時空間相関情報の多次元解析に関する研究*

— PIV高次解析手法の開発 —

桐本 兼輔¹⁾, 西尾 茂²⁾

Multi-Dimensional Analysis of Spatio-Temporal Correlation Information

(Development of Higher-Order Algorithm of PIV Analysis)

Kensuke KIRIMOTO and Shigeru NISHIO

ABSTRACT

The new concept for multi-dimensional PIV analysis of spatio-temporal correlation information is proposed, and the idea was applied to the development of an algorithm for higher-order analysis of multi-frame PIV images. The PIV enabled us to obtain the instantaneous field data of flow velocity, but the measurement principles remain at the stage of point by point analysis. The authors have proposed utilizing the spatio-temporal sequential image data change, and the field analysis of correlation information was examined. The developed algorithm analyzes the multi-frame correlation information systematically. The correlation information was evaluated by accumulating the correlation information along path lines, and the successive spatio-temporal velocity changes were detected together with its derivatives. The performance of present algorithm was evaluated by means of VSJ standard image. Present approach shows superior performance than the conventional method.

Keywords: PIV, Correlation information, Spatio-temporal, Higher-order analysis

1. 緒言

粒子画像流速測定法(PIV)は、瞬時の流速を「場」として計測できる新しい流体計測技術として注目を集め、広い科学技術分野で応用が進められている。通常、PIV計測は時間間隔 Δt で計測された2枚の可視化画像を解析し、画像間における粒子の移動 Δx を用いて流速を求める。この基本的な計測原理は、3次元に拡張したステレオPIV¹⁾²⁾やホログラムやトモグラムを利用した最新の3次元流場計測法³⁾⁴⁾でも大きく変わることはない。一方、PIV計測に用いられるカメラの空間解像度やサンプリング周波数、輝度階調は年を追って進歩し、カメラの高性能化は高周波数に対応するパルスレーザの開発とともに取得画像の質の向上と実験条件に対する許容範囲を広げ、PIVの可能性を拡大している。

他方、PIV解析に用いるアルゴリズムについては現在までに高精度化や安定性の向上が図られ⁵⁾⁶⁾、デジタル光学機器の発達と相まって成果を挙げている。しかし、解析の基

本原理は2時刻の画像から一点の速度を求める考えから大きく変化していない。著者らは、近年の光学計測機器の急激な発達、ハードウェア性能がもたらす性能向上のみならず、新しい計測原理の開発の可能性を広げることに寄与すると考えた。最新の光学計測機器を従来のPIVが計測対象としてきた流場に適用すると、豊富な時空間画像情報が得られ、これを用いた新しい計測法の開発が可能となる⁷⁾⁸⁾。これは、従来のPIVが独立の点における計測値の集合として速度場を求めていたのに対して、本論文では解析対象を速度の「場」とすることにより、新しい概念に基づいた手法開発を試みたものである。

2. 時空間相関情報の多次元解析

相関法は、画像の濃淡分布の類似性を相関係数を用いて評価し、対応粒子像を同定する方法であり、市販のPIVシステムでも広く用いられている。相関係数を畳込み積分で計算する直接相互相関法(Direct Cross-Correlation Method; DCC法)⁹⁾¹⁰⁾では、(1)式を用いて、粒子分布の相似性を評価している。

* 原稿受付 2009 年 6 月 30 日

1) 正会員 神戸大学大学院 海事科学研究科 (〒658-0022 兵庫県神戸市東灘区深江南町 5-1-1, E-mail: 058w702w@stu.kobe-u.ac.jp)

2) 正会員 神戸大学大学院 海事科学研究科

$$C_{12}(x,y;X,Y,t) = \int_S f_1(X,Y,t) \cdot f_2(X+x,Y+y,t+\Delta t) dS. \quad (1)$$

ただし, (X,Y,t) は 1 時刻目における画像平面上での計測対象点の位置を示し, $(X+x,Y+y)$ は 2 時刻目における候補粒子像の位置を示す. S は相関領域を示し, 粒子分布の評価の対象領域を設定する. (x,y) は 2 時刻目に設定される探査領域の中で順次変更し, それぞれの (x,y) に対応する相関係数 $C_{12}(x,y;X,Y,t)$ が求められる. Fig.1 に, 計測で得られる相関係数分布の一例を示す.

Fig. 1 An example of a correlation map in DCC method.

従来の PIV 解析は, このようにして得られた相関係数分布の極大値をいかに正確に同定するかによって, 精度の向上を求めてきた. しかし, PIV で計測される相関分布は, 流場の連続的な変化に追従して変化してゆく. そこで, PIV 解析にこの時系列の情報を取り入れると, 更に高度な流場解析が可能となると考えた. Fig.2 は, 相関情報の時空間での変化を模式的に表わしたものである. Fig.2 では, 相関平面 (x,y) を簡略化して 1 軸で表わし, 計測の画像平面 (X,Y) も同様に 1 軸で表わしている. このように模式化すると, 時空間に分布する相関情報を 3 軸で表現することができ, Fig.2(a)では計測対象領域外側面の相関分布が見えており, 時空間での相関分布の変化が分かる.

