圧縮コイルばねの信頼性設計*

Reliability Design of Helical Compression Spring

陳 立**

Li CHEN

信頼性設計は新しい技術分野である。ばね工業では信頼性工学の適用はまだ信頼性試験の段階に止まっていて、信頼性設計についての研究資料は少ない。本研究では長年の信頼性研究にもとづいて、応力分布と強度分布の干渉理論を圧縮コイルばねに応用し、その信頼性設計公式を導いた。特に、ショットピーニングやホットセッチングなどの製造工程が、製品の寿命に及ぼす影響を設計パラメータとしてはじめて導入した。また、設計の信頼性と製品の材料強度及び製造手段レベルとの関係を定式化し、ばねの信頼性設計の理論体系の基礎を確立した。

Reliability design is a developing domain of the science and technology. At present, the reliability engineering in spring manufacture is only on the stage of reliability testing and there are few documents concerning research in this field. After many years' reliability study, the author has deduced the reliability design formula for helical compression springs by the intervene theory of stress-strength distribution. This is the first time that the shot-peening and warm setting are introduced in the design parameters affecting the life of products. The author has also specified the relations between reliability and material strength of the products and the manufacturing process level. It will establish the basis of the system of spring reliability design theory.

1. 緒言

信頼性工学の理論的基礎は確率論と数理統計学である。それらはシステム工学、環境工学、価値工学、品質管理、コンピューター技術などと密接な関係にある科学である¹⁾。

信頼性工学は1950年代から航空、宇宙、電子技術の分野で発展してきた。その後、民生工業にも次第に利用が広がり、自動車、トラクター、オートバイ、エンジン、油圧ポンプなどの製造工場で、信頼性工学技術の応用が始まったが、その部品、例えば、ばねにも信頼性が要求される。

しかし、ばねの設計に対しては信頼性工学の応用があまり進んでいない。そのおもな原因は以下の点にある。(1)完全かつ正確なばねの信頼性設計の理論体系がない。(2)古典的な機械設計法が習慣になっている。(3)信頼性設計には十分な統計的設計データが必要である。しかし、信頼性標準及び設計レベルの評価と品質保証制度を制定し、信頼性試験を行い、信頼性のデータベースを確立するには、長い時間がかかる。

製品の信頼性は設計で決定され、適当な製造工程、完全に整った品質管理、優良なサービスなどの信頼性

工学的方法によって保証される。製品設計の信頼性が低ければ、いかにすぐれた製造方法でも、高い信頼性を有する製品を製造出来ない。したがって、製造の前に必ず信頼性設計を行い信頼性の低い製品を無くさなければならない。

ばね工業では信頼性の研究はまだ信頼性試験の段階に止まっていて、信頼性設計についての研究資料は少ない。本研究では著者の長年の信頼性研究にもとづいて、手はじめに、圧縮コイルばねの信頼性設計の理論体系を確立する。

2. 圧縮コイルばねの信頼性設計

2.1 ばね設計における基本的要求

- (1) 強度に対する要求を満足させるように取ったせん断応力が、機能喪失を引き起こさない。
- (2) ばね定数を満足させるばねのたわみが、規定許容差を越えない。
- (3) 幾何学的寸法を満足する。

2.2 コイルばねのおもな機能喪失形式

- (1) 疲労破壊
- (2) ばね定数の減少(へたり)

原稿受付日 1993年8月23日

* サンコール(株) 小村敬一氏の紹介による海外からの直接投稿

**中国彈簧廠(China Spring Factory)

上海中星汽車懸架件有限公司(Shanghai Chisca Auto Suspension Components Co., Ltd.)

