二波長レーザーを用いた速度・温度場同時計測法の提案とその有効性*

中根 一郎¹, 鳴海 明², 福田 健太郎³, 伊藤 昭彦⁴

A Study of Simultaneous 2-D Measurement for Transient Velocity and Temperature Using Two Color Lasers

Ichiro NAKANE, Akira NARUMI, Kentaro FUKUDA and Akihiko ITO

ABSTRACT

This paper describes a modified technique to measure transient profiles of velocity and temperature. This technique simultaneously uses a Particle Tracking Velocimetry (PTV) and a real time Holographic Interferometry (HI) with two color lasers. We named this method as HI-PV. In HI-PV, the PTV (velocity) and the HI (temperature) images are superposed on each other. Then, these images are separated using two different methods. One directly records this superposed image, and separates it by a digital image processing. The other uses a half-mirror and color filters to provide individual images, and synchronously records these separated images with two independent cameras. In this paper, both methods were applied to the simple and the complex natural convection, and its validity was proven in comparison with the numerical calculations. Then, HI-PV tried measuring the fast and thin surface tension driven flow, and its ability in response and resolution was confirmed.

Keywords : Flow visualization, 2-D Measurement, Particle tracking velocimetry, Holographic interferometry, Velocity and temperature fields, Double wavelength lasers

1. 緒 論

熱流体現象は、本質的に非定常三次元で再現性のない物である。ただし二次元とみなせる場合も数多く存在することから、そのメカニズムの理解には少なくとも過渡的な二次元の速度と温度の同時刻での情報が必要となる。このためこれまでに、感温液晶¹⁾や、PIVとLIFを結合させること²⁾により非定常の速度・温度場を同時に計測する手法が提案されている。しかしながら、これらの方法では、対象が液体に限られてしまうことや、測定温度範囲が狭いという欠点がある。そこで本研究ではこのような欠点を補う測定法として、波長の異なる二種類のレーザーを利用し、散乱粒子を追跡するPTVと実時間ホログラフィー干渉法(以後HI)とを組み合わせる手法(以後HI-PV)を提案し、その実用化と可能性を検討する。

まず、その現象が既に定量的にも明らかになっている定常な二次元正方形サーマルキャビティフローにHI-PVを適用した。そして、実際に測定を行う上で大切な、明瞭なイメージを撮影するための手段・条件等の知見を得た。さらに、同条件での数値計算を行い、結果を比較することで測定結果に不具合が無いかを確認する。続いて、密度反転により流れの方向が逆転し、非定常で複雑な流れ場となる二円管周りの自然対流の速度・温度場をHI-PVにより測定した。この場合も、同条件での数値計算を行い、結果を比較・確認した。これにより、定性的な報告³⁾のみであった同問題の速度・温度場を定量的に明らかにするとともに、同測定法の実用性を検討する。そして最後に、やはり速度・温度場に関して定量的な報告⁴⁾のモデルとして、加熱された液体燃料中の表面張力対流に本計測法を適用した。また、この計測により、HI-PVの時間・空間的分解能についても検討する。

2. HI-PVの原理・光学系

前述したように、HI-PVは、散乱粒子を混入した試験

* 原稿受付 2001 年 8 月 20 日

¹ 神奈川工科大学 工学部

² 正会員 神奈川工科大学 工学部

³ 神奈川工科大学 大学院 工学研究科

⁴ 弘前大学 理工学部

部にレーザーシートを照射して散乱粒子を追跡する事で速度ベクトルを求める PTV と、等密度線となっている干渉縞から温度場を求める実時間ホログラフィー干渉法とを組み合わせたものである。各々の手法は、既に可視化計測法として確立されており、このため、その精度も保証されている^{5),6)}。ただし、可視化計測法では、精度の多くはイメージの質に依存する。特に本計測法では、粒子による散乱が干渉縞を、また、干渉縞が粒子のイメージを、それぞれ劣化させる。このため、これらの重なり合ったイメージをいかに上手く分離するかが成功の鍵となる。そこで、本論文では次の二通りの方法を試みた。

(1) PTV と HI の重なり合ったイメージを一台のビデオカメラにより撮影し、後に、デジタル画像処理により分離する方法。以後、これを HI-PV1 とする。

(2) 重なり合ったイメージを、ハーフミラーにより二つに分け、それぞれを異なる色のカラーフィルターに通すことで、PTV と HI のイメージに光学的に分離する方法。撮影に際しては、それぞれ一台ずつ二台のビデオカメラを用いる。以後、これを HI-PV2 とする。

