接合要素を用いた重ね板ばねの有限要素法解析*

Analysis of Leaf Springs using Finite Element Method with a Joint Element.

浜野 俊雄**, 伊東 正信**

Tosio HAMANO・Masanobu ITOH

リーフサスペンション車の乗心地には重ね板ばねのばね定数等が重要な要因となる。本報では、重ね板ばねのばね定数、変形挙動等を、板間接触を考慮して精度良く求めるため、接合要素を用いた重ね板ばね専用の有限要素法解析プログラムを開発し、解析を行った。

Riding quality of a vehicle equipped with the leaf suspension is closely associated with a spring rate of the leaf spring and so on. In this work we examine the analytical properties of the leaf spring, in consideration of a contact between the plates. For a detailed analysis of spring rates and deformations in the leaf spring, we have developed a computer program using Finite Element Method (FEM) including a joint element.

1. まえがき

重ね板ばねは、リーフ(ばね板)を数枚重ねてばねとして用いる物で、古くから鉄道車輛、自動車などの懸架装置に使用されている。重ね板ばねに関するばね定数や応力等の解析は、展開法や板端法が良く知られている。展開法は、重なり合うリーフが互に全面接着し、中央から同一位置にある点の各リーフの曲率がすべて等しいとの仮定に基づき、各リーフを一平面上に展開して一枚の板と等価であるとして計算する方法である。板端法は、リーフから隣接するリーフへの力の伝達が、リーフ先端(板端)だけで行われるという仮定に基づく計算法である。これらの計算法は、いずれも材料力学の真直ぐなばねの微小変形理論に基礎を置いており、計算が簡単で、得られた結果の誤差は実用上差し支えない程度であったことから、設計の基本式として広く実用されてきた¹⁾。

しかし、これらの計算法は、各リーフの形状を真直ぐな板と仮定したり、リーフ間の接触(板間接触)状態を板端だけに限定する等、一面的な仮定の基に解析を行っている。そのため、実際には板端以外での板間接触を生じる様なセンターボルトの締付けや胴締め過程、あるいはヘルパー(補助ばね板)の板間接触により非線形特性を得ているプログレッシブなどの解析を行う場合、かなり限定されたものとなる。また、特に履歴曲線における対角線ばね定数を解析的に求めるためには

板間接触、特に摩擦を考慮する必要がある。このように、重ね板ばねの解析には解決しなければならない課題も多い。特に板間接触の解析的取り扱いを可能にすることは重要な課題である。

そこで本報では、まず、各リーフの形状を実際に即して取り扱えるようにするため有限要素法を導入した。さらに、板間接触を板端に限定することなく取り扱うため各リーフ間に接合要素を挿入する有限要素法解析プログラムを開発し一連の解析を行ったので報告する。

なお、重ね板ばねへの本解析の適応性を確認するため、一部解析と実測との比較も行った。その結果、今回履歴曲線の解析に必要な摩擦については考慮されていないが、板間接触を接着・分離状態で判定することで、荷重特性について比較的良い結果を得た。

2. 解析の概要

2.1 重ね板ばねのモデル化

有限要素法により解析を行う場合、モデル化に用いる要素の特性は解析精度等に大きく影響する。重ね板ばねの各リーフは板厚が一定のものがほとんどであったが、最近では板厚がテーパ状のいわゆるテーパリーフが多くなっている。有限要素法でテーパリーフを取扱う場合、一定の板厚で段階的に近似する方法が良く取られる。この方法で解の精度を上げようとすると要素分割数が多くなり、それだけ演算時間も長くなる。

そこで、本報では、テーパ形状をそのまま取扱えるように、しかも解の精度を落とさないで要素分割数を少なくできるようにするため、テーパ形状のはりに適用する要素剛性マトリックスを新たに求めて用いた。

図1に、重ね板ばねの胴締め状態を対象とした解析モ

原稿受付日 1991年9月30日

* ばね技術研究会1990年度春季講演会にて発表

** (株)日発グループ中央研究所 (NHK Spring R&D Center)

デルの模式図を示す。重ね板ばねの各リーフは前述したテーパ形状のはり要素によるモデル化を行い、板間接触が生じると考えられる#1と#2あるいはパッドの間には次項(2.2)で述べる接合要素を挿入した。

2.2 接合要素と接触判定

板間接触に摩擦を考慮しようとする問題は複雑である。ところが、摩擦を無視し、接触を接着・離隔状態だけで判定するのであれば、線形解析プログラムを少し修正するだけで済む。そこで、本報では摩擦は考慮せず、接着状態での摩擦係数は $\mu = 0$ として取り扱った。

ところで、有限要素法で接触問題を取扱う場合、筆者の知る限りでは、接触面に連続条件を用いる方法²⁾と特殊要素を挿入する方法³⁾⁴⁾⁵⁾がある。後者の方法の問題はどのような特性の要素を接触面に挿入するかである。本報では後者の方法を用い、重ね板ばねの板間に接合要素として三角形平面要素系のものを挿入した。接合要素としてトラス系のものを用いることも可能であるが、変形に伴う節点間のずれ(要素座標系における垂直方向の節点間相対変位)が余り大きい場合には適さない。その点、平面要素系のものは節点間のずれが幾分大きい場合にも対応できる利点がある。プログレッシブ重ね板ばねのヘルパーにおける板間接触では、変形に伴う節点間のずれも大きく、重ね板ばねの板間接触には接合要素として平面要素系を用いる方が適している。

