密度界面と干渉する円形渦輪の可視化*

— 軸対称面と横断面の同時観察 —

角田 博之¹⁾, 保坂 征志²⁾, 天野 聖也³⁾

Visualization of a Round Vortex Ring Interacting with a Density Interface

- Simultaneous Images in Axis-symmetrical and Cross-sectional Planes -

Hiroyuki TSUNODA, Masashi HOSAKA and Seiya AMANO

ABSTRACT

Deformation process of a laminar round vortex ring interacting with a sharp density interface was observed experimentally by means of the flow visualization technique based on the PLIF method. Simultaneous images both in a meridian plane and in a cross-sectional plane perpendicular to the ring axis were captured during the interacting process. For the relatively 'weak' vortex ring compared with the density difference, a second oppositely-signed vortical structure was generated soon after penetrating through the interface and then a circumferentially wavy structure was observed to appear before the ring started to collapse.

Keywords : Flow visualization, Vortex dynamics, Round vortex ring, Density interface, PLIF

1. はじめに

密度や温度が成層した流体中の混合問題は、大気や海洋の地球規模の流れやプラントなどにおける産業機械内の流れを理解する上で重要であり、流体中での運動量や物質の輸送に密度差が及ぼす影響を明らかにすることは工学的にも大変有用である^{1)~3)}。

本研究では、最も単純且つ基本的な成層状態として、二種類の密度が異なる流体が安定状態で接する単一の密度界面を取り上げる。なお、ここで扱う二流体は混和性液体である。密度界面に対する流体攪乱による混合問題は比較的古くから調べられており、例えば、振動格子⁴⁾や噴流・ブルーム⁵⁾による攪乱あるいは本研究と同じく渦輪による攪乱⁶⁾が挙げられる。これらの研究では攪乱による両流体の混合速度とリチャードソン数との依存関係を示すことに主眼がおかれていた。しかし、渦輪が密度界面と干渉する際、密度差ポテンシャルが渦輪の貫通運動量より大きい時、界面はあたかも固体壁のように振る舞い、壁衝突渦輪と同様な誘導渦構造の出現⁷⁾が予想される。密度が異なる二流体の混合はその渦構造をさらに複雑化し、渦力学という観点から本流れは学術的にも大変興味深い現象である。

しかしながら、実験の困難さから、このような観点から密度界面と渦輪との干渉問題を調べた研究例は非常に少ない。Dahmら⁸⁾は渦輪と密度界面の干渉問題を支配する無次元数を渦度方程式に基づいて導出し、可視化と渦法による数値解析を併用して層流渦輪の貫通挙動と無次元数との関係を明らかにするとともに、干渉に伴う渦輪の変形過程を軸対称面の可視化から示している。また、Stockら⁹⁾は非粘性渦輪を仮定し、3次元渦シート法を用いた数値解析で渦輪の変形挙動を調べ、やはり主に軸対称面の可視化を行っているが、比較できる実験データの乏しさから計算結果の検証は不十分である。

以上の状況を鑑み、本研究では密度が異なる二層液体間に形成される密度界面上層から円形渦輪が衝突する場合について、密度差によって生じる渦輪の変形挙動を主として可視化により実験的に調べることを目的とする。特に、従来の研究では調べられていない渦輪中心軸に垂直な二次元断面内での構造変化に着目した。静止流体中の移流渦輪の周方向への発達に関して、Widnallら^{10),11)}は周方向不安定性の存在を理論解析で明らかにし、Dazinら¹²⁾は不安定性に伴う層流渦輪の断面構造変化の可視化を行い、周方向に現れるセル状構造をいくつかのパターンに分類している。国内においても、内藤らによる渦輪の周方向不安定波の可視化に関する先駆的研究¹³⁾や周方向への渦輪の変形過程を三次元的に可視化した奥出らの研究例¹⁴⁾がある。

* 原稿受付 2010 年 11 月 4 日

1) 正会員 山梨大学大学院医学工学総合研究部 (〒400-8511 山梨県甲府市武田 4-3-11, E-mail: tsunoda@yamanashi.ac.jp)

2) 非会員 富士ゼロックス

3) 非会員 山梨大学大学院医学工学総合教育部

本研究では、渦輪の生成条件（初期循環とピストンストローク）と密度比を変化させてPLIF法を応用した可視化実験を行い、渦輪の軸対称面と中心軸横断面を同時に可視化することにより、密度界面と干渉する際の渦輪の構造変化を明らかにする。

