柔らかいフィンをもつ円管から流出する噴流*

中島 正弘¹⁾, 李鹿 輝²⁾, 田畑 隆英¹⁾, 西田 雅³⁾, 野崎 勉⁴⁾

Jet Issuing from Pipe with Fluttering Fins

Masahiro NAKASHIMA, Akira RINOSHIKA, Takahide TABATA,
Masashi NISHIDA and Tsutomu NOZAKI

ABSTRACT

The experimental investigation of the water jet flow issuing from the circular pipe with the fluttering fins is addressed. Especially, the effects of the fluttering fins on the jet diffusion were studied. The measurements of the flow visualization were performed by the system, which was composed of the dual-pulse Nd:YAG-laser, the CCD-camera and the high speed camera. By analyzing the velocity distributions obtained from PIV, the jet widths with or without the fluttering fins were compared. It has been clarified that the jet diffusion is enhanced due to the influence of the fluttering fins. Furthermore, the continuous wavelet transform and the wavelet multi-resolution analysis were respectively applied to analyzing the fluctuating velocity and the image information obtained in the section normal to the jet flow, and the flow structures were decomposed into wavelet components of various scales. It has been found that the flow structures of the jet flow with the fluttering fins are different from that without them.

Keywords : Jet, Flow visualization, Image processing, PIV, Wavelet multi-resolution analysis

1. 緒 論

噴流は工業的にもよく見掛けられることのできる流れ場であり、その流動は各種物質の拡散・混合、燃焼など、様々な現象に密接に関係している。また、噴流の拡散を人為的に制御することは、噴流を各種用途に応用する際に出現する問題の解決に直結している。したがって、噴流の拡散制御に関する研究は、これまで多くの研究者によって取り扱われており、これは、受動制御と能動制御に大別できる。前者の例としては、噴流出口の形状変化^{1), 2)} や小突起物の配置^{3), 4)} による制御がある。また後者では、マイクロ電磁アクチュエータ群の配置⁵⁾ などが挙げられる。また著者らは傾斜切断面をもつ回転円管から流出する噴流について、流れの可視化⁶⁾ やウェーブレット多重解像度解析⁷⁾ により調査し、その拡散促進効

果を明らかにしている。

一方、フィルム製造などに関連して、高速気流中における柔軟で薄いシートの挙動に関する研究^{8), 9)} および、バイオエンジニアリングの観点から、一様水流中の柔軟な弾性膜に発生するフラッタリングに関する研究¹⁰⁾ も最近、行われている。

このような研究の背景から、本研究は **Fig. 1** に示すように円管出口に柔軟性のある人工セルロース製の短冊状フィンを取り付け、噴流拡散の促進を試みるものである。すなわち、円管出口付近において、噴流による渦輪の流出にともない、フィンは上下に振動し、この振動が噴流拡散に影響を及ぼすことが期待される。

Fig. 1 Jet issuing from pipe with fluttering fins.

* 原稿受付 2005 年 3 月 24 日

¹⁾ 正会員 鹿児島工業高等専門学校 (〒 899-5193 鹿児島県霧島市隼人町真孝 1460-1, E-mail: nakasima@kagoshima-ct.ac.jp)

²⁾ 正会員 山形大学 工学部

³⁾ 学生員 鹿児島工業高等専門学校 専攻科 (現 九州工業大学)

⁴⁾ 正会員 中国東北大学

ここでは、フィンの装着効果を確認するために、LIF 法による流れの可視化実験と PIV 法による画像処理を行った。さらに、ウェーブレット多重解像度解析^{7), 11)} も行い、噴流中に含まれる組織構造を大小、様々なスケールに分解した。そして、フィンが噴流の拡散促進に及ぼす影響を明らかにしたので報告する。なお、上述したように、この流れ場は一種の流力弾性的現象^{8), 9)} である。しかし、ここでは、フィンの振動特性については、流れを理解するために必要最小限な記述にとどめることにし、この影響を受けた流れ場の変化について、詳しく述べることにする。

2. 実験装置および方法

本研究で用いた実験装置を Fig. 2 に示す。ポンプから汲み上げられた下部タンクの水は、真ちゅう製円管から縦 800 mm、横 1500 mm、高さ 800 mm の可視化用水槽内に流入する。なお、図には示していないが、噴流の流入によって増加した水はオーバーフローパイプを通じて下部タンクに還流するので、水タンクの水位は一定に保たれている。