ここで、HI-PV1 は、「得られる速度・温度場は、時間・空間的に完全に一致した情報である。」という利点を持つ反面、「画像処理では PTV と HI の各々イメージへの完全な分離は非常に難しく、特に粒子密度が高い場合や干渉縞が密な領域では、互いの干渉の影響が読みとりを困難にする。」という欠点を持っている。なお、HI-PV2 の利点と欠点は、当然、HI-PV1 とは全く逆である。

Fig. 1 にこれらの光学系を示す。HI の光源には He-Ne ガスレーザー (50 mW) を、PTV には Ar イオンレーザー (4W) をシート状にして用いている。このため、重なったイメージから、赤色だけのイメージを取り出せば HI のイメージとなり、青色だけのイメージを取り出せば PTV のイメージとなる。なお、HI-PV1 ではイメージの分離を Adobe 製 Photoshop により行い、HI-PV2 では Kodak 製のカラーフィルターにより行っている。

Fig. 1 Schema of optical setups for HI-PV.

3. 測定対象場

本研究では、前述したように、以下の三種類の場を対象として HI-PV による測定を行った。

- (1) 密閉矩形容器の左壁を低温、右壁を高温、上下壁を断熱とした自然対流場（サーマルキャビティフロー）。
- (2) 密閉矩形容器内で、鉛直に配置した水平二円管により水を 4°C 以下に冷却する自然対流場。
- (3) プラントル数 (Pr) の大きい 1-プロパノール ($Pr = \text{約 } 31$) を、上部開放の矩形容器にプールし、液面からわずかに離れたヒーターで上部表面の一部を加熱する場。そこでは、表面張力対流と自然対流

Fig. 2 Schema of experimental apparatus for thermal cavity.

Fig. 3 Schema of experimental apparatus for natural convection around two tandem cooling tubes.

Fig. 4 Schema of experimental apparatus for surface tension driven flow around heater.

の両方が作用する。

各々, 実験装置の概略を **Fig. 2, 3, 4** に示す. なお, トレーサーとして, (1) と (2) の実験では比重 1.02, 直径 $50\ \mu\text{m}$ のポリスチレン粒子を使用し, (3) の実験では, プロパノールの比重が小さく (約 0.8), 非常に早い現象であることから, アルミ片を用いた. また, 各実験装置の壁の適当な位置には T 型熱電対を取り付けており, 壁温測定も並行して行っている.

次に, 実験時の温度条件であるが, ここで紹介している結果の場合には以下の通りである.

- ・ (1) の実験では, 水の初期温度 (室温) T_i が 23°C で, 高温壁温度 T_{max} が 25.5°C と, 低温壁温度 T_{min} が 20.5°C .
- ・ (2) の実験では, 水の初期温度 (室温) T_i が 13°C で, 冷却円管の温度 T_{min} が -3°C .
- ・ (3) の実験では, プロパノールの初期温度 (室温) T_i が引火点温度の 25°C . また, ヒーター温度 T_{max} は, 175°C で一定とした場合と, その定温状態から毎分約 10°C ずつ上昇させた場合 (測定時は 247°C) の二種類.

4. 数値計算法

HI-PV の測定結果において不具合が無いかを確認し, 互いが互いの結果を保証するという目的で, 前記 (1) (2) の二種類の自然対流場を数値計算した. この場合, 対象を二次元非定常の自然対流場と見なし, 流れ関数 (ψ) - 渦度系 (ω) の支配方程式を用い, 浮力項以外の物性値を一定とするブジネ近似を適用した. 浮力項は, 密度を直接評価して温度の関数⁷⁾ としている. また, 温度の初期条件と境界条件は, 実験結果に一致させている. この境界条件, 並びに計算領域と格子をまとめて **Fig. 5** に示す. 計算の際には, 支配方程式と図中の境界条件を無次元化

した上で, この座標系において差分化した. 差分化の手法としては, 対流項にはハイブリッド法による陰解法を, 拡散項には中心差分法を適用し, 線順法による繰り返して解を決定した. なお, この計算法 (プログラム) に関しては, すでに十分な精度であることを確認している^{8), 9)}.