2. 実験装置および実験条件

実験装置の概略と座標系をFig. 1に示す。実験には断面 $250 \times 250 \text{ mm}^2$ の水槽を用いた。渦輪生成には内径 $D=50 \text{ mm}$ のピストン・シリンダ機構を用いた。ピストンの運動をパルスモータで制御し、出口径 $d=20 \text{ mm}$ のオリフィスから流体を鉛直下向きに噴出して渦輪を生成した。ピストンストロークと噴出時間は渦輪の実験条件に応じて変化した。座標系はオリフィス出口中心を原点として下向きに x 、水平方向に y および z をとる。

密度の異なる二流体として、上層にグリセリン水溶液（密度 ρ_1 ）、下層にリン酸二水素カリウム水溶液（密度 $\rho_2 > \rho_1$ ）を選び、光学的な測定を行うことから両流体の屈折率が等しくなるように2種類の密度比 $\rho_2/\rho_1=1.01, 1.015$ を選んだ¹⁵⁾。なお、上層・下層液体の温度は約 20°C に設定した。二層液体の作成にはスポンジを利用した。下層液体を所定深さまで入れた後、液面にほぼ接するようにスポンジを置き、それを通して上層液体を注入した。これに要した時間は30分程度であった。密度測定が困難であることから、本手法で得られた密度跳躍層の厚さは実験的に把握できていないが、上層流体を蛍光試料（後述）で色付けして界面における蛍光強度変化を調べた予備実験の結果や本研究と同様の手法で界面を生成したDahmら⁸⁾の結果から、3～5mm程度であると推測できる。なお、渦輪衝突時の可視化実験では、衝突により界面が破壊されるので、実験毎に二層液体の作成を行った。オリフィス出口と密度界面との距離は $x_0=117 \text{ mm}$ 、下層流体の深さは $H=246 \text{ mm}$ に選んだ。

Fig. 1 Experimental apparatus and coordinate system.

渦輪の可視化にはPLIF法を応用した。二方向からの同時可視化を行うために、出力がそれぞれ 15 mJ と 50 mJ の2台のパルス発光YAGレーザ光源を用いた。レーザを円筒レンズでシート状に広げ、一台が渦輪中心軸を含む x - y 面、このシートに直交するようにもう一台のレーザシートで y - z 面を照射した。後者のレーザシート高さは界面高さを中心として渦輪条件に応じて変化した。撮影にも2台のCCDカメラを用い、 x - y 面可視化用のカメラを水路側壁に対向して設置し、もう一台の y - z 面可視化用カメラは水路底壁から撮影を行った。前者のカメラの画素数は 768×484 で分解能は8ビット、後者のカメラは画素数 512×512 で分解能10ビットである。撮影速度は 15 Hz に固定した。Fig. 1に示すように、二台のパルスレーザ発光とカメラ撮影の同期そしてパルスモータのスタートトリガにパルスジェネレータを用いた。後述するように、渦輪の移流速度に応じてピストン移動開始時間と撮影開始時間の間に適宜遅れ時間を設けた。

蛍光試料にはレーザ発光波長(532 nm)付近に吸収スペクトルピークをもつローダミン6G水溶液を用いた。蛍光試料の作成には上層流体と同密度のグリセリン水溶液を用い、濃度約 0.2 mg/l でローダミン6Gを溶かし、それをシリンダ内に注入し、これによりオリフィスから出た渦輪構成流体の可視化を行った。

渦輪生成条件にはピストンストロークとピストン速度履歴を変化させた4条件を選んだ。それぞれ、Case 2-1, 2-2, 2-3, 3-2と表し、各条件をTable 1に示す。表において、 L はオリフィスからの初期渦輪生成にスラグモデル¹⁶⁾を仮定した噴出流体塊の長さを表し、ピストンストロークを L_p とすると、 $L=(D/d)L_p$ で与えられる。Gharibら¹⁷⁾は L と d の比 L/d を'formation time'と呼び、単独の渦輪が形成される条件として $L/d \leq 4$ を提案している。本研究では $L/d=2, 3$ を選んだ。表における Γ_j はスラグモデル¹⁶⁾を仮定した出口循環であり、次式(1)に示すようにピストン移動開始から停止時間までのオリフィス出口速度 U_j の2乗積分で定義される。

$$\Gamma_j \equiv \int_0^t U_j^2(t') dt' \quad (1)$$

なお、 U_j には実測値ではなく、ピストン移動速度から算出される値を用いた。Table 1には動粘性係数 ν を用いてレイノルズ数 Γ_j/ν として示してある。Case番号は最初の数値が L/d の値を表し、二番目の数値が Γ_j の違いを表すように付け

Table 1 Experimental condition for ring generation.