タンク上方に設置したデュアルパルス Nd:YAG レーザー (New Wave Research 社製 Mini Lase-30, 20 mJ/pulse) および CCD カメラ (SONY 社製 XC-003, 1018 × 1080 画素) を用いて、ウェーブレット多重解像度解析で使用する水噴流の可視化画像を取得した。また、流れの可視化のために、水噴流には蛍光染料 (ローダミン 6G) を混入させてある。なお、蛍光染料の濃度は 3.47 mol/l であり、すべての可視化実験において、一定に保たれている。カメラからのデジタル情報は、レーザービデオディスク (SONY 社製 LVR5000)、または、パーソナルコンピュータ内の DVD ディスクに格納される。

噴流の 2 次元断面内の流速測定には、PIV 法による画像処理を用いた。ここで、トレーサー粒子画像の取得には、高解像度カメラ (KODAK 社製 ES 1.0, 1920 × 1024

画素) を用いた。画像取得に使用したトレーサー粒子はイオン交換樹脂製で標準粒径が 150 μm 、比重は 1.02 である。さらに、高速度カメラ (PHANTOM V5.1) を用いてフィンの振動、および、この近傍の流れ場も観察した。

実験に用いた真ちゅう製円管の外径は 21 mm、内径 d は 20 mm、長さは 1200 mm であり、円管出口において十分発達した速度分布が得られていることを確認している。また、円管出口における断面平均速度 U_{mean} と d を用いて表したレイノルズ数 Re を 1.48×10^4 から 2.93×10^4 まで種々、変化させて流れの可視化実験を行った。

円管出口に取り付けた人工セルロース製フィンの厚さは約 25.6 μm 、密度は約 1.30 kg/m^3 である。また、柔らかさの指標であるヤング率は約 1.69 GPa である。

この種の流れは、フィンの幅 B 、および、長さ L によって、流動状態が変化する。しかし、ここでは、フィンの幅は $B/d = 0.425$ に固定し、フィン装着効果が噴流拡散に及ぼす影響を調べるために、 $L/d = 1.0$ 、および 1.5 の場合について実験を行った。さらに、比較のためにフィンを円管出口に装着しない場合の実験もあわせて行なっている。なお、フィンが $L/d = 1.5$ 以上の長さになると、フィンの 3 次元振動が発生することを可視化実験から確認している。フィンが $L/d = 1.5$ 以上の場合、および、フィン幅 B を種々、変化させた場合については報を改めて報告する。

本流れ場における座標軸は、フィンの有無にかかわらず、円管出口中心に座標原点 O をとり、流れ方向に x 軸、鉛直方向に y 軸、水平方向に z 軸をとる。また、各軸方向の速度成分をそれぞれ、 u, v および w とする。

3. 実験結果および考察

3.1 フィンの振動

噴流拡散に及ぼすフィンの影響を詳細に調べる前に、本流れ場で重要な役割を果たす円管出口に装着されたフィンの 1 周期分の挙動を高速度カメラによって観察した。これらの画像を Fig. 3 および Fig. 4 に示す。なお、これらの画像では、フィンの挙動を理解しやすいように、円管最上部に装着されたフィンの動きを連続して表示している。

Fig. 3 に示した $L/d = 1.0$ の場合、フィンには進行波^{8) - 10)} は発生せず、フィンは褶曲することなしに上下に振動している。なお、噴流流出速度の増加に対応して、フィンの振幅と周期は増加するが、レイノルズ数 $Re = 2.93 \times 10^4$ の場合を除き、フィンの振動の様子は、ほぼ、Fig. 3 と同様であった。

また、Fig. 4 に示した $L/d = 1.5$ の場合、フィンには進行波が発生し、フィンは上下に大きく褶曲しながら振動している。特にフィンの先端付近の振幅は大きい。Fig. 4 を撮影した際のトレーサー粒子に着目した目視観察によれば、フィンの大規模な褶曲振動によって、フィン先端付近における周囲の静止流体は大きく攪拌され、その一部は、噴流主流部にまで侵入している。また、フィンが

Fig. 2 Experimental apparatus.

Fig. 3 Vibration of fin ($L/d = 1.0$, $Re = 1.97 \times 10^4$). Fig. 4 Vibration of fin ($L/d = 1.5$, $Re = 1.97 \times 10^4$).