図2は、接合要素として三角形面要素系を用いたときの接合要素と接触判定方法を示したものである。 t_1 と t_2 はリーフの板厚、 h' は三角形要素の変形前の高さ、 h は変形後の高さである。接触判定は要素内の応力 $\Delta\sigma$ と三角形の高さ h によって行う。今回摩擦係数は $\mu = 0$ であるから、接着状態にあるリーフ間ではリーフに対し垂直方向の荷重のみを伝達することになり、水平方向はすべり状態となる。

図1. 重ね板ばねの解析モデル

図2. 接合要素と接触判定

2.3 解析の流れ

解析は有限要素法に基づき、繰返し計算は荷重増分法により行なった。以下、繰返し計算について述べる。

まず、接合要素の節点座標から幾何学的に接触しているか否かの判定を行なう。このとき判定された接触状態は荷重増分過程で接着状態か離隔状態に変化するため、まだ決定的ではない。そこで、一時的に、幾何学的に接触していると判定された接合要素はすべて接着状態であると仮定して、試験的に荷重を与え計算を行なう。その時の各接合要素の応力を求め、その値によって荷重増分過程での接着・離隔状態の判定を行なう。もし、接着状態の仮定を満足しない接合要素があった場合には、仮定を変更して再計算を行ない、すべての接合要素が仮定を満足するまで繰返し、荷重増分過程での接触状態を決定する。

次に、決定された接触状態で荷重増分を行なう訳であるが、新たに次の接合要素が幾何学的に接触状態になるまでの荷重増分量は未定である。そこで、試験的に与えた荷重からその時の各接合要素の節点変位を求め、節点座標と節点変位とから接触状態になるまでの比率を各接合要素について計算する。その中で比率の最小の接合要素が、次に最も早く接触状態になることになる。すなわち、求める新たな荷重増分量は試験的に与えた荷重に、各接合要素の比率の中から最小の値を乗じて得られる。

以上の荷重増分毎に有限要素法解析を行ない、所定の荷重になるまで繰返す。

3. 解析例

ここでは重ね板ばねの解析の一例としていわゆるコンベンショナルを取り上げた。図3にその解析モデルを単体状態および締付状態について示す。単体状態とは胴締めを行う前の状態のことである。各リーフの形状は円弧の一部とした。なお、胴締め用の上下パッド

図3. コンベンショナル重ね板ばねの解析モデル

は、実験で用いた板厚40tの鋼板をモデル化の対象とした。

ところで、重ね板ばねの各リーフの形状は、リーフを重ねたときニップと呼ばれる板間隙間ができるように決められる。そのため、組み付けの際にセンターボルトを締付けるとリーフは変形し、いわゆるニップ応力が生じる。このとき、通常#1(メインリーフ)の表面には圧縮応力、#2あるいは#3の表面には引張応力が発生し、負荷を受けた時、#1を保護する効果があると言われている。また、センターボルトで組付けられた後、車に取り付けるため胴締めと呼ばれる上下パッドでの締付けが行われる。このときもリーフは変形し、応力が生じる。すなわち胴締めされた状態で車に取り付けられ、使用時に負荷を受けることになる。このように重ね板ばねはリーフ単体から組み付け、胴締め、

図4から図6は負荷後の最終的な応力分布を示している。図4は単体状態、図5と図6は胴縮状態についてのものである。図5において胴締め内部の発生応力は胴締めされない他のリーフ部分に比べて低い。これはパッドの締付けの影響によるもので、胴締め内部ではリーフの変形が拘束されているからである。なお、胴締め内部の応力はリーフ形状、あるいはセンターボルトの締付け、胴締めの強さの程度(ボルトの締め具合)によっても異なってくる。

そして負荷の各過程でそれぞれ変形し、各リーフに応力が発生する。本報では、これらの各過程に添ってそれぞれ解析を行い、変形状態と変形後の応力分布を評価した。特に負荷後の最終的な評価は各過程の重ね合わせによった。

[illegible]

図4. 単体状態での負荷による応力分布

図5. 胴締め状態での負荷による応力分布

図6. 胴締め状態での負荷による応力分布
(パッド内の詳細)

4. 重ね板ばねへの適用

ここでは、重ね板ばねに本解析を適用したときの実用性を確認するため、重ね板ばねの代表的な以下の2

つのタイプについて解析を行った。荷重とたわみの関係については解析値と実測値との比較も行った。なお、ここで解析に用いた各リーフの形状は形状測定装置により実測したものである。実験での胴締めは、板厚40 mmの鋼板をリーフの上下に当て4本の通しボルトで締め付けた。

