2 - h(l-s)/\pi\}^{-1/2}$$

$$\text{ただし } r_0 = (D_0 - h)/2$$

この曲線は内端で 0.00670, 外端で 0.00574 となって図 1 に示した曲線 (B) のようになる.

2.1.2

荷重特性にもとづく, ぜんまい自由時の曲率曲線 $1/\rho_0=(C)$ の決定については, エネルギーの蓄積性, 応力の均等性, 履歴量等を考慮すると, 曲率曲線 (C) は巻きしめたときの曲率曲線 (A) から常数を引いた, いわゆる理想曲線が望ましいのであるが, 荷重特性によって変更を余儀なくされる場合が多い. しかしながらできる限り理想曲線に近い曲線を選定すべきである.

ぜんまいを巻きしめるとその自由時の曲率曲線 (C) は曲率減少方向に平行に移行し (図 1 に示すように (C) は上向に平行移動する). そのときのトルク増大量は, ぜんまいの曲げこわさ $B = Ebh^3/12(1-1/m^2)$ と曲率減少量の積 $T = B(1/\rho_1 - 1/\rho_0)$ で示される.

$$E: 21000 \text{ kg/mm}^2$$

$$1/m: \text{ポアソン比 } 0.3$$

また巻数の増加量 n_i は図 1 に示された (C) の移動面積を 2π で除いた値となる. ただし s の単位は mm である.

ぜんまいの非接触時のばね定数 K は $2\pi B/l$ で表わさ

* 株式会社 村山製作所

れるので、これを解けばこのぜんまいのばね定数 K は
 $K=247 \text{ kg}\cdot\text{mm}$ となる。

条件は 4 回巻いたときに $3000 \text{ kg}\cdot\text{mm}$ のトルクであるから、初期接触終了時における巻数 n_2 を仮りに 2 回とすると

$$3000 \text{ kg}\cdot\text{mm} - (4-2) \times K \text{ より}$$

そのときのトルク T_2 は $2506 \text{ kg}\cdot\text{mm}$ になる。また香箱内に収納されたぜんまいの曲率は、外側の密着部は (B) であり、(B) と (C) の交点 e の内側においてぜんまいは自由で、自由時曲率 (C) となっている。(C) を上方に移動して (B) の外端 0.00574 に合せた曲線 (C₁) は全長にわたって接触部がない状態となって、そのトルクは T_2 になる。したがって T_2 のトルク $2506 \text{ kg}\cdot\text{mm}$ を得るための自由時曲率曲線 (C) の外端部曲率を x とおけば次式により求めることができる。

$$2506 \text{ kg}\cdot\text{mm} = B(0.00574 - x) \text{ より}$$

$$x = 0.00176 \text{ となる。}$$

ここに自由時曲率曲線 (C) の外端部曲率は 0.00176 となるが、若干トルクを強くするために当社で実験の結果補正してこれを 0.0015 として計算することにした。

ぜんまいの成形にあたって、くせつけの方法には種々あるが、ここでは長さ $s=6000 \text{ mm}$ までは心金巻とし、そのあとは可変ローラによって曲率を付加するものとして心金径 d_i の選定を行なうことにする。しかしここでも前述のように巻しめ曲線 (A) に対して、自由巻曲率曲線 (C) の外端部と内端部の曲率差が余り大きくなることが望ましい。ここに (A) の外端部曲率は 0.0103 、(C) の外端部曲率は 0.0015 であるからその差は 0.0088 、一方 (A) の内端部曲率は 0.0279 なので、 0.0279 と 0.0088 の差 0.0191 を自由時曲率 (C) の内端部曲率の上限と考えて、これより若干小さくなるように心金の径 d_i を次式により算出して選定する。

$$\frac{1}{\rho_0(s)} = \frac{1}{\left(r_i^2 + \frac{hs}{\pi}\right)^{1/2}} - \frac{3\varepsilon_y}{h} + \frac{4\left(r_i^2 + \frac{hs}{\pi}\right)}{10^6 \times h^3}$$

$$\text{ただし } r_i = (d_i + h)/2$$

内端部曲率は上に示した式により求めるが、 $s=0$ とし、 ε_y は板の厚さ、材料の引張強さ、くせつけ時の付加抵抗などによって異なるので、ここでは 0.00935 とする。これは硬さ HRC 45 で板厚 $1.2 \sim 1.6 \text{ mm}$ の場合に当社で補正設定した値である。これにより心金径 d_i を 55 mm とし、全長について計算すれば、自由時の曲率曲線 (C) を得ることができる。