2.3 ばねの信頼性設計手順

一定応力振幅下でばねが破損する繰返し数の分布曲線は対数正規分布であり、応力分布とせん断疲れ強度分布も正規分布であると仮定する²⁾³⁾。

a) 応力分布 $\tau_{\max}(\bar{\tau}, \xi_{\tau})$ を決定する

$\tau_{\max}(\bar{\tau}, \xi_{\tau})$ は ($\tau_{\max}$: 最大せん断応力, $\bar{\tau}$: 平均値, ξ_{τ} : 標準偏差) の正規分布に従う。

b) せん断疲れ強さ分布 $S_m(\bar{S}_m, \xi_{S_m})$ を決定する
 $S_m(\bar{S}_m, \xi_{S_m})$ は平均値 $\bar{S}_m$, 標準偏差 ξ_{S_m} の正規分布に従う。

c) 強度分布と応力分布が重なる確率が確定したら、信頼度 R を計算する。

2.4 コイルばねの信頼性設計法

2.4.1 応力分布の決定

(1) おもな変数が軸方向力 P の場合

コイルばねの内側に生ずる最大応力 $\tau_{\max}$ はつぎのようになる。

$$\tau = K(8PD)/\pi d^3 \quad \cdots \cdots (1)$$

ここでは K ワールの応力修正係数

$$K = (4D-d)/(4D-4d) + 0.615d/D \quad \cdots \cdots (2)$$

である。

各量の平均値を量記号に『-』を付して示せば、せん断応力の平均値は

$$\bar{\tau} = [(4\bar{D}-\bar{d})/(4\bar{D}-4\bar{d}) + 0.615\bar{d}/\bar{D}](8\bar{P}\bar{D})/\pi\bar{d}^3 \quad \cdots \cdots (3)$$

となる。

また、せん断応力の標準偏差は正確には

$$\xi_{\tau} = [(\partial\tau/\partial d)^2\xi_d^2 + (\partial\tau/\partial D)^2\xi_D^2 + (\partial\tau/\partial P)^2\xi_P^2] \quad \cdots \cdots (4)$$

で与えられるが、その概略値は

$$\xi_{\tau} = (0.015 \sim 0.05)\bar{\tau} \quad \cdots \cdots (5)$$

となる。ここで、記号は各々

P: 軸方向圧縮力

D: コイル平均径

d: 線径

ξ_P : 軸方向圧縮力の標準偏差

ξ_D : コイル平均径の標準偏差

ξ_d : 線径の標準偏差

を表わし、

ξ_P, ξ_D, ξ_d は許容差範囲の 1/6 を取るものとする。

例 1

$$d = \Phi 2 \pm 0.02$$

$$\xi_d = [+0.02 - (-0.02)]/6 = 0.0066$$

これをまとめて $d(2, 0.0066)$ のように示す。

$$\text{また, } \partial\tau/\partial d = \partial/\partial d[(4D-d)/(4D-4d) + 0.615d/D] \times 8PD/\pi d^3 \quad \cdots \cdots (6)$$

$$\therefore \partial\tau/\partial d \approx 8\bar{P}\bar{D}[12\bar{D}\bar{d}/(4\bar{D}-4\bar{d})^2$$

$$-3(4\bar{D}-\bar{d})/(4\bar{D}-4\bar{d}) - 1.845\bar{d}/\bar{D}]/\pi\bar{d}^4 \quad (7)$$

おなじく、

$$\partial\tau/\partial D \approx 8\bar{P}[-12\bar{D}\bar{d}/(4\bar{D}-4\bar{d})^2 + (4\bar{D}-\bar{d})/(4\bar{D}-4\bar{d})]/\pi\bar{d}^3 \quad \cdots \cdots (8)$$

$$\partial\tau/\partial P \approx 8\bar{D}[4\bar{D}-\bar{d})/(4\bar{D}-4\bar{d}) + 0.615\bar{d}/\bar{D}]/\pi\bar{d}^3 \quad \cdots \cdots (9)$$

(2) おもな変数がばねのたわみ δ の場合

$P = k\delta$ の P, k 及び δ はそれぞれ

$$\delta = 8PD^3n/d^4G \quad \cdots \cdots (10)$$

$$P = (d^4G/8D^3n)\delta \quad \cdots \cdots (11)$$

$$k = d^4G/8D^3n \quad \cdots \cdots (12)$$

である。

式中、G: 横弾性係数

n: 有効巻数

k: ばね定数

$$\begin{aligned} \therefore \tau &= [KdG/\pi D^2n]\delta \\ &= dG\delta[(4D-d)/(4D-4d) + 0.615/D]/\pi D^2n \quad \cdots \cdots (13) \end{aligned}$$