(1) コンベンショナル重ね板ばね

このばねは重ね板ばねの最も代表的なタイプで、線形特性を期待して使用される。

図7から図11はコンベンショナル重ね板ばねに関する解析結果である。図7は単体状態における負荷過程の変形図で、図8は締付状態における負荷過程の変形図について示している。図9は荷重とたわみの関係で単体状態と締付状態についてそれぞれ解析値と実測値の比較を示している。両状態とも解析値と実測値とは良く対応しており、本解析の実用性が確認できる。また、図9において、ばね定数は単体状態(●、破線)に比べ締付状態(○、実線)の方が高くなっている。これは胴締めの影響によるものである。なお、実測値は板間摩擦の影響により負荷と除荷との間にヒステリシスを生じているが、解析では摩擦は考慮されておらず $\mu = 0$ であるからヒステリシスは得られていない。

図10と図11は負荷により各リーフ表面に発生する応力分布の解析結果で、リーフセンターからの位置に対して示したものである。図10は単体状態で負荷を受けた場合で、図11は締付状態で負荷を受けた場合についてのものである。図11と第3章の図5を比較した場合、胴締め内部の応力分布は図11がかなり複雑である。これは、図5のリーフ形状が円弧の一部であるのに対して図11のリーフ形状は実測によるものであるからである。このことから、板間接触を取り扱う場合、リーフ形状の精度が応力分布に敏感に影響すると考えられる。

(2) プログレッシブ重ね板ばね

このばねは、ヘルパーと呼ばれる補助板の順次接触を利用した非線形特性を期待して使用される。

図12から図16はプログレッシブ重ね板ばねに関する結果である。図12と図13は変形図、図14は荷重とたわみの関係で、図15と図16は負荷後の応力分布を単体状態と締付状態についてそれぞれ示したものである。特に図14の荷重とたわみの関係ではコンベンショナルと同様、解析値と実測値とが良く対応しており、プログレッシブについても本解析の実用性が確認できる。また、プログレッシブの特徴はヘルパー(H1)の挙動である。図11の変形図において、ヘルパーは負荷を受けるとリーフ中央から板間接触が始り、負荷に伴って板間接触の位置は板端に移動する。これによって荷重とたわみの関係は非線形となる。このとき、ばね定数は単体状態より締付状態の方が高くなっており、胴締めの影響がプログレッシブにおいても確認できる。

単体状態

総節点数 68

総要素数 112

65 (リーフ)

44 (接合要素)

1 (ボルト)

#1 ; 1150L*60b*7t

#2 ; 875L*60b*7t

#3 ; 535L*60b*(2.5t-8.0t)

図7. コンペンショナル重ね板ばねの単体状態での負荷による変形

胴締め状態

総節点数 90

総要素数 160

65 (リーフ)

68 (接合要素)

20 (パッド)

3 (ボルト)

#1 ; 1150L*60b*7t

#2 ; 875L*60b*7t

#3 ; 535L*60b*(2.5t-8.0t)

パッド; 110L*100b*40t

図8. コンペンショナル重ね板ばねの胴締め状態での負荷による変形

図9. コンペンショナル重ね板ばねの荷重とたわみの関係

図11. 胴締め状態での負荷による応力分布

図10. 単体状態での負荷による応力分布

単体状態

総節点数

68

総要素数

112

65 (リーフ)

44 (接合要素)

1 (ボルト)

#1 ; 1200L*60b*8t

#2 ; 1030L*60b*8t

H1 ; 850L*60b*(6.3t-16.0t)

図12. プログレッシブ重ね板ばねの単体状態での負荷による変形

胴締め状態

総節点数 90

総要素数 160

65 (リーフ)

68 (接合要素)

20 (パッド)

3 (ボルト)

#1 ; 1200L*60b*8t

#2 ; 1030L*60b*8t

H1 ; 850L*60b* (6.3t-16.0t)

パッド ; 110L*100b*40t

図13. プログレッシブ重ね板ばねの胴締め状態での負荷による変形

図14. プログレッシブ重ね板ばねの荷重とたわみの関係

図15. 単体状態での負荷による応力分布

図16. 胴締め状態での負荷による応力分布

5. あとがき

重ね板ばねを対象とした，リーフ間に三角形面要素系の接合要素を挿入して板間接触を取り扱う有限要素法解析プログラムを開発し解析を行った．本解析によれば，重ね板ばねのリーフ単体の形状を基にセンターボルトの締付け過程から胴締め過程を経て負荷に至るまでを一貫した方法で解析することが可能である．しかも，板端法などでは取り扱えなかった胴締め過程の解析なども可能となり，胴締め内部の接触状態や応力分布等も知ることができる．なお，本報での接合要素は平面要素系を適用しているため，今後摩擦状態を取り扱う接合要素へと拡張することも可能である．

参 考 文 献

- 1) 第3版「ばね」，ばね技術研究会編(昭和57年)，[丸善]
- 2) 大手敏：日本機械学会論文集，38巻313号(昭和47年)，2210
- 3) 下関正義，磯貝一秀：ばね技術研究会昭和57年度春季講演会前刷り，p.5.
- 4) 丸井英男：日本鋼構造協会第11会研究集会，マトリックス 解析法研究発表論文集(1977)，253
- 5) 山田嘉昭，江澤良考：生産研究，31巻6号(1979)，519