Fig. 2 Schematic view of the image correlation information which exist in the Spatio-temporal field.

Fig.2(b)は, Fig.2(a)の相関分布から相関値の高い領域を等値面として抽出したものである. Fig.2(b)では, 速度場の変化が時空間で滑らかに生じている様子が分かる. 従来の PIV 解析では, 計測対象点 (X,Y,t) における相関情報を単独で解析してきたが, これは Fig.2(b)においては高さ方向にのみ相関情報を分析してきたことに相当する. 本研究

は, Fig.2(b)で示される相関情報の中央を通る曲面を計測対象とし, これを多次元解析により求めることにより, より高度な PIV 解析を可能にすることを目指すものである.

Fig.3 は, このような多次元解析の利点を分かりやすく示したものである. Fig.3 は, 模式化された Fig.2(a)の時空間相関情報から時間軸 t に沿って切り出した断面を示し, 横軸が時刻, 縦軸が簡略化された相関空間を示す. 図中央横方向に相関値の高い領域が連なっているが, 相関値自身は画像の状態や剪断や回転などの流場の状況により変化している. 従来の PIV 解析では縦軸方向にのみ極大値の検索を行ってきたが, 相関値のピークが鈍る(A)で示す領域や複数の同程度の極大値が現れる(B)の領域では, 精度の劣化や誤ベクトル発生を招く可能性があることが分かる. 本研究は, Fig.3 において相関情報の横方向の連続性や整合性も合わせて検討することにより, 精度向上を目指すものである.

Fig. 3 The advantage of multi-dimensional analysis for correlation information.

開発した具体的なアルゴリズムで解析の対象になる相関情報の例を Fig.4 に示す. Fig.4 は, 多次元空間に分布する相関情報を物理空間の 1 軸, 例えば時刻に沿って抽出したものである. 相関平面 (x,y) に分布する相関係数が時系列で変化し, 等値面で表わされる相関値の高い領域の位置が連続的に変化する様子が分かる. 速度場は, (X,Y,t) の時空間で変化するから, Fig.4 と同様の変化が 3 方向に存在する. 本論文で提案する手法は, この整合性をとりながら解析を進めてゆき, 速度場を求めることを目的とする.

Fig. 4 Continuous change of correlation maps in time series.

3. 積分型解析手法

3.1 計測原理

前章では、相関係数の高い値の領域が、時空間で曲面(実際には3次元の解の集合)として分布し、これを同定することがPIV解析の最終的な目標であることを示した。これを具体的な計算アルゴリズムで実現するには、得られた曲面の妥当性を示す評価指標が必要となる。曲面の評価指標には、曲面上の相関値の大小が直接的には重要となるが、そのほかに曲面の連続性や滑らかさも考慮されるべきである。評価法としては、与えられた曲面上での相関値の積分値や微分値の統計指標、さらに周波数解析などが考えられるが、本論文では積分に基づく評価指標について述べる。

Fig. 5 Schematic view of the evaluation technique for correlation information in the present analysis.

Fig.5は本論文で提案するPIV評価指標で用いる相関情報の評価法を模式的に表したものである。図中 (x,y) は相関空間を表し、 $\mathbf{x}$ は物理的計測空間 (X,Y,t) を表す。本計測手法では、前述のように速度変化を時空間における曲面として抽出するが、Fig.5ではこれが一本の赤い曲線で示されている。これを解曲線 $\mathbf{u}_{opt}$ と呼ぶことにする。各計測点においては、原理的には相関値の最も高い位置がその点における速度を与えるので、解曲線は相関値極大点を連結したものとなる。しかし、実際にはノイズや実験誤差などにより、極大点を単純に結ぶ以外の要件で曲線を評価する必要がある。ここでは、複数の相関分布を総合的に評価する観点から、(2)式で示される積分による評価指標を用いることとする。

$$\bar{C}(\mathbf{u}(\mathbf{x})) = \int_{\mathbf{u}(\mathbf{x})} C(\mathbf{x}; \mathbf{x}, y) d\mathbf{x}. \quad (2)$$