せん断応力の平均値:

$$\bar{\tau} = dG\bar{\delta}[(4\bar{D}-\bar{d})/(4\bar{D}-4\bar{d}) + 0.615/\bar{D}]/\pi\bar{D}^2\bar{n} \quad (14)$$

せん断応力の標準偏差:

$$\begin{aligned} \xi_{\tau} &= [(\partial\tau/\partial d)^2\xi_d^2 + (\partial\tau/\partial D)^2\xi_D^2 \\ &\quad + (\partial\tau/\partial G)^2\xi_G^2 + (\partial\tau/\partial \delta)^2\xi_{\delta}^2 \\ &\quad + (\partial\tau/\partial n)^2\xi_n^2]^{1/2} \quad (15) \end{aligned}$$

式中: ξ_G : 横弾性係数の標準偏差

ξ_{δ} : たわみの標準偏差

ξ_n : 有効巻数の標準偏差

$$\xi_G \approx 0.02\bar{G} \quad \cdots \cdots (16)$$

ξ_{δ}, ξ_n は許容差範囲の 1/6 を取るものとする。

$$\therefore \partial\tau/\partial d \approx \bar{d}\bar{G}\bar{\delta}[12\bar{D}\bar{d}/(4\bar{D}-4\bar{d})^2 + (4\bar{D}-\bar{d})/(4\bar{D}-4\bar{d}) + 0.615\bar{d}/\bar{D}]/\pi\bar{D}^2\bar{n} \quad (17)$$

$$\partial\tau/\partial D \approx -4\bar{d}\bar{G}\bar{\delta}[(8\bar{D}^2-7\bar{D}\bar{d} + 2\bar{d}^2)/(4\bar{D}-4\bar{d})^2 + 0.461\bar{d}/\bar{D}]/\pi\bar{n}\bar{D}^3 \quad \cdots \cdots (18)$$

$$\partial\tau/\partial G \approx \bar{d}\bar{\delta}[4(\bar{D}-\bar{d})/(4\bar{D}-4\bar{d}) + 0.615\bar{d}/\bar{D}]/\pi\bar{D}^2\bar{n} \quad \cdots \cdots (19)$$

$$\partial\tau/\partial \delta \approx \bar{d}\bar{G}[(4\bar{D}-\bar{d})/(4\bar{D}-4\bar{d}) + 0.615\bar{d}/\bar{D}]/\pi\bar{D}^2\bar{n} \quad \cdots \cdots (20)$$

$$\partial\tau/\partial n \approx -\bar{d}\bar{D}\bar{\delta}[(4\bar{D}-\bar{d})/(4\bar{D}-4\bar{d}) + 0.615\bar{d}/\bar{D}]/\pi\bar{D}^2\bar{n} \quad \cdots \cdots (21)$$

2.4.2 強度分布の決定

ばねの両振り疲れ強さ分布—繰返し数線図を図 1 に示す。

例えば、 $N = 10^3$ の、疲れ強さ分布は $S_3(\bar{S}_3, \xi_{S_3})$ で示され、 $\bar{S}_3$ は次式で与えられる。

$$\bar{S}_3 = \beta/\sigma_b \quad \cdots \cdots (22)$$

$$C \leq 4 \text{ なら } \beta \sim N(0.72, 0.02)$$

$$4 < C \leq 6 \text{ なら } \beta \sim N(0.63, 0.02)$$

$$C > 6 \text{ なら } \beta \sim N(0.54, 0.02)$$

β は疲れ強さ係数で、ばね指数 $C=D/d$ により変化し、 $\beta \sim N(0.72, 0.02)$ は β の平均値 0.72, 標準偏差 0.02 の正規分布に従うことを意味する。

図1 両振り疲れ強さ分布—繰返し数線図

一方、疲れ強さの標準偏差は次式で与えられる。

$$\xi_{s3} = [\sigma_b^2 \xi_\beta^2 + \bar{\beta}^2 \xi_{\sigma_b}^2]^{1/2} \quad (23)$$

