自動車用ばね鋼の疲労強度に及ぼす介在物の影響

Effects of Inclusions on Fatigue Strength of a Suspension Spring Steel

村上 敬宜*, 川上 勝己**, 斉藤 誠***

Yukitaka MURAKAMI · Katsumi KAWAKAMI · Makoto SAITO

高強度鋼の疲労限度は硬さの増加に伴い、硬さとの比例関係を失えばらつきも大きくなる。ばね鋼はこのような疲労特性を示す典型的な材料である。高強度鋼の疲労破壊の起点はすべり帯や粒界き裂ではなく、一般に材料中に含まれる非金属介在物である。

この論文は、非金属介在物と基地の硬さが疲労強度に与える影響を破壊力学により考察し、高強度鋼の疲労強度の予測式を提案したものである。疲労強度を支配する介在物の決定的な幾何的パラメータはその介在物を最大応力方向へ投影した面積の平方根($\sqrt{\text{area}}$)であり、決定的な基地組織のパラメータはビッカース硬さ H_v である。この予測方法を自動車用ばね鋼(SUP12)の疲労限度の評価に適用した結果、介在物の影響による疲労強度の低下の予測値が実験結果とよい一致を示した。

The fatigue limit of high strength steels does not increase linearly with hardness, and moreover the scatter of the fatigue limit is very large. Spring steels are a typical material which shows such kinds of fatigue characteristics. The fatigue fracture origin of high strength steels is not slip band cracks or grain boundary cracks but usually nonmetallic inclusions contained in the materials.

In this paper, the combined effects of nonmetallic inclusions with the hardness of a matrix on fatigue strength is considered by the fracture mechanics and an equation to predict quantitatively the fatigue strength of high strength steels is proposed. The crucial geometrical parameter of inclusions which controls fatigue strength is the square root of the area ($\sqrt{\text{area}}$) of the inclusion projected onto a plane perpendicular to the direction of the maximum tensile stress and the crucial material parameter is the Vickers hardness (H_v). The prediction method is applied to evaluate the fatigue limit of an automobile suspension steel (SUP12) and it is shown that the predictions of the fatigue strength reduction caused by inclusions are in good agreement with the experimental results.

1. 緒言

鋼の疲労強度は硬さの増加に伴い比例的に上昇するが、ビッカース硬さ H_v が400程度を越えるとその比例関係は失わればらつきも大きくなる^{1)~4)}。その原因としては、微小な欠陥や非金属介在物の影響などが考えられる。非金属介在物については介在物の材質、形状、位置、寸法が多様多様なため、その影響を定量的に評価することは困難とされてきた^{4)~11)}。介在物が疲労破壊の起点となると、試験片1本ごとあるいは機械要素1個ごとの疲労限度を決定することは困難である¹²⁾。このことは自動車部品のように数多く生産される機械要素

では、現実に設計応力をどのように決定するかということと関連し重要な問題となってくる。

ばらつきを考慮して設計段階に大きい安全率をとるか、疲労限度の下限値を精度良く推定し安全率を小さくとるかどちらかを選ぶとすれば、後者の方が合理的な設計といえるであろう。しかし、後者の推定法を具体化するにはそれなりの実験的、理論的裏付けが必要である。この問題に対し著者らは介在物を欠陥またはき裂と等価とみなすことにより、すでに発表している微小欠陥についての実験式^{13),14)}を発展させ、含まれる介在物を最大主応力方向へ投影した面積の平方根 $\sqrt{\text{area}}$ の最大値 $\sqrt{\text{area}_{\text{max}}}$ と、ビッカース硬さ H_v をパラメータとして疲労限度との関係を定量的に評価する予測式を提案した¹²⁾。

本研究では、清浄度が高く介在物の小さい自動車用ばね鋼 SUP12 にこの予測法を適用し妥当性を検討する。また、試験片に含まれる $\sqrt{\text{area}_{\text{max}}}$ を予測する方法とし

原稿受付日 1989年4月20日

* 九州大学工学部(Faculty of Engineering, Kyushu University)