5. 測定結果

5.1 サーマルキャピティフロー

この実験では, 明瞭な PTV と HI のイメージを撮影できるように, 条件や手法に関する知見を得ることを目的とした. このため, 二色レーザーの各々の強さ, 混入する粒子の濃度, イメージの分離方法, 等を種々試み, 計測条件と手法を見出した. これにより, 得られたイメージを **Fig. 6** に示す. 同図より, HI-PV1, HI-PV2 ともにイメージの分離はできており, 粒子も干渉縞も読みとりが可能であることが分かる. ただし, HI-PV2 ではイメージの完全な分離がなされているのに対し, HI-PV1 では各々のイメージにもう一方の像が残っている. このため, この場合には HI-PV1 と HI-PV2 で測定結果に影響は無いものの, 干渉縞が密となる温度勾配の大きな現象や, PTV ではなく PIV により速度を計測する場合などには, HI-PV2 が適していると言える.

Fig. 6 のイメージを基に算出された速度・温度を **Fig. 7** に, 数値計算から得られた結果を **Fig. 8** に示す. なお, HI-PV1 および HI-PV2 により算出された結果に違いが無かったため, 測定結果は HI-PV2 によるものである. また本報では, 図が見づらくなることを避けるため, 速度ゼロのベクトルは記していない. このため **Fig. 7, 8** の中央部は空白となっている. 見方を変えると, これがこの実験での速度の分解能を示しており, 実際には速度を持っている点でありながら検出できていない場合もある.

Fig. 5 Grid system and boundary conditions.

Fig. 6 Superimposed and separated images by HI-PV.

Fig. 7 Experimental results obtained by HI-PV2.

Fig. 8 Calculated results.

Fig. 7, 8 を比較すると、上下壁近傍での速度・温度に多少の違いが見受けられるものの、基本的には、速度・温度ともにほぼ同じ傾向と大きさとなっている。なお、この上下壁近傍での違いは、レーザー照射の関係上、実験装置の上下壁の断熱が不完全となることと、試験部の厚み（紙面）方向に速度が分布を持つためであると考えられる。このため、これらがほとんど影響しない伝熱面近くでの結果は良好である。そこで、この影響が最も少ない流路高さ中央（Fig. 6(a), A-A' 線）での、速度 v と温度 T の定量的な比較を Fig. 9 に示す。ただし、Fig. 7 から分かるように、A-A' 線と交差する干渉縞以外には A-A' 線上に測定点は無い。このため、特に v に関しては、全て内挿により補間して値を算出している。同図から分かるように、測定・計算結果の速度・温度は非常に良く一致している。前述したように、PTV, HI ともに既に確立された計測法であることから、イメージを損なうことなく分離できれば、これはある程度当然のことであろう。

Fig. 9 Velocity and temperature profiles at A-A' line.

5.2 密度反転をとまなう二円管周りの自然対流

5.1 では、定常な自然対流場での測定結果を確認した。そこで次に、より実際の複雑な自然対流場を HI-PV により測定し、検討することとした。このための実験装置が Fig. 3 である。これは、密閉矩形容器内の水を鉛直に配置した水平二円管により冷却する場であり、密度反転により、鉛直下向きと上向きの流れの干渉、再循環領域の形成といった問題を持っている。なお、この測定の際には、HI-PV1 と HI-PV2 を組み合わせて行った。つまり、HI-PV2 の光学系配置においてカラーフィルターを取り除いた状態で、一台のカメラが常に試験部全体を、もう一台のカメラが上下円管周りを交互に記録し、それぞれ画像処理により PTV と HI のイメージに分離した。HI-PV では、このような計測も可能であり、これも利点の一つであろう。

まず、この現象がどのようなものであるかを簡単に紹介する。このため、著者らがこれまでに明らかにした³⁾冷却円管周りの流動様式の時系列変化を、大まかに模式

Fig. 10 Schema of time sequential profiles of flow patterns in the process of cooling the water by two tandem cooling tubes.

図としてまとめて **Fig. 10** に示す。同図では、冷却の段階を密度反転流の発達順に五段階に分けており、この段階は以下のように区分される。

- Stage0: 冷却を始めると、上下円管から下向きの流れが生じる。この下向きの流れが、場を支配している段階。
- Stage1: 下向きの流れに抗して、密度反転流の発達が始まり、下側円管上部に再循環流れが形成された段階。
- Stage2: 再循環流れが上下円管間に発達した段階。
- Stage3: 再循環流れが上側円管上部まで発達した段階。
- Stage4: 密度反転流が完全に発達し、上向きの一つの対流となった段階。