式中、 σ_b は引張強さの平均値で、その標準偏差は

$$\xi_{\sigma_b} \approx 0.05 \sigma_b \quad (24)$$

$$\text{変動係数は } V_{s3} = \xi_{s3} / \bar{S}_3 \quad (25)$$

で与えられる。

また、 $N=10^7$ に対する、ばねの耐久限度分布は $S_0(\bar{S}_0, \xi_{s0})$ で示される。但し、

$$\bar{S}_0 = 0.3 K_f \cdot K_e \cdot \sigma_b \quad (26)$$

式中、 K_f は応力集中係数(図2参照)

図2 K_f とばね指数の関係

K_e は工程係数(加工工程による材料の強化係数)

$$K_e = 1 + K_p + K_h \quad (27)$$

式中、

K_p はショットピーニングによる強化係数で

$$K_p = 0.2$$

同様に、 K_h はホットセッチングによる強化係数で

$$K_h = 0.2$$

とみなす。また、その標準偏差は

$$\xi_{s0} = 0.05 \bar{S}_0 \quad (28)$$

変動係数は

$$V_{s0} = \xi_{s0} / \bar{S}_0 = 0.05 \quad (29)$$

で与えられる。

繰返し数、 $10^3 < N < 10^7$ 回るとき、変動係数 V_s は V_{s3} にたいし線形に変化すると仮定すると、

$$V_s = V_{s3} + (1/\lg N - 3)(V_{s0} - V_{s3})/4 \quad (30)$$

同様に任意な寿命 N に対し、せん断疲れ強さ S_N が線形に変化するものと仮定すると、

$$\lg \bar{S}_N = \lg \bar{S}_3 + (\lg N - 3)(\lg \bar{S}_0 - \lg \bar{S}_3)/4 \quad (31)$$

有限寿命のときのせん断疲れ強さ $S_N(\bar{S}_N, \xi_{sN})$ が求まる。

なお、 $N \geq 10^7$ に対しては、

$$S_N \approx S_0 \quad (32)$$

以上のせん断疲れ強さ S_N は両振り疲れ強さであるが、ばねの疲労は普通非対称繰返し応力によって生ずるので Goodman 限度線図(図3)により示される。

図3 Goodman 限度線図

2.4.3 Goodman 限度線図のかき方

a) $\tau_{\min}$ を横座標、 $\tau_{\max}$ を縦座標とする。45°の直線を引き、直線の上に $A(\bar{\tau}_b, \bar{\tau}_b)$ を取る。材料のせん断強さの平均値 $\bar{\tau}_b$ は

$$\left. \begin{aligned} C \leq 4 \text{ なら } \bar{\tau}_b &= 0.8 \bar{\sigma}_b \\ 4 < C \leq 6 \text{ なら } \bar{\tau}_b &= 0.7 \bar{\sigma}_b \\ C > 6 \text{ なら } \bar{\tau}_b &= 0.6 \bar{\sigma}_b \end{aligned} \right\} \text{にとる。}$$

b) 縦軸の上に点 $E(0, S_N)$ を取り、線 AE を引く。

c) 縦座標がねじり弾性限度の平均値 $\bar{\tau}_s$ をもつ水平線 BC を引く。

ただし、

$$\tau_s = \alpha \tau_b \quad (33)$$

$$\alpha \sim N(0.9, 0.03)$$

$$\bar{\tau}_s = 0.9 \bar{\tau}_b \quad (34)$$

$$\xi_{\tau_s} = [\bar{\tau}_b^2 \xi_\alpha^2 + \bar{\alpha}^2 \bar{\tau}_b^2 \xi_{\tau_b}^2]^{1/2} \quad (35)$$

とする。

$$\text{式中、} \xi_{\tau_s} \approx 0.054 \bar{\tau}_b \quad (36)$$

(1) $\tau_{\min}$ が一定の場合

ばねの使用応力 τ_1 と τ_2 が既知で、疲れ限度線図は

図3に示すものとする。FGの延長線とBEとがD点で相交われば、使用応力の限度の応力 S_m およびその変動係数 V_{sm} は

$$\bar{S}_m = \bar{\tau}_1 (\bar{\tau}_b - \bar{S}_N) / \bar{\tau}_b + \bar{S}_N \quad (37)$$