下降する際に噴流近傍の静止流体の一部は、時計方向に回転しているのが確認されている。なお、 $L/d = 1.0$ で $Re = 2.93 \times 10^4$ におけるフィンの挙動は、Fig. 4 に示した $L/d = 1.5$ の場合と同様であった。

3.2 噴流の可視化と画像処理

CCD カメラによって撮影したフィンを装着しない円管から流出する噴流、および、これを装着した噴流の瞬間画像を Fig. 5 に示す。この図において各画像の左端が約 $x/d = 10$ の位置である。この位置における各噴流の拡散を比較すれば、フィンを装着した場合、拡散が促進されていることがわかる。さらに、画像輝度が低くなることから、フィンを装着すると噴流構造が変化することもわかる。

フィンの噴流の拡散に及ぼす影響を調べるために、噴流および静止流体中に微小粒子を混入し、PIV 法により噴流の速度分布を求めた。その一例として、 $Re = 1.97 \times 10^4$, $L/d = 1.5$ の場合を Fig. 6 に示す。PIV 法で用いた高解像度カメラからの画像は 300 枚であり、Fig. 6 に示した速度分布は、10 秒間の時間平均速度分布である。本研究では、フィンを装着した場合、フィン先端位置以降の流れ場について画像処理をしている。したがって、Fig. 6 はフィンの長さが $L/d = 1.5$ の場合であるから、最

Fig. 5 Original images visualized by LIF method ($Re = 1.97 \times 10^4$).

Fig. 6 Velocity distributions.

右端の速度分布がフィン先端の位置 $x/d = 1.5$ における分布である。この Fig. 6 からわかるように、時間平均速度分布は、フィンを装着しない通常の円管から流出する噴流と同様の速度分布を示しており、時間平均速度分布の形状に関しては、フィン装着の影響は特に認められない。

3.3 噴流の速度分布と噴流幅

フィンの長さやレイノルズ数を種々、変化させた場合の時間平均速度分布を PIV 法により求め、これを用いて各下流位置における噴流幅を求めた。なお、ここでは速度 u が U_{max} の 10% の値を示す位置を噴流幅 $2b$ として定義し、これを拡散の程度を表す特性量として採用した。このようにして求めた $2b$ の x 方向への変化を $Re = 1.48 \times 10^4$, および 2.93×10^4 の場合について、Fig. 7 (a) および (b) に示す。フィンを装着しない円管から流出する

Fig. 7 Variation of jet width.

噴流と比較して、これを装着した場合には、いずれの下流位置においても $2b$ は大きい値を示しており、フィン装着すると噴流拡散は促進されること、および、フィンが長くなるとその装着効果は増大することもわかる。さらに、前項 3.1 で述べたように、 $L/d = 1.0$ で $Re = 2.93 \times 10^4$ の場合には、フィンは $L/d = 1.5$ の場合と同様な振動挙動を示す。これに対応して、Fig. 7 (b) において $L/d = 1.0$ の場合の $2b$ は、 $L/d = 1.5$ と同様な下流方向への変化を示している。

フィンの拡散促進効果に関する考察の一つとして、噴流のエントレインメントに着目した。そして、これを定量的に考察するために、各下流位置における平均速度分布を積分することにより流量を求めた。この流量の x 方向への変化を Fig. 8 に示す。なお、Fig. 8 には鈴木ら⁵⁾ のインテリジェントノズルから流出する円形噴流の結果もあわせて示している。フィンを装着しない場合、流量の x 方向への変化は、鈴木らの natural jet の場合と同様である。フィンを装着すると各下流位置における流量は増加し、エントレインメントが増大していることがわかる。特にフィンの長さが $L/d = 1.5$ の場合、 $x/d = 3$ 付近までは鈴木らの $St_a = 0.25$ の場合と同程度の流量になっている。さらに、鈴木らの実験における $St_a = 0.25$ の場合、噴流の分岐面に直交する面では、流量は著しく減少している。これに対して、本流れ場は軸対称であり、いずれの方向においても流量は増加し、結果的にエントレインメントは増加し、噴流拡散は促進されている。

3.4 噴流の変動規模

噴流は時間平均的にみれば、 x 軸に関して、軸対称な速度分布となる。しかし、可視化実験から得られた画像を観察すると、噴流は瞬間的には上下・左右に大きく変動しながら流れており、この軸に関して非対称な速度分布となっている。したがって、この変動の様子を定量的に検討するために、高解像度カメラからの連続した2枚の画像 (1/30 秒間) を用いて PIV 解析を行った。そして、これから得られた噴流の瞬間速度分布を用いて、噴流中心線の時系列変化を調べた。すなわち、各下流位置における瞬間速度分布において、最大速度 U_{max} を示す y の位

Fig. 8 Variation of mass volume.