** 九州大学大学院(Graduate Student Kyushu University)

*** 大同特殊鋼(株)(Daido Tokushukou Co. Ltd.,)

ては極値統計学的手法¹⁵⁾を用いた。

ばね技術研究会の非金属介在物評価委員会では、材質の識別あるいは評価を目的として「ばね用鋼材における非金属介在物の顕微鏡試験方法」に関する共同研究を行い「評点係数法」という介在物評価法を提案している¹⁶⁾。この共同研究の成果は膨大な実験結果の詳細な検討をもとにして得られたもので、今後他の介在物評価法との比較の指針となるであろう。しかし、評点係数法は疲労限度ではなく主として疲労寿命との相関を重視して決められており、疲労限度への影響を直接定量的に表すものではない。この点、本研究は、介在物評価を疲労限度の定量的評価と結びつけることを提案している。

2. 極値統計学的手法を用いた $\sqrt{\text{area}_{\max,j}}$ の予測方法

同じロットの試料で、最大主応力方向に垂直な任意の断面を顕微鏡により観察し、基準面積 S_0 中に存在する介在物の $\sqrt{\text{area}_{\max,j}}$ ($j = 1 \sim$ 測定数) を測定する。図1に測定例を示す。測定数がある程度以上になれば、分布は極値統計に従うものと考えられる。

図1(a). 検査基準面積内に存在する介在物
(検査基準面積 $S_0 = 0.0309 \text{ mm}^2$)

図1(b). 円部付近の拡大図
 $\sqrt{\text{area}_{\max,j}} = 2.65 \mu\text{m}$
介在物の測定例(SUP12, 横断面)

そこで、 $\sqrt{\text{area}_{\max,j}}$ の累積頻度分布を極値確率用紙にプロットすると直線となり、分布直線と再帰期間 T との交点から $\sqrt{\text{area}_{\max}}$ を予測できる。

以上の予測法は検査領域が平面の場合での方法である。次にこの予測法を拡張し、検査領域が立体の場合の $\sqrt{\text{area}_{\max}}$ を求める方法を述べる。

図2. 介在物の検査領域

図2に試験片中央部の拡大図を示す。実線部は破断の起点となる高い応力のかかる部分である。この部分を図に示すように環状薄板要素の集合と考える。この要素の板厚 h_0 を介在物の最大主応力方向の寸法に比べ適当に小さくとるならば、全ての薄板要素表面についての2次元的な介在物調査による $\sqrt{\text{area}_{\max}}$ は、危険体積に含まれる真の $\sqrt{\text{area}_{\max}}$ と近似的に等しいと考えてよいであろう。なお、この点に関する詳細な考察は別に報告予定である^{17),18)}。

検査は最大主応力方向と垂直な面に着目し、試験片表面に相当する部分を無作為に40箇所選び、400倍の顕微鏡写真に撮り $\sqrt{\text{area}_{\max,j}}$ を測定した。また、写真の一視野を基準面積 $S_0 = 0.0309 \text{ mm}^2$ とした。

3. 介在物を含む高硬さ鋼の疲労強度の評価法

鋼の疲労限度はき裂が発生する限界の応力ではなく、発生したき裂が基地組織中をわずかに進展して伝ばを停止する限界の応力である^{19),20)}。このことは介在物の疲労強度への影響を考えるうえできわめて重要なことである。鋭い切欠き材ではこの現象はよく知られており、疲労限度は切欠き底から発生したき裂が停留した状態になっている²¹⁾。また、微小な人工欠陥でも同様な現象が観察される^{19),20),22)~25)}。図3はそのような停留き裂の例である²⁵⁾。切欠きや穴がない場合、すなわち、平滑材の場合でも注意深く観察すると疲労限度では、すべり帯や粒界から発生したき裂が結晶粒を越えて伝ばを停止した状態になっているのが観察される^{19),26),27)}。

基地組織の硬さが上昇すると疲労限度における停留き裂を観察するのは次第に困難になるが、鋭い切欠きを有する試験片を準備して注意深く実験を行うと、やはり疲労限度はき裂の停留した状態になっているのを

図3. S45CL2 停留き裂,
穴径100 μ m, 穴深さ100 μ m, $\sigma_w=211$ MPa.