$$\xi_{sm} = V_{sm} \bar{S}_m \quad (38)$$

FGの延長線とBCがAE上で相交われば、

$$\bar{S}_m = \bar{\tau}_s \quad (39)$$

$$\xi_{sm} = \xi_{rs} \quad (40)$$

となる。

(2) $r = \tau_{\min} / \tau_{\max}$ が一定の場合

$r = \tau_{\min} / \tau_{\max}$ は繰返し特性である。既知のばねの使用応力が $\tau_{\min}$ と $\tau_{\max}$ で、 $r = \tau_{\min} / \tau_{\max} = \text{一定}$ の場合には直線OFとBEあるいはBCの交点は使用応力の限度応力 S_m となる。(図4)

図4 r が定数の場合の Goodman 限度線図

OFとBEが相交われば、 $\bar{S}_m$ とその変動係数 V_{sm} は、

$$\bar{S}_m = \bar{S}_N \bar{\tau}_b / [\bar{\tau}_b - r(\bar{\tau}_b - \bar{S}_N)] \quad (41)$$

$$\xi_{sm} = V_{sm} \bar{S}_m \quad (42)$$

また、OFとBCが相交われば、

$$\bar{S}_m = \bar{\tau}_s \quad (41)'$$

$$\xi_{sm} = \xi_{rs} \quad (42)'$$

となる。

2.4.4 信頼度の計算

$$R = (1/\sqrt{2\pi}) \int_Z^\infty e^{-Z^2/2} dZ \quad (43)$$

式中、積分範囲の下限は

$$Z = (\bar{S}_m - \bar{\tau}_{\max}) / [\xi_{sm}^2 + \xi_{\tau}^2]^{1/2} \quad (44)$$

となる。

3. 信頼性設計の例

例2 イギリス規格 BS 4100 エンジン弁ばね用オイルテンパー線で製造され、ばね仕様が表1に示されるばねの信頼性設計の例を示す。すなわち、以下の諸量を求める。

- (1) 普通工程のときの信頼度 $R(N=10^6)$
- (2) ショットピーニングとホットセッチングを施した

時の信頼度 $R(N \geq 10^7)$

解：まず、せん断応力の平均値と標準偏差を求める。

式(3)より、

$$\bar{\tau}_1 = 286 \text{ N/mm}^2$$

$$\bar{\tau}_2 = 630 \text{ N/mm}^2$$

表1 ばねの仕様

項目	平均値	標準偏差
d	3.55mm	0.01
D	24.5 mm	0.08
n	5 巻	0.07
P_1	169.54N	2.83
P_2	373.38N	6.22
G	77200N/mm ²	1544
σ_b	1667N/mm ²	83.4

図5 ばねの寸法と荷重特性

式(7), (8), (9)より、

$$\partial \tau_2 / \partial d = -21.57$$

$$\partial \tau_2 / \partial D = 21.71$$

$$\partial \tau_2 / \partial P = 1.765$$

表1より

$\xi_d = 0.01$, $\xi_D = 0.08$, $\xi_P = 6.22$ であり、これらより、

$\xi_{\tau_2} = 1.12$ となる。

3.1 普通工程のときの信頼度 $R(N=10^6)$

$$C = D/d = 24.5/3.5 = 7$$

$$\beta \sim N(0.54, 0.02)$$

$$\bar{S}_3 = 0.54 \bar{\sigma}_b = 900 \text{ N/mm}^2$$

式(24)より、 $\xi_{\sigma_b} \approx 0.05 \bar{\sigma}_b$

式(23)より、

$$\begin{aligned}\xi_{s3} &= [\bar{\sigma}_b^2 \xi_{\beta}^2 + \bar{\beta}^2 \xi_{\sigma_b}^2]^{1/2} \\ &= [1667^2 \times 0.02^2 + 0.54^2 \times (0.05 \times 1667)^2]^{1/2} \\ &= 56\end{aligned}$$

$$V_{s3} = \xi_{s3} / \bar{S}_3 = 56 / 900 = 0.0622$$

図2を参照して、 $K_f = 0.88$

普通工程のとき、 $K_e = 1$

式(26)より、

$$\begin{aligned}\bar{S}_0 &= 0.3 K_f \cdot K_e \cdot \bar{\sigma}_b \\ &= 0.3 \times 0.88 \times 1 \times 1667 \\ &= 440 \text{ (N/mm}^2\text{)}\end{aligned}$$