この Stage0, 1, 3 の状態での測定結果を、数値計算結果（右半分）との比較の形で、**Fig. 11, 12** に示す。

Fig. 11 の左半分は、試験部全体を撮影した結果から干渉縞（温度分布）だけを取り出した物であり、**Fig. 12** の左半分は、**Fig. 11** と同時刻に上下円管周りを撮影した結果の速度・温度分布である。ただし、**Fig. 12** では、計算結果との比較を考慮して、上下円管のうちで再循環領域が顕著に現われた側を示した。このため、**Fig. 12(a) (b)** は下側円管の、**Fig. 12(c)** は上側円管の結果としている。

なお、等温線中の数字と、干渉縞写真中の a ~ g までの英字は、それぞれ温度 (°C) の値であり、特に英字に関しては、a = -0.77, b = 1.21, c = 3.13, d = 5.08, e = 7.07, f = 9.09, g = 10.8 の各温度 (°C) となっている。また、光学測定の関係上、この実験においても試験部周りの断熱が充分ではない。このため、実験結果と、壁を全て断熱としている計算結果とを、同時刻で比較すると、計算結果ではより冷却が進んだ形となっている。そこで、ここでは厳密に時間を一致させての比較は行わず、多少時間的にずれてはいても、円管近傍での特徴的パターンが最も似ている計算結果を選んで比較している。従って、両者を比較した際に、ある程度の定性的な一致は当然である。しかし、**Fig. 11, 12** では、円管周りの速度・温度分布は定量的にもほぼ一致している。また、速

Fig. 11 Interferograms and calculated temperature contours.

Fig. 12 Velocity and temperature profiles around a cooling tube [(a), (b): lower tube, (c): upper tube].

度ベクトルの向き・大きさと干渉縞の広がり方・間隔との整合性という観点からも、測定結果には問題が無い。特に、5.1とは異なり、この結果のように現象が非定常の場合には、HIとPTVとに分けての別々の測定では、時間や位置の整合に多大の労力を要する。しかも、再現性の乏しい現象においては、別々に測定することは不可能であろう。HI-PVは、そういった現象に対して特に有効である。なお、断熱の問題以外にも、測定結果と計算結果の違いの要因として、以下の事柄が挙げられる。

- (1) 数値計算では Boussinesq 近似を用いており、浮力項の密度以外の物性値は平均温度の値としていること。
- (2) HIの結果は試験部全体（30 mm）の積分値であり、この実験のように室温との差が大きい場合には、試験部厚み方向への温度分布の影響が現れること。
- (3) PTVの結果は試験部中央の平面内の速度ベクトルであるため、試験部厚み方向へ速度分布を持つこと。ただし、伝熱面近傍においては上記(2)、(3)の影響は小さく、これは、Fig. 11, 12からも見て取れる。

次に、Fig. 11, 12の現象を考える。Fig. 11, 12(a)は、下向きの対流がまだ支配的な状態であり、上側円管で冷却された水が下側円管に流れ込んでいる。このため、下側円管での冷却は進んでおり、下側円管周りの干渉縞が同心円的に広がるとともに、最も冷却の進んだ下側円管下部において、密度反転流による再循環領域が形成されている。この密度反転流が、下側円管上部にまで発達したのが Fig. 11, 12(b)である。ただしこの場合も、下向きの流れのために密度反転流はなかなか上には進めず、再循環領域は横方向に広がっている。Fig. 11, 12(c)では、さらに密度反転流が発達しており、上側円管上部にまで達している。上側円管では、流入する下向きの流れがないために密度反転流の発達は容易であり、横方向へはほとんど広がっていない。このためこの段階で、上下の干渉縞の広がり方は、ほぼ等しくなっている。

さらに、Fig. 12の結果から、式(1)による下側円管周りの局所 Nu を求め、その分布を Fig. 13に示す。なお、Fig. 12(c)の場合は対応する下側円管の結果から求めた。

$$Nu = h \times d / \lambda, h = -q / (T_i - T_{\min}), q = -\lambda(dT/dr) \quad (1)$$

ここで、 d : 冷却円管直径、 λ : 熱伝導率、 dT/dr : 冷却円管表面での温度勾配、である。計算結果の Nu は、円管上の温度勾配を二次近似により算出し、測定結果の Nu は円管に最も近い二本の干渉縞から一次近似で算出している。しかも、数値計算の格子に比べると、干渉縞の間隔は相当に広い。このため、Fig. 13では、全般的に計算結果の Nu の値が大きくなっている。しかしながら、その大きさの違いは平均としていずれも 2/3 程度であり、ピークの位置を含めた定性的な傾向は良く一致している。つまり、屈折率変化の小さい 0°C 近傍の水、冷却初期段階の密な干渉縞を判別できる程度の実験装置の幅、という条件で HI により測定している以上、この程度の違いは

Fig. 13 Measured and calculated local Nu profiles on the lower tube.