確かめることができる²⁸⁾。しかし、硬い材料の平滑材の疲労限度ではすべり帯や粒界から生じたき裂が停留き裂になるのを発見するのは極めて困難である。その理由は、すべり帯き裂や粒界き裂を発生させる応力よりはるかに低い応力の下で介在物や微小欠陥からき裂が発生するからである¹²⁾。このため、基地組織の強度から予想される疲労強度よりかなり低い応力が疲労限度となるのである。

このように、硬い材料では介在物や欠陥が一種の切欠きとして作用するため、平滑材が実際には微小欠陥材の挙動を示すのである。この現象の証拠は高硬さ材の疲労破面にいわゆるフィッシュ・アイと呼ばれる典型的な模様が観察されることである。これらの破面では介在物の脱落した跡も観察され、基地と介在物の間ではく離しき裂が生じることを示している。こうして生じたき裂の先端の力学的状態について考えると、き裂

発生後は、介在物部分の応力が開放されるから、破壊力学的見地によれば介在物の種類、多様な形状はあまり問題ではなく、最大主応力方向への投影面上でのき裂の大きさ、つまり投影面積 $area$ が重要なパラメータとなる¹²⁾。

3.1 介在物が表面に接する場合の疲労限度

さきに述べたように、欠陥と介在物は疲労強度の観点からは等価と考えられるので、すでに発表している微小欠陥についての実験式^{13),14)}を用いて、下限界応力拡大係数幅 ΔK_{th} および疲労限度 σ_w を推定できる可能性がある。著者らのグループによるこれまでの研究によれば、 ΔK_{th} と σ_w はビッカース硬さ Hv と $\sqrt{area}$ によって次のように表現される。

下限界応力拡大係数幅 ΔK_{th} :

$$\Delta K_{th} \cong 3.3 \times 10^{-3} (Hv + 120) (\sqrt{area_s})^{1/3} \quad (1)$$

疲労限度 σ_w :

$$\sigma_w \cong 1.43 (Hv + 120) / (\sqrt{area_s})^{1/6} \quad (2)$$

ここで、各量の定義および単位は、 ΔK_{th} : MPa $\cdot$ m^{1/2}, σ_w : MPa, Hv : ビッカース硬さ (kgf/mm² を単位とした数値を入れる), $\sqrt{area_s}$: 表面に接する介在物、表面欠陥を最大主応力方向へ投影した面積 (μ m²) の平方根 (μ m) である。

3.2 介在物が内部に存在する場合の疲労限度

著者らの1人による研究によれば^{29)~31)}、任意形状の表面き裂前縁での応力拡大係数の最大値 K_{imax} は次式で計算される。

$$K_{imax} \cong 0.650 \sigma_0 \sqrt{\pi \sqrt{area_i}} \quad (3)$$

ここで、 σ_0 は遠方の引張応力である。内部き裂についても同様に、内部き裂面積を $area_i$ と定義すると、内部き裂前縁での応力拡大係数の最大値 K_{imax} は次式で近似される¹²⁾。

$$K_{imax} \cong 0.50 \sigma_0 \sqrt{\pi \sqrt{area_i}} \quad (4)$$

き裂が極端に細長い場合には有効な面積に置き換えることにより^{13),14),31)}、任意の形状について10%以下の誤差で適用できる。また、き裂が表面にかなり近い場合にも精度の低下は少ない³²⁾。式(3), (4)より等しい K_{imax} の値をとる $\sqrt{area_i}$ と $\sqrt{area_s}$ の間には次式が成り立つ。

$$\sqrt{area_i} \cong 1.69 \sqrt{area_s} \quad (5)$$

式(5)を式(1), (2)に代入することにより、内部に介在物が存在する場合の下限界応力拡大係数幅 ΔK_{th} および疲労限度 σ_w の予測式が次のように求まる¹²⁾。