(2)式において $C(\mathbf{x}; \mathbf{x}, y)$ は計測点 $\mathbf{x}(X, Y, t)$ における相関値の分布を示し、 $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ は一つの解曲線の候補を示す。 $\bar{C}(\mathbf{u}(\mathbf{x}))$ は、 $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ に沿って相関値を積分した値であり、もし $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ に各断面の極大値を貫く曲線を与えることができたならば、 $\bar{C}(\mathbf{u}(\mathbf{x}))$ は与えられた空間での最大値をとる。したがって、本計測では、この最大値を与える曲線を見つけることが命題となり、(3)式のように表すことができる。

$$\max_{\mathbf{g} \in L(\mathbf{u}(\mathbf{x}))} \|\bar{C}(\mathbf{u}(\mathbf{x}))\| = \|\bar{C}(\mathbf{u}_{opt}(\mathbf{x}))\|. \quad (3)$$

本計測原理では(2),(3)式を支配方程式とするが、(2)式は通常の積分方程式とは異なり、積分経路が未知数となっているため、陽に解くことはできない。そこで、(2),(3)式の解を求めるには、解が存在するであろう空間 $L(\mathbf{u}(\mathbf{x}))$ を設定し、その中で条件を満たす解を求める。

残された問題は、解の候補空間 $L(\mathbf{u}(\mathbf{x}))$ にどのような空間を採用するかである。 $L(\mathbf{u}(\mathbf{x}))$ に全ての任意な曲線を含む空間を採用すると、前述のように解は単純に極大値を結ぶ曲線となってしまい、 $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ の連続性や滑らかさを評価の一部として取り入れるとしたら、 $L(\mathbf{u}(\mathbf{x}))$ にあらかじめ制約を加えておき、不適切な解を排除することも一案である。そこで本論文では、速度場の連続性や微分可能であることを勘案し、(4)式で表されるテイラー展開で与えられる空間を $L(\mathbf{u}(\mathbf{x}))$ に採用することにした。

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}^{(0)} + \frac{1}{1!} \mathbf{u}^{(1)} \Delta \mathbf{x} + \frac{1}{2!} \mathbf{u}^{(2)} \Delta \mathbf{x}^2 + O(\delta^3). \quad (4)$$

(4)式において、左辺 $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ は(2)式における積分経路であり、時空間 $\mathbf{x}(X, Y, t)$ における速度場の変化を示す。 $\Delta \mathbf{x}$ は計測空間の中心からの距離であり、 $\mathbf{u}^{(0)}, \mathbf{u}^{(1)}, \mathbf{u}^{(2)}$ は計測中心点における速度と1階および2階の微係数を示している。 $\mathbf{x}$ は3次元の空間であるので、(4)式は本来交差項を含む3次元の展開が必要であるが、ここでは議論を簡単にするために1次元で表記している。さて、具体的に解を求めるためには、(2)式に(4)式を代入し、時空間の相関領域内で可能な $(\mathbf{u}^{(0)}, \mathbf{u}^{(1)}, \mathbf{u}^{(2)})$ の組み合わせの中から、(3)式を満足するものを見つける作業が必要となる。この作業は、従来のPIV解析の場合は、相関領域のサイズを $n_1 \times n_1$ pix、解析対象の時刻又は点数を m 個とすると、(1)式の相関係数の計算が $m \times n_1^2$ 回必要であった。これを本手法に置き換えると、従来と同じ回数の相関係数の計算に加えて $\mathbf{u}^{(1)}, \mathbf{u}^{(2)}$ のパラメータに対応した(2)式の計算が必要となり、おおよそ $m \times n_1^2 \times n_2^2 \times n_3^2$ 回の計算が必要となる。 $\mathbf{u}^{(1)}, \mathbf{u}^{(2)}$ の探查領域サイズに相等する n_2, n_3 を仮に10pix程度と見積もっても、1万倍の計算が必要になる。

本論文では摂動法的な考え方を取り入れて、計算効率の向上を試みた。これは、(4)式において $\Delta \mathbf{x}$ が微小パラメータとして取り扱え、 $\mathbf{u}^{(0)}, \mathbf{u}^{(1)}, \mathbf{u}^{(2)}$ の各変数が $O(1)$ の範囲でしか変化しないと仮定すると、低次の項は高次の項に比べて支配的であるとなることができる。すなわち、 $\mathbf{u}^{(0)}$ は $\mathbf{u}^{(1)}$ 以下の項の影響を受けることなく決めることができ、 $\mathbf{u}^{(0)}$ が一旦決まれば、その限定的な範囲の中で $\mathbf{u}^{(1)}$ を決定することができる。先に挙げた例では、全体の計算が全てのパラメータの積になったのに対し、本手法では、 $m \times (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2)$ となり、実用的な範囲内での計算量に収めることができる。

3.2 多次元解析アルゴリズム

本節では、前節で述べた時空間相関情報の多次元解析を具体的に行う計算手法について述べる。前節(4)式で示した展開式はベクトル形式で記述されているが、速度の X 方向