Fig. 9 Variation of Δy_{rms} .

置をその下流位置における瞬間噴流中心線と定義した。そして、この瞬間噴流中心線から x 軸までの距離を噴流中心線の変動量 Δy とし、10 秒間の RMS 値 Δy_{rms} を求めた。この様にして得られた噴流中心線の変動規模を表す Δy_{rms} の下流方向への変化を Fig. 9 に示す。円管出口にフィンを装着していない場合でも、これまで多くの研究者が報告しているように、下流に進むにつれて噴流中心線の変動は大きくなるため、 Δy_{rms} は増加している。フィンを装着した場合は、さらに、この変動が大規模になることがわかる。例えば $x/d = 10$ において、フィンを装着した $L/d = 1.5$ の場合の Δy_{rms} は、これを装着していない場合の約 2 倍程度になっている。

3.5 渦度分布

高速度カメラを用いて、円管出口またはフィン近傍の流れ場を撮影し、この画像を用いて PIV 解析を行った。これから得られた速度情報を用いて、この流れ場の渦度分布を求めた。そして、流れ場のある 1 点における渦度の時系列変化を求め、これを Fig. 10 に示す。なお、この図においては、渦度 ω を円管内径 d と円管出口における断面平均速度 U_{mean} で無次元化している。また、着目した点の座標 (x, y) は、フィンを装着していない場合には $(0.5d, 0.5d)$ 、 $L/d = 1.0$ の場合には $(1.5d, 0.5d)$ 、および $L/d = 1.5$ では、 $(2.0d, 0.5d)$ である。Fig. 10 によれば、フィンを装着していない場合、あまり大きな渦度の時系列変化は認められない。これに対して、フィンを

Fig. 10 Vorticity in near field of fin.

装着した場合、正負の大きな渦度が交互に出現していることがわかる。そして、この傾向は $L/d = 1.5$ の場合が大きい。これは、Fig. 4 に示したフィンの振動挙動に対応している。すなわち、Fig. 4(a)～(e) において、フィンが上から下へ振り降りる際に、フィン先端付近の静止流体を巻き込み、その結果として、巻き込まれた流体は、時計方向に回転し、正の渦度が生じる。また、Fig. 4(e)～(i) においては、噴流中の流体がフィンを下から上へ押し上げ、フィン先端付近の流体は半時計方向に回転し負の渦度が生じている。

噴流に平行な断面 (xOy 面) 内の時間平均渦度分布を求め、その結果を Fig. 11 に示す。Fig. 11 (a) はフィンが装着されていない場合の渦度分布であり、図の最右端が円管出口の位置である。また、Fig. 11 (b) および (c) は、 $L/d = 1.0$ および 1.5 の場合であり、各図の最右端がフィンの先端位置である。これらの図から、フィンを装着していない円管の場合、濃い赤および青色で示される強い渦度をもつ領域が下流まで存在していることがわかる。これに対して、フィンを装着した場合、この領域は、比較的、上流位置で消滅している。しかも、フィンが長い場合、より顕著にこの傾向は現れている。このような実験結果は、フィンの装着によって噴流の拡散が促進されて急峻な速度分布が緩和され、その結果として、強い渦度領域が消滅することを裏付けるものである。なお、紙面の都合で図示は省略するが、フィンの長さを変化させた場合の瞬間渦度分布も求めた。それによれば、フィンを装着しない場合、強い渦度を示す領域は円管出口から x 方向へ連続して分布している。しかし、フィンを装

Fig. 11 Contour map of vorticity.

着すると、この領域は分断されて存在するようになり、しかも、フィンが長くなるとこの傾向は顕著になることが明らかになっている。

なお、噴流に平行な断面 (xOy 面) 内の運動エネルギー分布についても調査して考察した。その結果 (実験結果の図示は省略するが)、噴流がもつエネルギーはフィンの振動により消費されて減衰し、フィンが長くなるにつれてその減衰傾向は顕著になることも明らかになった。