Case #	2-1	2-2	2-3	3-2
L/d	2.0	2.0	2.0	3.0
Γ_j/ν	≈ 930	≈ 2000	≈ 4000	≈ 2000
R_0	≈ 190	≈ 21	≈ 4.5	≈ 58
A	≈ 0.0050	≈ 0.0074	≈ 0.0050	≈ 0.0074
AR_0	≈ 0.95	≈ 0.16	≈ 0.023	≈ 0.43

られていることに注意されたい。

本研究では界面における密度跳躍量と界面と干渉する渦輪の慣性力という2種類の実験条件を整理するためにDahm⁸⁾が提案した2種類のパラメータ A と R_0 を用いることにする。ここで、 A はアトウッド数で $A=(\rho_2-\rho_1)/(\rho_2+\rho_1)$ と定義され、密度跳躍量を代表する。本実験では、 $\rho_2/\rho_1=1.01, 1.015$ の二種類の場合について実験を行い、それぞれ $A \approx 0.0050, 0.0074$ である。 R_0 は $R_0=(a^3 g / \Gamma_0^2)$ と定義され、 a は渦核間距離、 g は重力加速度、 Γ_0 は界面深さ $x=x_0$ における渦輪の循環である(Fig. 3を参照)。 R_0 は代表長さとして速度をそれぞれ a と Γ_0/a に選んだ重力と渦輪慣性力の比(フルード数)を表す⁸⁾。また、このとき、積 AR_0 は浮力と慣性力の比を表す浮力リチャードソン数に相当する。 AR_0 が小さい渦輪ほど界面を貫通しやすくなる。4種類の渦輪について密度比を2種類に変えた計8条件について実験を行ったが、本論文ではTable 1に示す4条件の可視化結果を示す。

3. 実験結果と考察

3.1 静水中での渦輪の特性

先に述べた方法・条件で生成された渦輪の特性をみるために、静水中において測定された速度場の結果を示す。なお、速度測定にはPIV法を利用し、シーディング粒子には平均粒径 $55\mu\text{m}$ のポリスチレン粒子を用いた。

Case 2-2の渦輪について、その速度ベクトルと z 方向渦度 ω の等高線を調べた結果をFig. 2に示す。なお、Fig. 2では渦輪の移動方向が下から上となるように描かれており、対称性から $y > 0$ の結果のみを示している。また、速度ベクトル

Fig. 2 Velocity vector (left) and vorticity contour (right).

Fig. 3 Ring convection (left) and circulation (right).

は渦輪の移流速度 (Fig. 3を参照) を減じている。渦度極大の (x, y) 位置を渦核中心とみなし、Case 2-2, 2-3, 3-2の3種類の渦輪について渦核 x 位置の時間変化をFig. 3の左図に示す。測定範囲内で渦輪はほぼ時間に比例して移流し、 Γ_j が大きくなる、あるいは L/d が小さくなるとともに移流速度が速くなることが分かる。Fig. 3の右図は循環 Γ の x 変化を表す。 Γ は渦度 ω の面積分で求め、積分範囲は $\omega \geq 10$ とした。データのバラツキが大きいが、スラグモデルに基づく初期循環 Γ_j が同じであるCase 2-2と3-2を比べると、Case 2-2の方が幾分大きくなっている。スラグモデルではピストンの全インパルスが渦輪の循環に寄与することを仮定していることに起因すると考えられる。図には密度界面の作成深さ $x=x_0$ が破線で示されており、この x 位置における Γ の値を Γ_0 としてTable 1における R_0 を算出した。

3.2 静水中での渦輪の可視化

本研究で生成した渦輪について、Dazinら¹²⁾が示した周方向不安定性によるセル構造の発現を確かめるために、静水中を移流する渦輪の y - z 断面の可視化を行った。なお、ここで示す結果は同一条件の実験を10回程度繰り返した中の代表例である。

Fig. 4はCase 2-2の渦輪について、 $x/d=5.1$ の高さに固定したレーザシート面を渦輪が通過する際の可視化連続写真である。この実験では可視化撮影とピストン移動の開始時間をパルスジェネレータで制御していなかったため、図に示される時間 t は15Hzで撮影した連続画像に渦輪が現れ始めた瞬間を $t=0$ とする便宜上の時間である。これらの図から、Case 2-2の渦輪の内部構造に周方向への波状変化が生じていることが明らかである。 $t=2/15\text{s}$ で渦核が撮影面に達し、 $t=4/15\text{s}$ でやや不明瞭であるが渦輪背面側に7弁の花弁状構造が見られる。同様の渦輪構造はDazinら¹²⁾による可視化実験でも得られており、周方向不安定性により渦核の軸が歪み、 y - z 面に垂直な方向にずれることと関係する。

Fig. 4 Time variation of instantaneous ring pattern (Case 2-2).