成分 u について時空間変数 (X, Y, t) で表記すると, (5)式で表されるようになる. 1 次近似項では 3 成分, 2 次近似項では交差項も含めて 6 成分が現れることとなる.

$$\begin{aligned} u(X, Y, t) = & u^{(0)} + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial u}{\partial t} \Delta t \\ & + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Delta x^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Delta y^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \Delta t^2 \\ & + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \Delta x \Delta y + \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial t} \Delta y \Delta t + \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} \Delta t \Delta x + O(\delta^3). \end{aligned} \quad (5)$$

本論文は, 速度場を時空間における多次元平面として捉え, 解析することを目的としているが, (5)式を直接計算機上で取り扱うのは容易なことではない. そこで, (5)式に線形の仮定を行い, 座標軸ごとに独立に取り扱えるとして, アルゴリズムの構築を行った. さらに, 第 2 次項については $\partial^2 u / \partial x^2, \partial^2 u / \partial y^2, \partial^2 u / \partial t^2$ は独立であり, 個別に求めることができるとし, 交差項については本論文では考慮しないこととした. これにより, 計算手順は簡略化され, 計算量も少なくなる.

Fig. 6 Schematic view of zero-order accumulation.

本アルゴリズムでは, (X, Y, t) 各軸に沿って低次から順次微係数を求めてゆく. Fig.6 は, 本アルゴリズムにおける第 0 次の解析過程を模式的に表したものである. (x, y) は相関平面を表し, t は計測時刻であり着目する物理空間の座標軸である. Fig.6 では, 各時刻で得られた相関分布を時系列で並べて表示している. 直方体に見える部分は相関領域と計測区間の領域であり, その内側に相関値の高い領域が等値面で示されている. ここでは, (4)式における $u^{(0)}(u^{(0)}, v^{(0)})$ を求めるが, 相関係数分布および $u^{(0)}$ の評価は前節(2),(3)式を用いる. $u^{(0)}$ は, 計測区間において一定値であるから, 第 0 次の解析における(2)式による評価は, 相関係数分布の t 軸に沿った積分となり, Fig.6 右側に投影された $\bar{C}^{(0)}$ の分布となる. この $\bar{C}^{(0)}$ の中で最も高い値を示す位置を与える $u^{(0)}$ が第 0 次解析の解となる.

Fig.7 は, 1 次解析過程の模式図である. 図中央の相関分布は Fig.6 で示したものと同じであり, 黒破線の直方体で示されている部分は, 0 次解析で得られた解 $u_{opt}^{(0)}$ のまわりに 1 次解析用の相関領域を設け, (2)式にしたがって積分値の投影を行っている. 本アルゴリズムでは摂動法的な仮定

を設けているため, 1 次解析では $u_{opt}^{(0)}$ のまわりで最適な勾配 $u^{(1)}$ の探索を行う. また, 線形の仮定から, (X, Y, t) の勾配はそれぞれ個別に求めることができるので, ここでは t 方向の勾配のみの候補を検討する.

Fig. 7 Schematic view of zero- and first-order accumulation.

1 次解析では, この赤破線に沿って相関係数分布を積分し, (3)式で示す評価指標を求めるが, 分布の状態によっては相関領域中央以外に解が現れる場合も想定し, 各勾配に対して 1 次解析用相関領域内で(2)式の積分を行い, $\bar{C}^{(1)}$ の分布を得ている. したがって, Fig.7 の $\bar{C}^{(1)}$ の分布は, $u^{(1)}(u^{(1)}, v^{(1)})$ の候補空間の中に, 1 次解析用の相関空間が存在する 2 重構造となっている. この分布の例を Fig.8 に示す.

Fig. 8 Accumulated correlation maps in first-order analysis.

Fig.8 は, 1 次解析用相関領域で得られた $\bar{C}^{(1)}$ の分布群を $u^{(1)}$ で整理し, 配置したものである. $u^{(1)}(u^{(1)}, v^{(1)})$ は画素単位の勾配 (pix/int²) で変化させている. 図中央は 0 次解析の $\bar{C}^{(0)}$ と同じ分布であり, その周囲に速度勾配を与えたときの $\bar{C}$ の変化が分かるようになっている. 厳密な摂動法の過程では $u_{opt}^{(0)}$ は図中央の 1 点の $\bar{C}^{(0)}$ で与えられるから, 1 次解析用の相関領域は不要であるが, ここでは解析の流れと仕組みを理解することと, 0 次と 1 次の解析の組み合わせの可能性を示すため, 周囲の分布も示している. Fig.8 の例では, $\bar{C}$ が最も高い位置は $(u^{(1)}, v^{(1)}) = (0, 0)$ の分布の中