3.6 連続ウェーブレット解析

本研究では、PIV 解析によって得られた時系列データを用いて、連続ウェーブレット変換を行った。なお、この際、基本ウェーブレットには、修正 Mexican hat 関数¹³⁾を用いた。この様にして求めた結果を Fig. 12 に示す。これは、 $x/d = 10$ で $y = 0$ における速度データを用いたものである。また、上図に連続ウェーブレット変換を、下図に速度変動波形を示す。なお、上図の横に示したカラーバンドの数値はウェーブレット係数であり、単位は m/s である。ある時刻における u の支配的な周波数成分に対応して、ウェーブレット係数の極大値が現れており、フィンを装着していない場合でも $2 \sim 5$ Hz 付近に周期的に出現する低周波変動がみられる。また、 $L/d = 1.0$ の場合には、この変動周期が若干、長くなる傾向が明確になる。また、同時に、変動周波数の帯域が高周波領域へ広がる傾向にある。さらに、 $L/d = 1.5$ の場合には、これらの傾向が顕著になるとともに、ウェーブレット係数も大きな値を示している。

3.7 ウェーブレット多重解像度解析

Everson ら¹⁴⁾ は 2 次元連続ウェーブレット変換を噴流の流れ画像に初めて応用し、様々な大きさの渦の可視化を行った。しかし、連続ウェーブレット変換 (非直交変換) は基底関数の選択によって異なる結果を与えるため、流れ画像の定量的析は困難である。この問題を解決するため、Li ら¹¹⁾ は 2 次元離散ウェーブレット多重解像度法を流れ画像の解析に応用した。この離散ウェーブレット係数 $Wf_{m;n1,n2}$ は、最も低次レベルの要素がもとの関数の最も低周波の成分からなり、高次レベルの要素ほど、もとの関数の高周波成分を多く含む。このため、離散ウェーブレット係数の要素を先頭から順次離散ウェーブレット逆変換することで、もとの関数の低周波成分から高周波成分の関数まで分析することができる。すなわち、画像に応用される場合には、高精細画像を順次、細くなる部分や成分の階層に分解する解析手法である。なお、本研究では、20 次の Daubechies 基底関数を用いた画像のウェーブレット多重解像度解析により、大スケールから小スケールまでの流れ構造を可視化している。

噴流に蛍光染料を混入し、平行な断面 (xOy 断面)、および垂直な断面 (yOz 断面) にスリット状レーザー光を照射した。そして、LIF 法により、流れの画像を取得し、これを用いてウェーブレット多重解像度解析を行った。

LIF 法により得られた yOz 断面内の原画像を Fig. 13 に

Fig. 12 Wavelet transform ($Re = 1.97 \times 10^4$, $x/d = 10$).

示す。なお、この画像は、 $x/d = 10$ の下流位置で得られたものである。フィンを装着しない場合 (Fig. 13(a)) には、全体的に噴流主流部が明確に確認され、いわゆるブレード渦と呼ばれる部分はあまり、明瞭には認められない。これに対して、フィンの長さが $L/d = 1.0$ の場合 (Fig. 13(b)) および $L/d = 1.5$ の場合 (Fig. 13(c)) には、次第にこの渦の存在が明瞭になっている。

これらの原画像を用いてウェーブレット多重解像度解析を行った。その結果を Fig. 14 に示す。ここでは、比

Fig. 13 Original images of jet flow (in normal plane, $x/d = 10$).

Fig. 14 Wavelet multi-resolution analysis (in normal plane, $x/d = 10$).

較的、大スケール構造を表現するレベル 1 から、小スケール構造を表わすレベル 4 までを示している。まず、レベル 1 について考察すると、フィンを装着しない場合と比較して、これを装着することにより、この噴流主流部を示す赤紫色の領域が小さくなっている。すなわち、大スケール構造が破壊されていることがわかる。次に、中規模なスケール構造を示すレベル 2 については、フィンを装着した場合は、これを装着しない場合よりも、このレベルの構造が多く分布している。また、比較的、小スケール構造を示すレベル 3 においては、フィンを装着しない場合には、このレベルを示す領域は噴流外縁部のみ点在しているのが認められる。これに対して、 $L/d = 1.0$ および 1.5 の場合には、このレベルを示す領域は、噴流内部にも分布していることがわかる。さらに、小ス

ケール構造を示すレベル 4 においては, フィンを装着しない場合, このレベルの領域は噴流中心部付近にはほとんど存在せず, 噴流外縁部にわずかに確認できる程度である. これに対して, $L/d = 1.0$ の場合には, このレベルの領域は噴流中心部にも若干, 存在しているのが認められる. さらに, $L/d = 1.5$ の場合, 噴流中心部にもかなり, このレベルの領域が存在していることがわかる.