下限界応力拡大係数幅 ΔK_{th} :

$$\Delta K_{th} \cong 2.77 \times 10^{-3} (Hv + 120) (\sqrt{area_i})^{1/3} \quad (6)$$

疲労限度 σ_w :

$$\sigma_w \cong 1.56 (Hv + 120) / (\sqrt{area_i})^{1/6} \quad (7)$$

ここで、各量の単位は式(1), (2)と同じである。

3.3 介在物を含む高硬さ鋼の疲労限度の下限値の推定法

以上をまとめると、疲労限度は、ある $\sqrt{area}$ が与え

図4. 表面ごく近傍の介在物と
 $\sqrt{\text{area}}$ の評価のしかた

られたとき、図4に示すように最大の介在物が表面に接するように存在する場合に最も低下すると予想される。表面に接する介在物の形状を楕円と想定すると、表面による影響を考慮し表面き裂と見なした面積 area_s^* と、実際の面積 area_s との間には次の関係がある³³⁾。

$$\text{area}_s^* \cong 1.137 \text{area}_s \quad (8)$$

式(8)を式(2)に代入し、2節で述べた方法により予測された $\sqrt{\text{area}_{\max}}$ を用いて、介在物を含む高硬さ鋼の疲労限度の下限值 σ_{wl} は次式で推定される³³⁾。

$$\sigma_{wl} \cong 1.41 (Hv + 120) / (\sqrt{\text{area}_{\max}})^{1/6} \quad (9)$$

ここで、 Hv : ピッカース硬さ (kgf/mm^2 を単位とした数値を入れる)、 $\sqrt{\text{area}_{\max}}$: 含まれる介在物を最大主応力方向へ投影した面積 (μm^2) の平方根 (μm) の最大値である。

4. 使用材料および実験方法

材料は自動車用ばね鋼 SUP12 である。表1に化学成分を示す。まず素材から直径17mm、長さ210mmの丸棒を切り出し、焼入れ: 845°C 1時間、油冷、焼戻し: 350°C 1時間、油冷の熱処理後、機械加工により試験片を製作した。図5に試験片形状を示す。試験部は2000番まで紙やすりで仕上げ、電解研磨により直径当り30 μm 除去した。丸棒の熱処理後、試験片最終形状に加工するまでに表面層を4.5mm 除くため、試験片表面と内部との硬さの差は小さい。

図5. 試験片形状と寸法

表1. 化学成分

Material	C	Si	Mn	P	S	Cr
SUP 12	0.53	1.31	0.75	0.004	0.004	0.63

試験には、小野式回転曲げ試験機(容量98Nm、繰返し速度50Hz)を使用し、室温、大気中で行った。長時間の空気中での実験による腐食の影響を考慮するため、試験部にマシン油を 3×10^7 回おきに塗り重ねた試験片についても同様の実験を行った。

公称応力 σ_0 は試験部中央の表面での公称応力とした。硬さについては、実験前の試験部中央表面8点でのピッカース硬さ(ピッカース荷重200gr)の平均を実験前の硬さ Hv とし、破断後の硬さ Hv' は破断起点付近の表面3点でのピッカース硬さ(ピッカース荷重1 kg)の平均とした。

試験片の破断後、破断起点の明確な試験片については、原因となった介在物を顕微鏡により観察し、破断起点となった介在物あるいは表面欠陥の $\sqrt{\text{area}}$ を測定した。疲労強度は $N_f = 10^7$, 10^8 の繰返しに耐えた2つの場合について定義した。

5. 実験結果と考察

5.1 試験片に含まれる介在物の $\sqrt{\text{area}_{\max}}$ の推定

図6は基準面積 $S_0 = 0.0309 \text{mm}^2$ 中に存在する介在物の最大の $\sqrt{\text{area}}$ 、すなわち、 $\sqrt{\text{area}_{\max}}$ の累積頻度分布を極値確率用紙にプロットしたもので、分布の直線性は良く極値分布に従っているものと考えられる。40