央の値であるが、周囲の分布は右斜上方向でやや高い値を示す傾向がある。この傾向はサブピクセル解析で定量的に抽出することになる。

Fig.9 は、Fig.6,7 と同様に図中央に時系列相関分布があり、赤破線の直方体で 1 次解析までで得られた解 $u = u_{opt}^{(0)} + u_{opt}^{(1)}\Delta t$ を示す。2 次解析では、この 1 次解析解のまわりに放物線の解を仮定し、(3)式を満たす解を求める。計算手法は 1 次解析とほぼ同じで、放物線のパラメータを変えて積分路を変え、それによって得られる $\bar{C}^{(2)}$ の分布を画素単位で解析し、さらにサブピクセル解析を行い、2 階微分項を求める。ここでは、 $(\partial^2 u / \partial t^2, \partial^2 v / \partial t^2)$ を求めていることに相等しているが、原理的には同じオーダーで $\partial^2 u / \partial t \partial x$ などの交差項も同時に解析する必要が生じる。これは、Fig.9 で示す解析と、1 次解析解の (X, Y) 方向への変化量を同時に解析、評価することを意味している。しかし、ここでは複雑さを避けるため、本節冒頭で述べたように各軸に沿った変化は独立に扱えととし、Fig.9 で示した 2 次解析だけにとどめることとした。

Fig. 9 Schematic view of second-order accumulation.

Fig.10 は、本アルゴリズムの計算手順をフローチャートで示したものである。本アルゴリズムでは、(A)時系列で粒子画像 f_i を取得し、従来の相関法と同様の手順を施して、(B)時空間相関情報 $C(x, y; X, Y, t)$ を求める。そして、時空間 x のうち、ある一軸に沿って相関分布 $C(x; x, y)$ を抜き出し、(C)(3),(4)式を用いた各次数の解析を行う。各次数の解析は、

Fig.6,7,9 で示した手順に従い、低次から順次求め、対象とした軸に沿った速度および微係数を求める。時空間での解析は、この手順を (X, Y, t) の各軸方向に施し、全ての微係数を独立に求める。0 次の解析については、3 方向についてそれぞれの解 $u_X^{(0)}, u_Y^{(0)}, u_t^{(0)}$ が得られる。本来ならば、 (X, Y, t) 3 方向に対して得られる $\bar{C}_X^{(0)}, \bar{C}_Y^{(0)}, \bar{C}_t^{(0)}$ をさらに結合して $u^{(0)}$ を求めるべきであるが、ここでは簡略化をし、平均操作などにより最終解を決定している。

Fig. 10 Flow chart of present algorithm.

3.3 サブピクセル解析手法の検討

前節で基本的な多次元解析アルゴリズムについて述べたが、具体的な解析では、各次数の解析においてサブピクセル解析が必要となる。Fig.11 は、0 次解析で用いる各時刻における相関分布 C_i とその積分結果である $\bar{C}^{(0)}$ の例である。(a)に示す各 C_i では中央 4 画素に相関値の高い点が現れており、各時刻での極大値は左下から右上に移動する傾向

Fig. 11 Analyzed products, (a)correlation maps in time series, (b)time-averaged correlation map, (c) simplified first-order correlation map.

が判る. (b)に示す $\bar{C}^{(0)}$ では, 中央右上に極大値が現れるが, 周囲の相関値の分布状況から, この点よりさらに中央寄りに, 真の極大点が存在することが推測される. サブピクセル解析には, 時空間微分法の応用や画像変形法の応用も考えられるが, ここでは最も一般的なガウス分布近似を用いる手法を採用することにした.

1 次解析は評価関数 $\bar{C}^{(1)}$ を用いるが, これは Fig.8 で示したようになる. Fig.8 では, 図中央に最も高い $\bar{C}^{(1)}$ が現れるが, 周囲の $\bar{C}^{(1)}$ の分布は若干右上に偏る傾向が見られる. これは, Fig.11(a)において C_i の極大値が左下から右上へ移動する傾向と一致する. 基本的には Fig.8 についてのサブピクセル解析が必要であるが, データ量も多く, 解析も複雑になるので, 簡略化をしてサブピクセル解析を行うこととした.

$\bar{C}^{(1)}$ の極大値はほとんどの場合 $\Delta x^{(0)} = \Delta x_{opt}^{(0)}$ 上に現れる. この性質を利用すると, 1 次解析の画素単位およびサブピクセル解析は, Fig.8 で示した 1 次解析用相関領域全体ではなく, その中心 $(\Delta x_{opt}^{(0)}, \Delta y_{opt}^{(0)})$ 上のみを対象としても大きな障害にはならない. Fig.8 から $(\Delta x_{opt}^{(0)}, \Delta y_{opt}^{(0)})$ の値のみを抽出し, 配列したのが Fig.11(c)である. Fig.11(c)は $(\Delta x^{(1)}, \Delta y^{(1)})$ 平面に $\bar{C}^{(1)}$ を配列したもので, $\bar{C}^{(1)}$ を求める経路は全て 0 次解析で求めた $(\Delta x_{opt}^{(0)}, \Delta y_{opt}^{(0)})$ を通る. Fig.11(c)では, 図中央で $\bar{C}^{(1)}$ が最も高くなるが, 周囲の分布がやや右上に偏る様子が分かる. サブピクセル解析は, 0 次解析と同様, Fig.11(c)の分布を 2 次元のガウス分布で近似し, その頂点を求めることにより実施した.