式(28)より、 $\xi_{s0} = 0.05 \bar{S}_0 = 22$

$$V_{s0} = 0.05$$

式(30)より、

$$\begin{aligned}V_s &= V_{s3} + (\lg N - 3) (V_{s0} - V_{s3}) / 4 \\ &= 0.0622 + (\lg 10^6 - 3) (0.05 - 0.0622) / 4 \\ &= 0.053\end{aligned}$$

式(31)より、

$$\begin{aligned}\lg \bar{S}_N &= \lg \bar{S}_3 + (\lg N - 3) (\lg \bar{S}_0 - \lg \bar{S}_3) / 4 \\ &= \lg 900 + (6 - 3) (\lg 440 - \lg 900) / 4 \\ &= 2.69\end{aligned}$$

$$\therefore \bar{S}_N = 490 \text{ N/mm}^2$$

$$\xi_{sN} = V_s \bar{S}_N = 0.053 \times 490 = 25.97$$

ばねの負荷状況として、応力比 r が定数であると仮定すると、Goodman 限度線図は図4のようになる。

$$r = 286 / 636 = 0.454$$

$$\bar{\tau}_b = 0.6 \bar{\sigma}_b = 1000 \text{ N/mm}^2$$

$$\bar{\tau}_s = 0.9 \bar{\tau}_b = 900 \text{ N/mm}^2$$

式(41)より、

$$\begin{aligned}\bar{S}_{sm} &= 490 \times 1000 / [1000 - 0.454(1000 - 490)] \\ &= 637.6\end{aligned}$$

$$\xi_m = V_s \bar{S}_m = 0.053 \times 637.6 = 33.8$$

式(44)より、

$$\begin{aligned}Z &= (637.6 - 630) / (33.8^2 + 11.12^2)^{1/2} \\ &= 0.214\end{aligned}$$

標準累積正規分布表⁴⁾より、

$$R(N=10^6) = 0.5948$$

したがって、普通工程が採用された場合には明らかに、信頼度の規定を達成しない。

3.2 ショットピーニングとホットセッチングを施した場合の信頼度 $R(N \geq 10^7)$

ショットピーニングとホットセッチングを施した場合、 $K_e = 1.4$

$$\begin{aligned}\bar{S}_0 &= 0.3 \times 0.88 \times 1.4 \times 1667 \\ &= 616.12 \text{ (N/mm}^2\text{)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{S}_m &= 616.12 \times 1000 / [1000 - 0.454(1000 - 616.12)] \\ &= 746.1 \text{ (N/mm}^2\text{)}\end{aligned}$$

$$\xi_{sm} = V_{s0} \bar{S}_m = 0.05 \times 746.1 = 37.3$$

$$\begin{aligned}Z &= (746.1 - 630) / (37.3^2 + 11.12^2)^{1/2} \\ &= 2.98\end{aligned}$$

$$R(N \geq 10^7) \leq 0.998$$

したがって、ショットピーニングとホットセッチングを施した場合には明らかに、信頼度の規定を達成する。

4. 結 言

以上、信頼性工学の理論にもとづく圧縮コイルばねの信頼性設計の手順を示し、設計公式を導いた。

また、エンジン用弁ばねを例に信頼性設計法を具体的に示し、製造工程の違いがばねの信頼度に及ぼす影響を定量的に論じた。その結果、従来ほとんど知られていなかった「圧縮コイルばねの信頼性設計」の意義が明らかになった。

参 考 文 献

- 1) Haugen, E. B., "Probabilistic Mechanical Design", (1980), 汪一麟ほか中国語訳, (1985), 機械工業出版社.
- 2) 牟致忠, 機械可靠性設計(機械の信頼性設計), 9-93, (1986), 上海工業大学.
- 3) 張英会, 螺旋弹簧可靠性研究報告(コイルばねの信頼性研究報告), III-33, (1988), 北京科技大学.
- 4) Hald, A., "Statistical Tables and Formulas" (1952), John Wiley & Sons.