図6. 介在物寸法 $\sqrt{\text{area}_{\max}}$ の累積頻度分布(SUP12)
(検査基準面積 $S_0 = 0.0309 \text{mm}^2$)

視野には $\sqrt{\text{area}_{\text{max},j}} > 10\mu\text{m}$ の介在物は観察されず、かなり清浄なばね鋼であることがわかる。しかし、このことは試験片1本中の介在物の $\sqrt{\text{area}_{\text{max}}}$ が $10\mu\text{m}$ 以下であることを意味してはいない。むしろ、試験片全体あるいは多数の試験片を考慮するとかなり大きい寸法の介在物が存在することを示唆している。

破断起点の応力 σ' は全て、 $\sigma' \geq 0.95\sigma_0$ であった。したがって、 $\sigma \geq 0.95\sigma_0$ となる部分を危険にさらされる部分とした。試験部分のR部を考慮して計算すると、この部分の体積は 19.8mm^3 である。表2には、2節で述べた環状薄板要素の板厚 h_0 を $0.1\mu\text{m}$, $1\mu\text{m}$, $2\mu\text{m}$, $5\mu\text{m}$, $10\mu\text{m}$ として求めた試験片1本当りの危険にさらされる面積 $S_1(\text{mm}^2)$, 再帰期間 $T=S_1/S_0$, 試験片本数 N が $N=1, 10, 100$ 当りの推定される $\sqrt{\text{area}_{\text{max}}}$ を示す。表より明らかなように、仮定した環状薄板要素の板厚を1/10に想定しても、推定される $\sqrt{\text{area}_{\text{max}}}$ はたかだか $2.2\mu\text{m}$ 大きくなるだけであるので、疲労限度の下限値の予測には3%程度の差が生じるに過ぎない。

表2. 推定される $\sqrt{\text{area}_{\text{max}}}$

Element thickness h_0 (μm)	Test area per unit volume (mm^2/mm^3)	Test area for one spec. S_1 (mm^2)	Return period for one spec. T	$\sqrt{\text{area}_{\text{max}}}$ for N spec. (μm)		
				$N=1$	$N=10$	$N=100$
0.1	1.0×10^4	1.98×10^3	6.4×10^4	18.92	21.15	23.35
1	1.0×10^3	1.98×10^4	6.4×10^3	16.70	18.92	21.15
2	5.0×10^2	9.90×10^3	3.2×10^3	16.03	18.25	20.48
5	2.0×10^2	3.96×10^3	1.3×10^3	15.14	17.37	19.59
10	1.0×10^2	1.98×10^3	6.4×10^4	14.47	16.70	18.92

5.2 疲労試験結果および破断面観察

図7に疲労試験の結果を示す。図中○、○は腐食防止のため油を塗った試験片破断、非破断面を示し△、△は油を塗らなかった試験片の破断、非破断を示す。○ⁿは破断しなかった試験片の応力を上げ再度試験を行った n 回目の試験を示す。実験値は大きなばらつきを示し通常のS-N曲線は引けない。 $N=10^8$ の繰返しには約23日要するが、油を塗らなかった試験片には表面の腐食が原因となり破断する例がみられた。SUP12では通常の鋼に比べ大きな介在物の存在する確率が低い。ため、フィッシュ・アイは形成され難く、表面付近からの破断が多い。例えば、電解研磨の際に介在物の脱落により生じたピットが起点となったものが2例あった。

図8には、破断起点となった介在物の電顕写真を示す。破断した試験片のうち、破断起点の介在物、ピットが明白なものについては、表3に破断後の硬さ H_v' , 破断までの繰返し数 N_f , 顕微鏡により求める $\sqrt{\text{area}}$, 表面から介在物中心までの距離 h , 実際に破断起点に作用した応力 σ' , $\sqrt{\text{area}}$ および H_v' を式(2), (7)に代入し求める予想疲労限度 σ'_w とそれらの応力の比 σ'/σ'_w を示す。 σ'/σ'_w の値はすべて1.0より大きく実際に破断が