2 次解析は, 0 次および 1 次の解析で得られた解 $\mathbf{u} = \mathbf{u}_{opt}^{(0)} + \mathbf{u}_{opt}^{(1)}\Delta t$ のまわりに $(\Delta x^{(2)}, \Delta y^{(2)})$ を与え, 画素単位およびサブピクセルの解析を行った. ここでも 1 次解析と同様の簡略化を採用し, 計算効率を上げた.

4. VSJ 標準画像を用いた性能評価

4.1 VSJ 標準画像の計測

本章では, VSJ 標準画像#301 を用いて, 開発したアルゴリズムの性能評価を行った結果について述べる. VSJ 標準画像¹¹⁾は, 数値流体解析によって得られた流場情報を基に人工的に生成された画像であり, PIV アルゴリズム性能の定量的評価に用いられてきた. 標準画像生成の基になった流場は, ノズルからの噴流が壁面に垂直に衝突する流場であり, 本論文で用いた#301 はノズル直下領域の計算結果を粒子画像として可視化したものである. この流場は, 剪断層から間欠的に生成される渦が流下する様子を時系列で捉えたものである. 画像解析には $17 \times 17(\text{pix})$ のやや小さい相関領域を採用しているが, オーバーラップ比を 50%にとるなど, その他の主要緒元は一般的な値を用いている.

Fig.12 に, 原画像および本アルゴリズムの解析結果の一例を示す. (a-1)-(a-3)は原画像の一例であるが, 粒子像の変動を静止画で表現するため, Fig.12 においては連続する三枚の画像を合成して表示している. ここで示した画像は,

$t = 105, 110, 115$ の場合であり, 連続した流場の変化を捉えることができる. また, いずれの画像においても, 図右側の領域に流速の大きな領域があり, 図左側の低流速域との間で剪断層が形成されていることが分かる.

この画像を解析して得られた速度場と渦度場を, Fig.12(b-1)-(b-3)に示す. これらの図において渦度は赤青の濃淡で示されており, 赤は時計回り, 青は反時計回りの渦度を示している. Fig.10(b-1)では右上隅に速度の大きい領域が現れ, この領域が時間経過とともに下方へ流下している様子が Fig.10(b-2),(b-3)において捉えられている. さらに, 剪断層を形成しているであろう領域では, 時計回りの強い渦が発生しているが, この渦は間欠的に生成され, 列を成していることが分かる.

ところで, 本手法では流速と同時に流速の時空間勾配を求めることができる. この微分情報を用いると, 流場の運動量変化を解析することが可能となる. (6)式で示される速度の実質微分は, Navier-Stokes 方程式における慣性項に相当し, 流体に作用する合力と釣り合う物理量である. このような物理量が精度よく求められるようになると, 流体現象を定量的かつ力学的に分析することが可能になる.

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} + \mathbf{v} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial y}. \quad (6)$$

Fig.12(c-1)-(c-3)に, (6)式で得られた運動量変化の空間分布を示す. Fig.12(c-1)-(c-3)では, 運動量変化が剪断層内で顕著であり, その変化は間欠的に生成される渦の右側面で発生し, 噴流内部に向かっていくことが分かる. この領域において, 運動量変化の原因としては粘性作用より圧力勾配が優勢であると考ええると, 流速の大きな噴流中心部に向かって負圧が働き, このような運動量変化が生じているものと解釈できる. このような流体力学的な解析は, 従来の PIV 解析で求められた速度場の差分を用いて行うことも可能であるが, 本手法では関連情報を系統的に解析しているため, より信頼性の高い計測が可能であると考えられる.