仕方の無いものであろう。また目安のため、Fig. 13には、Kuehn ら¹⁰⁾ならびに著者ら⁸⁾が計算した、 $Pr = 10$, $Ra = 10^4$ での定温一円管を開いた系に置いた場合の結果も併記した。開いた系の結果は、当然、今回の下側円管の結果に比べて2.5～3倍程度と大きく、直接比較することはできない。ただし分布形に着目すると、向きは逆になるものの、Fig. 11, 12(c)の結果は開いた系の分布形に近い。これは、Fig. 11, 12(c)では、下側円管近傍の流れが、主にそれ自身から発生した密度反転流だけだからである。つまり、円管近傍の流れがそれ自身により発生した自然対流だけである場合には、閉じた系であったとしても、その Nu の分布は、当然、開いた系の分布形に近くなるということであろう。またこのために、下側円管の Nu の分布は、これ以降、この形からあまり変化しないことが予測される。これは、計算結果からも確認されている。これに対して、Fig. 11, 12の(a), (b)の場合の分布形は、開いた系の場合と相当に異なっている。これは、上側円管からの下向きの対流と密度反転流の干渉によるものであり、当然ながら、干渉縞の間隔が広いところほど Nu は小さくなっている。

5.3 プールされた1-プロパノール上の表面張力対流

最後に、Fig. 4に示された、非常に薄い境界層を持つ場を HI-PV により測定した。これは液体燃料上の火炎伝播の基礎実験であり、また、HIとPTVを組み合わせたことにより時間・空間的分解能が劣化していないかを、この実験を通して検討する。つまり、流速が速くて狭い領域での現象の測定には、5.1, 5.2のような場合に比べ、レーザー出力を増し、倍率の大きいレンズや高速カメラなどを使用する。そして、これがイメージの干渉やスベックルノイズ等のイメージを劣化させる原因となりやすい。そこで、ここではこれらの影響の無い事を確認する。ただし、測定は分離されたイメージがより鮮明であった HI-PV2 により行うこととし、PTVには高速カメラを用いて毎秒250コマで撮影した。この結果を Fig. 14に示す。なお、前述したように、この場合のヒーター温度は、(a)が 175°C で一定とした場合で、(b)がその定温状態から毎分約 10°C づつ上昇させた場合である。

(a) Heater temperature = 175°C

(b) Heater temperature = 247°C

Fig. 14 Velocity vector and temperature contour in the surface tension driven flow obtained by HI-PV2.

Fig. 14 に示される現象は、温度差に起因する表面張力対流と自然対流の複合対流である。このため、自由表面近傍の非常に薄い 1 mm 程度未満の液面下においては、表面張力対流により最も高温な部分が前方に移動するとともに、その下部では、その移動分を補うように比較的高温な部分が上昇して対流が生じ、再循環領域を形成している。また、同図より明らかなように、HI のイメージは鮮明であり PTV の影響は現れていない。なお、ここでは示していないが、PTV のイメージにおいてもこれは同様である。ただし、Fig. 14 の結果に関しては、数値計算を行っていないため、前二例のような形で結果を確認することができない。特にこの場合には、反射が不規則で追従性にも問題の有るアルミ片をトレーサーとして用いている関係上、PTV の結果を確認することが必要である。そこで目安として、式(2)により自由表面でのマランゴニ速度 V_s ⁴⁾ を求め、HI-PV での測定結果との比較を Table 1 に示す。

$$V_s = \frac{1}{\mu} \left| \frac{\partial \sigma}{\partial T} \right| \frac{\Delta T_s}{L_s} h_s \quad (2)$$

Table 1 Measured and the Marangoni velocity in the surface tension driven flow.