図7. 回転曲げ疲労試験結果

図8. 起点となった介在物とその近傍の破面 (SUP12, $H_v=614$, $\sigma'=744\text{MPa}$, $N_f=2.6 \times 10^7$, Distance from surface $h=40\mu\text{m}$)

起こったことと一致し、予測法が妥当であることがわかる。なお、実験前硬さ H_v と破断後硬さ H_v' の差は最大で8%程度であり、大きな変化はみられなかった。破断起点となった $\sqrt{\text{area}}$ には大きなばらつきがあるが、図6を利用して予想した $\sqrt{\text{area}_{\text{max}}}$ の値を超えるものは

なかった。なお、表3に示さなかった試験片の破断起点は特定できなかった。

表3. 介在物の位置、寸法、破断応力と予測疲労限度

Hv'	Cycle to failure N_f	Inclusion size $\sqrt{area}$ (μm)	Distance from surface h (μm)	Shape of inclusion	Nominal stress at inclusion σ' (MPa)	Fatigue limit predicted by Eq(2),(7) σ'_0 (MPa)	σ'/σ'_0
636	1.8×10^7	7.7	3		818	753	1.09
614	2.6×10^7	20.0	40		744	695	1.07
622	3.4×10^7	11.6	9		757	690	1.10
644	4.3×10^7	11.0	3		741	717	1.03
609	8.6×10^7	13.2	5		742	664	1.12

図9(a),(b)はそれぞれ $N=10^7$, 10^8 の破断, 非破断の結果を実験前の硬さ Hv および公称応力 σ についてまとめたものである。図中の実線は介在物検査要素の板厚 h_0 を $1 \mu m$ と想定し, 試験片本数 $N=1, 10, 100$ 本に対して予測した $\sqrt{area_{max}}$ を式(9)に代入して求めた疲労限度の下限值 σ_{wl} を示す。疲労限度の上限値 σ_{ul} については経験的に, 次の関係式が知られている^{1),3),34)}。

$$\sigma_{ul} = 1.6Hv \quad (10)$$

図中の破線は式(10)を示す。破断した実験点はすべて式(9)で予測した σ_{wl} の線より上にあり, 疲労限度の下限値の予測法が妥当であることを示している。

図9(b). 繰返し数 $N=10^8$ の破断, 非破断と予測疲労限度下限値 σ_{wl} の比較

6. 結 言

鋼の疲労限度 σ_w は, ピッカース硬さ Hv が400を超えると硬さとの比例関係を失い, ばらつきも大きくなる。

本実験では, 疲労限度を低下させる原因である介在物に着目し, それらを最大主応力方向へ投影した面積 $area$ により定量化し, 極値統計学的手法を用いて含まれる $\sqrt{area}$ の最大値 $\sqrt{area_{max}}$ を予測した。また, 介在物の疲労強度への影響を, 微小欠陥と等価と見なすことにより, すでに発表している微小欠陥についての実験式を発展させ, $\sqrt{area_{max}}$ と疲労強度との関係を定量的に関連づけ, ばらつきを示す疲労限度の下限値を示すことを試みた。得られた結論をまとめると次のようになる。

- (1) 組織の基準面積中の $\sqrt{area_{max}}$ は極値統計に従い, 試験片に含まれる最大介在物の $\sqrt{area_{max}}$ を推定することが可能である。
- (2) また結論(1)を用いて, 大きなばらつきを示す疲労限度の下限値を示すことが可能である。
- (3) 疲労試験の結果, 予測した疲労限度の下限値以下では破断せず, 予測法の妥当性が示された。
- (4) 破断面の観察より求まるピットあるいは介在物の $\sqrt{area}$ はいずれも予測した $\sqrt{area_{max}}$ の値を超え