4.2 新手法の性能評価

本節では, 標準画像の原データを用いて算出される誤差に基づいて, 本アルゴリズムの性能評価を定量的に行った結果について述べる. 性能比較は, (A)従来の 2 時刻画像を用いる一般的な直接相互相関法, (B)(A)の結果の時間平均値, (C)本論文で提案した手法の 3 手法で行った. 誤差の算出には標準画像の原データを用いるが, (B),(C)の手法に用いる原データのうち第 3 時刻と第 4 時刻の速度を平均し, 平均値を真値として使用した. また, (A)では 6 時刻のうち第 3 時刻と第 4 時刻の画像データを用いて解析を行い, (B),(C)で用いたものと同じ真値と比較し, 誤差を求めた. 3 手法のうち(A)の従来型相関法が 2 時刻の情報のみを使用しているのに対して, (B),(C)は 6 時刻の情報を使用しているため, 時間解像度の違いを考慮せずに単純に(A)と(B),(C)の結果を比較することは必ずしも妥当でない. しかし, 粒

Fig. 12 Analyzed flow field information. (a-*)original PIV images, (b-*)velocity vectors and vorticities, (c-*)momentum flux vectors, (*-1,2,3) $t=105,110,115$

子画像の解析に用いる情報量を増やすことによって得られる利点の検証や妥当性の確認，さらに高次解析を行うことによる解像度の改善の可能性が予想されるため，これら 3 手法の比較を行うこととした．

評価対象は速度および速度の時間勾配とした．本論文で提案した手法は，速度の空間勾配を速度とは独立して計測することが可能であるが，本論文では評価の対象にはしていない．これは，本論文で使用した相関領域サイズが $17 \times 17 \text{pix}$ となっているので，この条件では相関分布群の空間解像度が時間方向に比べて低く，速度の空間勾配に対して十分な精度の確保が難しかったことが主要因である．これよりも小さい相関領域を用いて空間解像度を向上することも考えられるが，本来は時空間領域で相関領域サイズへの依存性・最適化を検討すべきである．本論文の目的は新

手法の開発であり，まずは基本的な性能を把握することが重要であるため，ここではこのような影響の詳細は取り扱わないことにした．ただし，相関分布群に対する計算アルゴリズムとしては時間と空間の速度勾配で同一の処理を行っているため，基本的には両者は同様の特性を示すと考えられる．

Table 1 に，誤差解析結果の統計的比較を示す． μ, σ は，それぞれ誤差の平均値(RMS 値)および標準偏差を示す．Table 1 より，速度および速度勾配のいずれの解析においても，平均誤差は本手法では従来型相関法より約 20% 減少したことが分かる．また，同じ情報量を用いる時間平均値と本手法では，平均誤差と標準偏差はともに同じ程度になることが分かる．ここで，誤差の出現頻度を誤差の大きさで整理してヒストグラムで表わすと Fig.13 のようになる．

Fig.13には、Table 1 で示した平均誤差と平均値から σ だけ離れた位置を示している。本論文で提案する手法と時間平均値では、 μ, σ とともに両者に大きな差は見られなかったため、Fig.13 では両者の平均値と分散値を代表して μ_6, σ_6 と表わし、従来型のそれを μ_2, σ_2 とするとともに便宜的に表記している。

Table 1 Comparison of statistic index of measurement errors.

	Conventional method		Temporal mean value		Present method	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ
u	0.1249	0.1687	0.1069	0.1121	0.1095	0.1063
$\partial u / \partial t$	0.0966	0.1915	0.0495	0.0618	0.0498	0.0499

[unit: pixel]

Fig.13(a)は、速度計測結果の比較を示す。3 手法のヒストグラムいずれにおいても 0.05pix 付近で発生頻度が最大となっているが、誤差が 0.1pix より大きい領域では従来型相関法の発生頻度が他の 2 手法よりも高くなる傾向にあり、従来型では比較的大きな誤差が発生しやすいことが分かる。また、本手法と時間平均値のヒストグラムは、ほぼ同じ傾向を示しているが、誤差が 0.05 pix より小さい領域において本手法の方が発生頻度が低い傾向を示す。平均誤差の差は 20%程度であったが、Fig.13 に示すように $\mu + \sigma$ の範囲を比較すると、6 時刻の情報を用いた解析結果は、従来型に比べて約 3 分の 2 の範囲に収まっており、誤差が効率的に低減されていることが分かる。

Fig. 13 Comparison of measurement error between the present method and conventional methods. (a) velocity, (b) acceleration

Fig.13(b)は、速度勾配の解析誤差についてのヒストグラ

ムである。図から、誤差の大きい領域で従来型の頻度が他よりも大きい傾向は、速度の解析と同様であった。しかし、平均誤差 μ_2' および μ_6' は速度の場合の半分程度になり、ばらつきの指標 $\mu_2' + \sigma_2'$ および $\mu_6' + \sigma_6'$ は全ての手法で速度の場合よりも 0.1 程度小さくなった。また、従来型と他 2 手法の頻度が入れ替わる点も 0.05 となっていることから、速度勾配の解析では速度の解析誤差よりも全体的に誤差が小さくなる傾向にあった。また、分布頂点の位置は従来型で約 0.04, 他 2 手法では約 0.02 となり、上で述べたガウス近似の精度限界を超える点に現れた。

Fig. 14 Error dependency to change of template size compared with three methods. (a) velocity, (b) acceleration