 Fig. 5 Comparison of ring patterns at $x/d=6.6$.

$x/d=6.6$ の断面において、渦輪生成条件による断面構造の違いを調べた結果をFig. 5に示す。これらの図では渦核が撮影面に達したと思われる瞬間の可視化写真を選んだ。Case 2-1, 2-2, 2-3と初期循環が大きくなるにつれて同一 x 断面において蛍光試料で色付けされた渦輪外径が小さくなるとともに、内部構造は次第に複雑になる。周方向への波状変化が顕著になり、Case 2-3では、やや不明瞭であるが、外縁と内縁の円周に沿って半径方向に突出する二次的なマッシュルーム型の渦の存在が認められる。Dazinら¹⁸⁾はピストン速度と出口径に基づくレイノルズ数が5000程度の渦輪について同様な二次渦の発生を観測し、二次渦の発生が渦輪後流への渦放出と循環の減少をもたらす、乱流渦

輪への遷移が始まることを周方向速度のスペクトル解析から示唆している。しかし、本研究は可視化のみの観測であることから、Dazinら¹⁸⁾の実験結果との対応には今後、速度場の計測を同時に行っていく必要があると考える。 L/d が大きいCase 3-2の渦輪は他の3条件と比べて直径が最も大きく、内周で多少の歪みが見られるものの周方向への波状構造変化はほとんど進んでいない。

3.3 密度界面干渉時の渦輪の可視化

Table 1に示した4条件の場合について、密度界面に衝突する渦輪の断面構造変化を調べた結果を示す。なお、各条件について実験を3～5回程度繰り返したが、渦輪の不安定性から干渉後の渦輪が直ちに崩壊に至る場合もあった。ここでは、その中でも比較的明瞭なパターン変化が見られた結果のみを示す。また、二方向からのレーザー照射を同時に行った場合、各レーザーシート面の蛍光画像中にもう一方のレーザー光による蛍光画像が線状に写り込む。特に、その写り込みは渦輪断面を可視化する y - z 面の画像において影響が大きく、渦輪内部構造が隠れてしまう。そこで、 x - y 面の可視化では両レーザーを同時に発光し、 y - z 面の可視化では断面照射用のレーザーのみを発光するようにパルス設定した。両可視化の時間差を25 μ sに設定し、渦輪移行速度と比べこの時間の間の構造変化は無視できるものと考えた。

Fig. 6は本実験条件の中で最も AR_0 が大きく、密度差に比べ渦輪が弱いCase 2-1について、14枚の連続時間での可視化結果である。各写真の上段が x - y 面、下段が y - z 面を表し、

 Fig. 6 Time development of ring structure during the interaction with interface (Case 2-1, $AR_0=0.95$).

 Fig. 7 Time development of ring structure during the interaction with interface (Case 3-2, $AR_0=0.43$).

 Fig. 8 Time development of ring structure during the interaction with interface (Case 2-2, $AR_0=0.16$).

界面高さ($x/d=5.85$)は図中の薄青色の波線で示してある。
 y - z 面の撮影 x 位置は界面から約9mmだけ上方の $x/d=5.4$ に
 設定した。なお、 y - z 面の可視化写真が x - y 面に比べて多少
 コントラストに欠けるのは、両撮影に異なる仕様のカメラ
 を用い、 y - z 面撮影用カメラの受光感度が低いためである。
 上段に示す x - y 面の渦輪に対して、断面切断高さは写真中
 に現れる線状のレーザー光線から分かる。図中に記された時
 間 t は渦輪生成開始からの経過時間である。この時間から
 も分かるように、渦輪が撮影面に現れるまでに、渦輪条件
 に依存した待ち時間があるので、撮影開始とピストン移動
 開始の間には適宜時間遅れを設けた。