以上のことから, フィンを装着すると, 噴流中の大スケール構造が破碎され, 小スケール構造を多く含むようになることが確認された.

4. 結 論

噴流の拡散制御に関する研究の一環として, 円管の先端に柔軟性のある人工セルロース製のフィンを装着し, 流れの可視化, PIV 解析, ウェーブレット解析および, ウェーブレット多重解像度解析を行なった. その結果, 以下の結論が得られた.

- (1) PIV 解析の結果からフィンを装着することにより, 噴流拡散は促進され, そして, フィンが長い場合, その効果は顕著に現れる.
- (2) 連続ウェーブレット解析の結果から, 比較的, 低周波領域において, フィンを装着した効果がみられた.
- (3) ウェーブレット多重解像度解析の結果から, 噴流中に存在する大スケール構造は, フィンの振動により破碎される. フィンを装着していない場合と比較すると, 噴流は小スケール構造を多く含むようになる.

本研究の遂行にあたり, ご教示頂いた北海道工業大学の豊田国昭教授に, また, 可視化実験にご協力頂いた日本カノマックス(株)の堀智博氏, および田中康恵氏に感謝の意を表します.

参 考 文 献

- 1) Longmire, E. K., et al.: Control of Jet Structure by Crown Shaped Nozzles, *Journal of AIAA*, Vol. 30, No. 2 (1992) pp. 505–512.
- 2) Longmire, E. K. and Duong L. H.: Bifurcating jets generated with stepped and sawtooth nozzles, *Physics of Fluids*, Vol. 8,

No. 4 (1996) pp. 978–992.

- 3) Toyoda, K. and Mori, H.: Three Dimensional Vortical Structure and Mixing Mechanism of a Circular Jet, *Journal of Visualization*, Vol. 4, No. 3 (2001) pp. 239–244.
- 4) Zaman K. B. M., et al.: Control of an axisymmetric jet using vortex generators, *Physics of Fluids*, Vol. 6, No. 2 (1994) pp. 778–793.
- 5) 鈴木宏明, 笠木伸英, 鈴木雄二: フラップ型マイクロ電磁アクチュエータ群による軸対称噴流の能動制御, *日本機械学会論文集 (B)*, Vol. 65, No. 639 (1999) pp. 3644–3651.
- 6) Nakashima, M., et al.: Study on Jet Flow Issuing from Pipe with Rotating Inclined Section, *Proceedings of the 4th ASME-JSME Joint Fluids Eng. Conference (2003) CD-ROM*.
- 7) Nakashima M., et al.: Application of Wavelet Multi-resolution Analysis to Jet Flow Issuing from Rotating Circular Pipe with Inclined Section, *International Journal of Wavelets, Multi-resolution and Information Processing*, (in press).
- 8) 山口信也, 横田和彦, 辻本良信: 柔軟で薄いシートの高速気流中における挙動に関する研究 (第 1 報, 微小擾乱の挙動の理論的評価法), *日本機械学会論文集 (B)*, Vol. 65, No. 632 (1999) pp. 1224–1231.
- 9) 山口信也, 関口徹, 横田和彦, 辻本良信: 柔軟で薄いシートの高速気流中における挙動に関する研究 (第 2 報, 低質量比領域における実験結果および予想される挙動), *日本機械学会論文集 (B)*, Vol. 65, No. 632 (1999) pp. 1232–1239.
- 10) 杉野彰俊, 日下稔, 田地川勉, 桜井篤, 大場謙吉: 一様水流中の柔軟な弾性膜に発生するフラクタリング, *日本機械学会流体工学部門講演会講演論文集*, No. 04-25 (2004) p. 271.
- 11) Li, H., Takei, M., Ochi, M., Saito, Y., and Horii, K.: Application of Two-dimensional Orthogonal Wavelets to Multi-resolution Image Analysis of a Turbulent Jet, *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 42 (1999) pp. 120–127.
- 12) Reynolds, W. C., et al.: Bifurcating and Blooming Jet, *Annu. Rev. of Fluid Mechanics*, No. 35 (2003) pp. 295–315.
- 13) Li, H.: Identification of Coherent Structure in Turbulent Shear Flow with Wavelet Correlation Analysis, *Transactions of the ASME, Journal of Fluids Engineering*, Vol. 120, No. 4 (1998) pp. 778–785.
- 14) Everson, R. and Soirovich: Wavelet Analysis of the Turbulence Jet, *L. Phys. Lett.*, Vol. 145, No. 6 (1990) pp. 314–322.