2.1.3 荷重特性点の計算について

荷重特性点の計算は、図 1 のように (A)、(B) の外端部に (C) の外端部を移動させて (C₁)、(C_n) を作

図する。次に前に 2 回と仮定した初期接触終了時点の巻数 n_2 とトルク T_2 を計算すれば、 n_2 は曲線 (C₁)、(C) と (B) の囲む面積を計測 (計測はプランメーターまたは折線による近似測定値でもよい。ただし s の単位は mm とする) して得ることができる。この場合の n_2 は 2.33 を得た。

T_2 は計算にて求められ

$$T_2 = B(0.00574 - 0.0015) \text{ より}$$

$$= 2670 \text{ kg}\cdot\text{mm} \text{ を得る。}$$

次にぜんまいをさらに巻き込むと、板は再び接触を始めるが、そのときの巻数を n_4 、トルクを T_4 とすると、 n_2 から n_4 までの巻数の増加量 n_j は (C₁₁) と (C₁) の間の面・を 2π で除した値、すなわち

$$n_j = \frac{(0.0103 - 0.00574) \times 16000}{2\pi}$$

$$= 11.6 \text{ となる}$$

また、そのときのトルクの増加量 T_j は (C₁₁) と (C₁) の曲率の差に B を乗じた値、すなわち

$$T_j = (0.0103 - 0.00574) \times B$$

$$= 2875 \text{ kg}\cdot\text{mm} \text{ となる。}$$

これを整理すると

$$n_2 = 2.33, n_j = 11.6, n_4 = n_2 + n_j = 13.93$$

$$T_2 = 2670 \text{ kg}\cdot\text{mm}, T_j = 2875 \text{ kg}\cdot\text{mm},$$

$$T_4 = T_2 + T_j = 5545 \text{ kg}\cdot\text{mm}$$

図 2 に示したのはこの計算により求めた特性値と 13 回巻込んで巻戻しを行った戻しトルクの実測例である。この場合 13 回巻込んだときの応力は約 $155 \text{ kg}/\text{mm}^2$ であるが、このぜんまいを $0 \sim 13$ 回の繰返し試験を行った結果は $3 \sim 5 \times 10^4$ 程度の寿命が認められた。

図 2

2.2 例 2 の仕様

香箱の内径: $D_0 \text{ mm}$ 350

軸の径: d_0 mm 70
 板厚: h mm 1.6
 板幅: b mm 60
 板の長さ: l mm 21000
 作動回数: N 0~16回
 トルク特性 14回巻の時 4000 kg-mm

2.2.1

この条件に適合する自由時曲率を決める計算を行なう。例 1 と同様に作業を行ない、図 3 に示すように巻きしめ時曲率曲線 (A) と香箱内に密着時の曲率曲線 (B) を作図する。

このぜんまいのばね定数 K は

$K=2\pi B/l$ より $K=141$ kg-mm を得る。

n_2 を仮りに 3 回とすると、条件としてのトルク特性の 14 回巻までの巻数は 14 回-3 回=11 回となるので、そのトルク増加量は

141 kg-mm $\times$ 11 回 = 1550 kg-mm である。

したがって 14 回で 4000 kg-mm のトルクを得るには T_2 は

$$4000 \text{ kg-mm} - 1550 \text{ kg-mm} = 2450 \text{ kg-mm}$$

でなければならない。よって自由時曲率 (C) の端末曲率 x とすると前例のように次式によって求めることができる

$$2450 \text{ kg-mm} = B(0.00514 - x) \text{ を解いて}$$

$$x = 0.00055 \text{ が得られる。}$$

また、くせつけ心金の径は例 1 のようにして計算し 58 mm を得るが、さらに自由時曲率曲線 (C) を図 3 に示すように作成する。続いて (C_I), (C_{II}), (C_{III}) を作図して、それぞれの曲線図の間隔、面積より $n_2, T_2, n_4, T_4, n_5, T_5$ を求めれば図 4 に示した荷重特性図 d を作図することができる。