Fig. 6から、渦輪の界面貫通距離は極僅かで、 $t=5.33$ sで
 最大貫通に達した後、上方にリバウンドし、これ以降の変
 化は界面より上方で生じて密度界面との相互作用による

変形が始まることがわかる。背面側の流体が巻き上がり第
 二渦輪が形成されると共に、初期渦輪は半径方向へ拡がる。
 この拡がりと共に渦輪最外周に第三の渦構造が現れてい
 る。また、 $t=6.53$ sから $t=7.33$ sの写真から分かるように、
 巻き上がり時に円形であった初期渦輪の内部構造は次第
 に周方向に6つ程度のセルに分かれる。Stockら⁹⁾は初期渦
 輪がもつ速度歪み場が第二渦輪の周方向不安定性を引き
 起こし、渦輪内周に弱い波状構造が現れることを数値解析
 から示しているが、Fig. 6に示すほど明瞭ではなく、関係
 は現段階で不明である。また、Fig. 6に示す条件に近いStock
 ら⁹⁾による $AR_0=1.0$ の数値解析結果と比較したとき、第三渦
 輪が形成されるまでの傾向は本実験結果と比較的良く対
 応しているが、その後、渦輪中心部が時間経過とともに上
 昇していくという傾向は数値解析結果には現れていない。

AR_0 の値の順に、Case 3-2, 2-2および2-3に対する可視化
 結果をそれぞれFig. 7~9に示す。Case 2-2, 3-2の渦輪断面
 撮影高さはCase 2-1と同じ $x/d=5.4$ に設定し、Case 2-3は界面
 高さと一致させた。 AR_0 が小さくなると共に、界面衝突後
 の渦輪貫通距離が増し、Fig. 8と9に示す渦輪は撮影範囲を
 超えて下流に移動しており、衝突後の渦輪の変形挙動を見
 ることができなかった。Fig. 7に示す $AR_0=0.43$ のCase 3-2の
 渦輪の連続写真から、渦輪が最大到達深さに達した後、反
 対符号をもつ第二渦輪が形成され、初期渦輪の背面側が界
 面を超えてあたかも噴流のように上昇を開始し、それと
 もに初期渦輪の外周が削られ (peering), 外径が細くなっ

 Fig. 9 Time development of ring structure during the interaction with interface (Case 2-3, $AR_0=0.023$).

ていく様子を見ることが出来る。この上昇流はやはり周方向への不安定性から、6つ程度のセルに分かれた花卉状の周期構造をもつことが断面写真から分かる。

Fig. 8のCase 2-2 ($AR_0=0.16$) の渦輪に関して、貫通後の渦輪の様子は観察できないが、Fig. 7と同様な第二渦輪の上昇流が顕著であり、この場合には周方向に7つ程度のセル構造に分かれることが分かる。Stockら⁹⁾は、解析条件の範囲内で、 $AR_0=0.1$ の渦輪が最大のリバウンド高さをもつことを示している。本研究の可視化の空間範囲の不十分さのため、正確なリバウンド高さは不明であるが、Fig. 8の結果はそれを支持する傾向をもつといえる。

最後に、本実験条件範囲内で AR_0 が最小のCase 2-3に対するFig. 9について考える。明らかに、界面到達時の渦輪には既に先に述べた二次渦の発生が確認できる。しかし、貫通後の渦輪は撮影範囲を超え、また、他の条件で見られたリバウンドも観測できなかった。さらに下流において渦輪の変形が生じている可能性もあるので、今後、カメラ撮影高さを変えることで対応する必要がある。

4. おわりに

本研究では、密度界面と円形渦輪との干渉問題を実験的に調べることを目的とし、渦輪の生成条件と密度比を変化させてPLIF法を応用した可視化実験を行った。本実験で採用した渦輪生成法で得られる渦輪の構造を知るために、まず、静止流体中を移流する渦輪断面構造の可視化を行った。次に、界面との干渉実験を行い、渦輪の軸対称面と横断面を同時に可視化することで、3次元的な構造の変化を捉えることを目指した。これらの結果、次の知見が得られた。