図9(a). 繰返し数 $N=10^7$ の破断, 非破断と予測疲労限度下限値 σ_{wl} の比較

るものではなく、予測法の妥当性が示された。

- (5) $\checkmark$ $\text{area}_{\max}$ の極値統計データは材料評価に利用できる。

参 考 文 献

- 1) 例えば, Garwood, M. F., Zurburg, H. H., and Erickson, M. A., Interpretation of Tests and Correlation with Service, ASM(1951), 1.
- 2) Frith, P. H., Proc. Int. Conf. Fatigue, (1956), 462.
- 3) 西島敏, 材料, **29**-316(1980), 24.
- 4) 斉藤誠, 伊藤幸生, ばね論文集, **30**(1985), 11.
- 5) Duckworth, W. E. and Ineson, E., Clean Steel, Iron Steel Inst. Sp. Rep., **77**(1963), 87.
- 6) 川田雄一, 児玉昭太郎, 日本材料強度学会誌, **6**-1 (1971), 1.
- 7) Atkinson, M., J. Iron Steel Inst., **195**(1960), 64.
- 8) Uhrus, L. O., Iron Steel Inst. SP. Rep., **77** (1963), 104.
- 9) de Kazinczy, F., J. Iron Steel Inst., (1970), 851.
- 10) 田中道七, 舟橋登, 機械学会論文集, **43**-366, A (1977), 389.
- 11) 横堀武夫, 前川一郎, 是川誠一, 材料, **12**-117(1963), 434.
- 12) 村上敬宜, 児玉昭太郎, 小沼静代, 機械学会論文集, **54**-500, A (1988), 688.
- 13) 村上敬宜, 遠藤正浩, 材料, **35**-395(1986), 911.
- 14) Murakami, Y. and Endo, M., (Miller, K. J. and de los Rios, E. R. Ed.), The Behavior of Short Fatigue Cracks, EGF Pub. 1, (1986), 275, Mech. Engng. Pub.
- 15) Gumbel, E. J., (河田龍夫, 岩井重久, 加瀬滋男訳) 極値統計学, 広川書店(1963).
- 16) ばね技術研究会, 非金属介在物評価法委員会, ばね論文集, No. 32(1987), 52.
- 17) 村上敬宜, 上村裕二郎, 川上勝己, 機械学会論文集, **55**-509, A (1989), 58.
- 18) 村上敬宜, 上村裕二郎, 機械学会論文集, **56**-521, A (1990).
- 19) 村上敬宜, 福田四郎, 遠藤達雄, 機械学会論文集, **44**-388(1978), 4003.
- 20) 村上敬宜, 遠藤正浩, 機械学会論文集, **49**-438, A (1983), 127.
- 21) 石橋正, 金属の疲労と破壊の防止, 養賢堂, (1954).
- 22) 村上敬宜, 河野博之, 遠藤達雄, 機械学会論文集, **45**-400(1979), 1479.
- 23) 村上敬宜, 遠藤正浩, 機械学会論文集, **47**-415, A (1983), 249.
- 24) 村上敬宜, 河野博之, 遠藤達雄, 材料, **29**-325(1980), 988.
- 25) 村上敬宜, 峰公雄, 宇宿尚史, 鉄と鋼, **74**-6(1988), 1113.
- 26) 西谷弘信, 高尾健一, 機械学会論文集, **40**-340(1974), 3254.
- 27) 西谷弘信, 西田新一, 機械学会論文集, **39**-321(1973), 1385.
- 28) 村上敬宜, 阿部雅二郎, 清田高德, 機械学会論文集, **53**-492, A (1987), 1482.
- 29) 村上敬宜, 石田誠, 機械学会論文集, **50**-455, A (1984), 1859.
- 30) 村上敬宜, 石田誠, 機械学会論文集, **51**-464, A (1985), 1050.
- 31) Murakami, Y., Engng. Frac. Mech., **22**(1985), 1, 101.
- 32) 西谷弘信, 村上敬宜, 機械学会論文集, **40**-329(1974), 31.
- 33) 村上敬宜, 宇宿尚史, 機械学会論文集, **55**-510, A (1989), 213.
- 34) 中沢一, 本間寛臣, 金属の疲労強度, 養賢堂, (1982), 25.