	U_s	U_m	V_s
Fig. 14(a)	13 mm/s	8.9 mm/s	8.4 mm/s
Fig. 14(b)	26 mm/s	21.5 mm/s	16.5 mm/s

なおここで、 μ : 粘度、 σ : 表面張力、 $|\partial \sigma / \partial T|$: 表面張力係数、 ΔT_s : 液層間温度差、 h_s : 液層深さ、 $\Delta T_s / L_s$: 水平方向温度勾配、である。ただしここでは、添え字 S を付した物理量は、Fig. 14 において、表面張力対流が支配的な領域の値とした。このため、干渉縞から表面張力対流と自然対流の境目を判断し、これを h_s として Fig. 14 中に一点鎖線で示した。なお、 $\Delta T_s / L_s$ は、干渉縞と一点鎖線との交点が判別可能な点の間の距離 L_s と、その干渉縞の温度差 ΔT_s より求めた。また、表中の U_m , U_s は、Fig. 14 に示された HI-PV の測定結果であり、それぞれ、この h_s により定められる領域内の平均速度と最大速度である。

上表より明らかなように、Fig. 14(b) の測定結果と算出されたマランゴニ速度の間には約 30% の違いが有るものの、Fig. 14(a) の測定結果と算出されたマランゴニ速度は非常に良く一致している。これは、温度勾配の読み取りが可能であった位置の違いや、Fig. 14(a) がほぼ定常な状態での結果であるのに対して、Fig. 14(b) が非定常な状態での結果であることに起因していると考えられる。しかし、ここで算出されたマランゴニ速度は、あくまで一つの目安であり、この程度の一致であれば充分であろう。加えて、Fig. 14 から明らかなように、この場合にも速度ベクトルの向き・大きさと干渉縞の広がり方・間隔の整合性はとれており、測定結果として問題は無いと考えられる。つまり、このような場合においても、HI-PV は充分な測定精度を持っていることが分かった。このため今後、HI-PV を用いて、液体燃料上の火炎伝播の気液両相における挙動を計測する予定である。

6. まとめ

本論文では、二波長レーザーにより、速度・温度場を同時に計測する HI-PV 法を提案し、三種類の温度勾配により流れが生ずる場の計測を行った。これにより、本計測法の実用性を確認し、可能性を検討した。加えて、速度・温度分布に関してあまり報告されていない、「密閉矩形容器内で鉛直に配置した水平二円管により水を冷却する場」と、「上部開放矩形容器中の液体燃料を固定熱源により加熱する場」の妥当な測定結果を得て、各々の場を定量的に明らかにした。

参考文献

- 1) 篠木政利, 小澤守, 岡田年史, 木村一郎: 自然対流場における速度場の三次元画像計測, 日本機械学会論文集 B 編, Vol.

- 66, No. 645 (2000) pp. 206–213.
- 2) 榊原潤, 菱田公一, 前田昌信: 二次元衝突噴流よどみ域における渦構造と熱伝達 (DPIV と LIF による速度・温度場の同時計測), 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 60, No. 573 (1994) pp. 18–25.
- 3) 中根一朗, 鳴海明, 柏木孝夫: 鉛直に配列した水平二円管による水の冷却と凍結 (円管の直径と間隔の影響), 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 66, No. 649 (2000) pp. 185–192.
- 4) Ito, A., Masuda, D., Saito, K.: A Study of Flame Spread over Alcohols Using Holographic Interferometry, Combustion and Flame, No. 83 (1991) pp. 375–389.
- 5) 渡辺義明, 加賀昭和, 井上義雄, 山口克人, 吉川瞭: VTR を用いたトレーサー追跡による流れ場の計測 (二次元計測), 流れの可視化, Vol. 7, No. 26 (1987) pp. 301–304.
- 6) Mayinger, F., Panknin, W.: Holographic in Heat and Mass Transfer, 5th International Heat Transfer Conference, Vol. 1 (1974) pp. 28–43.
- 7) Cheng, K.C., Takeuchi, M., Gilpin, R.R.: Transient Natural Convection in Horizontal Water Pipes with Maximum Density Effect and Supercooling, Numerical Heat Transfer, Vol. 1 (1978) pp. 101–115.
- 8) 中根一朗, 鳴海明, 柏木孝夫: 鉛直方向に配置した水平二円管まわりの水の冷却・凍結挙動の可視化と数値解析, 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 64, No. 628 (1998) pp. 288–295.
- 9) 中根一朗, 鳴海明, 柏木孝夫: 水平二円管まわりの水の冷却・凍結挙動 (鉛直に配列した場合の円管間隔の影響), 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 66, No. 648 (2000) pp. 259–266.
- 10) Kuehn, T.H., Goldstein, R.J.: Numerical Solution to the Navier-Stokes Equations for Laminar Natural Convection about a Horizontal Isothermal Circular Cylinder, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 23 (1980) pp. 971–980.