- (1) 形成時間 (formation time) L/d が同じで、初期循環 Γ_j が異なる3種類の渦輪の断面構造を比較した結果、 Γ_j が大きくなるにつれて渦輪直径が小さくなるとともに、内部構造は次第に複雑になり、周方向への波状変化が現れる。本実験条件の範囲内で Γ_j が最大で、レイノルズ数 $\Gamma_j/\nu \approx 4000$ の渦輪には、渦輪外縁と内縁の円周に沿って半径方向への二次的な渦の発生が認められた。
- (2) リチャードソン数 AR_0 が小さくなるとともに界面衝突後の渦輪最大貫通距離は深くなり、衝突後に初期渦輪が界面高さまでリバウンドする現象が見られなくなる。本実験条件の範囲では、 $AR_0 \geq 0.43$ の渦輪でそのようなリバウンドが観察され、界面付近に停留する渦輪には固体壁衝突渦輪と同様の多重渦構造が現れた。
- (3) リバウンド後、界面高さに停留する渦輪において、初期渦輪の誘導で流体が巻き上がり形成された第二、第三の渦構造はその発達とともに周方向にセル状に分かれた波状構造を持つことが示された。
- (4) 上記のセル状構造は、本実験条件の範囲内で、周方向に6つから7つのセル構造を持つことが分かった。

参 考 文 献

- 1) Ellison, T.H., Turner, J.S.: Turbulent entrainment in stratified flows, *J. Fluid Mech.*, Vol.6, Issue 3 (1959) pp. 423-448.
- 2) Fernando, H. J. S. : Turbulent Mixing in stratified fluids, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol.23 (1991) pp. 455-493.
- 3) Ivey, G.N., Winters, K.B., Koseff, J.R. : Density Stratification, Turbulence, but How Much Mixing, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol.40 (2008) pp. 169-184.
- 4) Thompson, S.M., Turner, J.S.: Mixing across an interface due to turbulence generated by an oscillating grid, *J. Fluid Mech.*, Vol.67, Issue 2 (1975) pp. 349-368.
- 5) Baines, W.D.: Entrainment by a plume or jet at a density interface, *J. Fluid Mech.*, Vol.68, Issue 2 (1975) pp. 309-320.
- 6) Linden, P.F.: The interaction of a vortex ring with a sharp density interface: a model for turbulent entrainment, *J. Fluid Mech.*, Vol.60, Issue 3 (1973) pp. 467-480.
- 7) Walker, J.D.A., Smith, C.R., Cerra, A.W., Doligalski, T.L.: The impact of a vortex ring on a wall, *J. Fluid Mech.*, Vol.181 (1987) pp. 99-140.
- 8) Dahm, W.J.A, Scheil, C.M., Tryggvason, G.: Dynamics of vortex interaction with a density interface, *J. Fluid Mech.*, Vol.205 (1989) pp. 1-43.
- 9) Stock, M.J., Dahm, W.J.A., Tryggvason, G.: Impact of a vortex ring on a density interface using a regularized inviscid vortex sheet method, *J. Comp. Phys.*, Vol.227 (2008) pp. 9021-9043.
- 10) Widnall, S.E., Sullivan, J.P.: On the stability of vortex rings, *Proc. Roy. Soc. London, Ser. A*, Vol.332 (1972) pp. 335-353.
- 11) Widnall, S.E., Tsai, C.Y.: The Instability of the thin vortex ring of constant vorticity, *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, Vol.287, No.1344 (1977) pp. 273-305.
- 12) Dazin, A., Dupont, P., Stanislas, M.: Experimental characterization of the instability of the vortex ring. Part I: Linear phase, *Exp. Fluids*, Vol.40 (2006) pp. 383-399.
- 13) 内藤隆, 今井伸治, 後藤俊幸, 山田日出夫: 渦輪の周方向の不安定波について (波の数の時間的減少に関する実験的観察), *ながれ*, Vol.15 (1996) pp. 401-408.
- 14) 奥出宗重, 大蔵信之, 早藤英俊: 流れ模様で得た渦輪の変形過程とその構造, *ながれ*, Vol.19 (2000) pp. 374-384.
- 15) Alahyari, A., Longmire, E.K.: Particle image velocimetry in a variable density flow: application to a dynamically evolving microburst, *Exp. Fluids*, Vol.17 (1994) pp. 434-440.
- 16) Shariff, K., Leonard, A.: Vortex Rings, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol.24 (1992) pp. 235-279.
- 17) Gharib, M., Rambod, E., Shariff, K.: A universal time scale for vortex ring formation, *J. Fluid Mech.*, Vol.360 (1998) pp. 121-140.
- 18) Dazin, A., Dupont, P., Stanislas, M.: Experimental characterization of the instability of the vortex rings. Part II: Non-linear phase, *Exp. Fluids*, Vol.41 (2006) pp. 401-413.