2.2.2 計算による特性線と実測値

図 4 に示す線 B_1 はぜんまいを 0~16 回の巻込試験において 500 回の繰返し後の巻込時トルクの実測値であ

図 3

図 4

図 5

り、 B_2 はその巻戻し時のトルクの実測値である。 C_1 は 5000 回の繰返し試験後における巻込時トルクであって、 C_2 はその巻戻し時トルクのそれぞれの実測値である。図 4 に示す如く、500 回繰返し時の最大トルクは 4800 kg-mm で、最大応力は 187 kg/mm² に達している。

5000 回繰返しでは 6% 強の永久歪が発生しているように考察される。なお、このぜんまいの寿命は上記試験においては 4 例中 11000 回が最小であって、この値は一般に考えられているものより相等高い値であると思われる。

2.3 例 3 の仕様

香箱の内径: D_0 mm	290
軸の径: d_0 mm	60
板の厚さ: h mm	1.2
板幅: b mm	70
板の長さ: l mm	28000
最大巻数: N	23 回
トルク特性: 16 回巻の時	2200 kg-mm

2.3.1

この条件による巻しめ曲線 (A) を香箱内径密着曲線 (B) を前掲例に従って作図して図 5 に示した。

本例のばね定数 K は 52 kg-mm であるから、 n_2 を仮りに 2 回とすると指示された 16 回巻までのトルク増大量は 52 kg-mm × 14 回 = 728 kg-mm となるから、 T_2 は 2200 kg-mm - 728 = 1472 kg-mm となる。

したがって自由時の曲率曲線 (C) の外端部曲率 x は

$$1470 = B(0.005734 - x) \quad \text{より}$$

$$x = 0.0006 \quad \text{になる。}$$

つきにくせつけの心金径の選定は、このぜんまいの特徴として、スペースの割に作動回数が大きく、板の長さと板厚の比が過大であるという点に留意して心金の選定を行なう必要がある。

ここにぜんまいの最大巻数 N_m は

$$N_m = \left\{ \sqrt{4lh/\pi + d_0^2} + \sqrt{D_0^2 - 4lh/\pi} - (D_0 + d_0) \right\} / 2h$$

より、28.6 回で得ることができる。これは与えられた条件の回転数 23 回を引くと 5.6 回の余裕しかないのが判る。よって香箱内の自由巻数 N' は 3 回が限度となる。そこで N' が 3 となる心全の直径 d_i を求めるために、まず香箱内に密着するぜんまいの最少内径 D_1 を次式により求める。

$$D_1 = \sqrt{D_0^2 - \frac{4lh}{\pi}} \quad \text{にそれぞれの数値を入れて計算すれば}$$

$$D_1 = \sqrt{290^2 - \frac{4 \times 28000 \times 1.2}{3.14}} = 203 \text{ mm}$$

を得るが

この内径 D_1 と軸の径 d_0 との間隔は

$$(203 - 60) / 2 = 71.5 \text{ mm}$$

この間で 3 回ぜんまいが巻かれているのでピッチ p は

$$71.5 \text{ m} / 3 \text{ 回} = 24 \text{ mm} \quad \text{になり}$$

この自由巻部 3 回のぜんまいの長さ s_1 は次の通り

$$s_1 = p(\varphi^2 - \varphi_i^2) / 4\pi \quad \text{により求める。}$$

ここに φ は自由巻部の外端、すなわち密着部 D_1 203 に達する回転角であって、 φ_i は中心より軸の外径 d_0 70 までの回転角であるので、ピッチ p を 24 とすると

$$\varphi = \frac{2\pi D_1/2}{p} = \frac{2\pi \times 203}{24 \times 2} = 265$$

$$\varphi_i = \frac{2\pi d_0/2}{p} = \frac{2\pi \times 70}{24 \times 2} = 915 \quad \text{となって}$$

$$s_1 = \frac{p(\varphi^2 - \varphi_i^2)}{4\pi} = \frac{24(26.5^2 - 9.15^2)}{4 \times 3.14} = 1181$$