Fig.14 は相関領域サイズの変化に対する誤差の RMS 値の推移を 3 手法について比較した図であり、(a),(b)はそれぞれ速度および加速度の誤差傾向を示す。Fig.14 のいずれにおいても、 9×9 pix 未満の領域で従来型と時間平均値の誤差が飛躍的に増大するのに対し、本手法の誤差増加は僅かである。同じ画像情報を用いた本手法と時間平均値に違いが見られた原因は、両手法の処理手順の違いによるものと考えられる。時間平均は、1 時刻の相関値の最大値とその上下左右の数点の情報から速度ベクトルを求めると、その他の相関情報を棄却して時間平均操作を行なっている。一方、本手法では、各時刻の相関情報は最大値の近傍以外でも棄却せずに時間方向に積分し、その積分結果を評価するため、結果的に速度場の時間平均値より多い相関情報を用いることができる。Fig.14 では、本手法のこのような優位性が、利用できる相関情報が限られたときに発揮されたものと考えられる。

本節で行った統計解析の結果、本アルゴリズムは時間平

均値と同等の精度で速度と速度勾配を解析できることが分かった。また、速度勾配の解析における誤差減少のメカニズムを明らかにし、本手法の微分解析は画像のサンプリング周波数を上げることにより相対誤差を減少できる可能性があることを示した。さらに、本手法はより小さい相関領域を用いても精度保持が可能であり、時間平均値よりも高い空間解像度で流場を計測できることが確かめられた。このような特性は高速度・高精細画像の解析において活かされ、本手法の高精度化ならびに流場の高次解析法の確立に寄与できると考えられる。

5. 結 言

本論文では、高速度・高精細画像から得られる時空間相関情報に着目し、PIV 高次解析手法の開発を試みた。また、相関情報を時空間領域で一括して解析することによって相関値の連続性を利用可能となり、従来よりも高精度かつ高機能な流場解析が可能となることを示した。さらに、相関値の経路積分を評価指標とすることによって、相関値の連続性を定量的に評価し、時空間の速度場を曲面として抽出する新手法を開発し、摂動法的に低次の項から順次求めることによって計算効率の向上を図った。そして、本アルゴリズムに VSJ 標準画像を適用した結果、本アルゴリズムは速度や渦度だけではなく流場の運動量束も計測可能であることを示した。これらの成果は、本手法をさらに高精度化して 2 階以降の速度高次微分を検出するための基礎となり、より高次の PIV 解析手法開発の可能性を拓くことが期待される。

参 考 文 献

- 1) Arroyo, M. P., Greated, C. A.: Stereoscopic particle image velocimetry, *Measurement Science and Technology*, Vol. 2 (1991) pp.1181-1186.
- 2) Prasad, A. K., Adrian, R. J.: Stereoscopic particle image velocimetry applied to liquid flows, *Experiments in Fluids*, Vol.15 (1993) pp.40-60.
- 3) 岡本孝司, 佐賀徹雄, 西尾茂, 小林敏雄: 三次元粒子画像流速測定法 (3DPIV), *可視化情報学会誌*, Vol. 17, No.67 (1997) pp.3-8.
- 4) 西野耕一: 3 次元 PIV の実用化に向けて, *可視化情報学会誌*, Vol. 20, No.77 (2000) pp.7-13.
- 5) Sugii, Y., Nishio, S., Okuno, T., Okamoto, K.: A highly accurate iterative PIV technique using a gradient method, *Measurement Science and Technology*, Vol.11 (2000) pp. 1666-1673.
- 6) Scarano, F.: Iterative image deformation in PIV, *Measurement Science and Technology*, Vol.13 (2002) p. R1-R19.
- 7) 西尾茂, 岡本孝司: 多時刻粒子画像解析に関する基礎的研究, *可視化情報学会誌*, Vol.23, Suppl. No.1 (2003) pp.17-20.
- 8) Nishio, S., Kirimoto, K.: Higher-Order Analysis of Correlation Information for Multi-Frame PIV Images, *Proceedings of the 6th Pacific Symposium on Flow Visualization and Image Processing*, pp.384-389, May 2007, Hawaii, USA.
- 9) 箕原亮: トレーサ画像の相関処理による流速計測, 流れの可視化, Vol.3, No.10 (1983) pp.189-192.
- 10) Kimura, I.: Image Processing Instrumentation of Flow Velocity Vector Distribution by Using Correlation Technique ; Application to Vortices in the Wake of a Circular Cylinder, *Trans. SICE*, Vol.23-2 (1987) pp. 101-107.
- 11) Okamoto, K., Nishio, S., Saga, T., Kobayashi T.: Standard Images for Particle Image Velocimetry, *Jour. of Measurement Science and Tech., Inst. of Physics*, 11-6 (2000) pp.685-691.