が得られる。

一方において、 s_1 は図に示す自由時曲率曲線 $1/\rho_0 = (C)$ と曲率曲線 (B) の交点 e の位置にあり、曲率曲線 (C)

図 6

は次式にて計算し作図した。

$$\frac{1}{\rho_0} = \frac{1}{(r_i^2 + hs/\pi)^{1/2}} - 0.0233 + \frac{4(r_i^2 + hs/\pi)}{10^6 \times h^3}$$

曲率曲線 $\frac{1}{\rho_0} = (B)$ は $\frac{1}{\rho_2} = \left\{ r_i^2 - \frac{h}{\pi}(l-s) \right\}^{-1/2}$ より

$s = 0 \text{ mm}$ の時は 0.00985

$s = 5000 \text{ mm}$ の時は 0.00904 となる

この曲線は近似的に直線と考えても、結果にほとんど影響がないので

$s = 0 \text{ mm}$ において 0.00985

$s = 5000 \text{ mm}$ において 0.00904 になる

直線にすると次式より

$$y = 0.00985 - \frac{(0.00985 - 0.00904) s_1}{5000} \text{ となって}$$

この両式に s_1 を 1181 として計算すると等しくなるので

$$0.00985 - \frac{0.00081 \times 1181}{5000} = \frac{1}{\left(r_i^2 + \frac{1.2 \times 1181}{\pi} \right)^{1/2}} - 0.0233 + \frac{4 \left(r_i^2 + \frac{1.2 \times 1181}{\pi} \right)}{10^6 \times 1.2^3}$$

これより r_i を求めると $r_i = 26$ となるが、心金径を d_1 とすると $r_i = (d_1 + h)/2$ より

$$26 = (d_1 + 1.2)/2 \text{ から } d_1 = 50.8 \text{ を得る}$$

この値は 3 回巻付時に S_1 が 1181 となる心金の径である。

実際に製作した心金の径は 58ϕ であるので、本例においては自由曲率曲線 (C) を求めて作図し、またそれぞれの移動曲線 (C_i), (C_n), (C_{m1}) を作図して示した。

2.3.2 計算による特性線と実測値

以上の手段により作図し、決められたそれぞれの (C_i) (C_n), (C_{m1}) によって、例 1, 2 のようにして n_2 , T_2 , n_4 , T_4 , n_5 , T_5 を求め、作図したものが図 6 である。

図 6 の曲線 A はこのぜんまいの巻込み時の実測値で、B は巻戻し時の実測値である。このぜんまいは T_4 における応力は概ね 170 kg/mm^2 で、その後の巻込みに対しては板間摩擦の影響も加わるためか、永久歪を生じつつあるようでトルクの増大が見られなかった。また図で判るように計算によるトルク特性値と実測値との差が略歪量と一致することはこのぜんまいの戻り回数が 1 回程度減少したことにより説明される。

板間摩擦量は、巻き初めにおいてトルクの計算値と実測値の差によって推測される。このぜんまいでは差は戻し時において 1.3 kg-m に達していることが推測された。

3. む す び

ぜんまいは複雑な要因が多くあるが、本文では作図方式と若干の解析の方法を混用して解決を計ったが、これは実測の結果から見て実用性のある手法と考える。

すなわち軸と香箱により一義的に定まる 2 つの曲率曲線の形成するスペースとぜんまいの自由時曲率曲線の移動によって、巻数、トルク、応力の分布等の諸関係が直観的に理解され、板厚、板の長さ、心金の径等の選択による条件改善が容易にできることである。

ぜんまいは応力の分散が行われやすく、均一な応力が加わるためか案外寿命が長いようである。しかし一方において長尺の材料を要するため均一性や疵、加工精度、潤滑材などの影響も大きく無視できない。

以上大略筆者が大形のぜんまい計算に用いている実用的手法を述べたが参考になれば幸である。

参 考 文 献

- 1) 日本ばね協会: ばね (昭 34.9), 189~198, 丸善
- 2) ばね技術研究会: ばね, 改訂 2 版 (昭 45.1), 221~233, 丸善