非定常 PSP 計測における動的モード分解の データ取得条件の調査*

伊神翼¹⁾, 藤田昂志²⁾, 永井大樹³⁾, 松田佑⁴⁾, 江上泰広⁵⁾

Investigation of Data Acquisition Conditions for Dynamic Mode Decomposition in Unsteady PSP Measurement

Tsubasa IKAMI, Koji FUJITA, Hiroki NAGAI,
Yu MATSUDA and Yasuhiro EGAMI

ABSTRACT

Pressure-Sensitive-Paint (PSP) can measure a surface pressure field. Recently, fast-PSPs have been developed and applied to a visualization of the unsteady aerodynamic phenomenon. In general, the amount of unsteady aerodynamic visualization data is enormous. The Dynamic Mode Decomposition (DMD) technique can efficiently extract spatial and dynamic characteristics from enormous data. However, some data acquisition conditions for correctly discussing the flow field using DMD are still unclear. In particular, it is important to know the appropriate sampling frequency for specific aerodynamic phenomena. In this study, Karman vortexes in the wake of a square cylinder are visualized by the fast-PSP. Moreover, by using the unsteady PSP data, the time resolution of the input data is changed, and the influence on the DMD analysis for the Karman vortices is investigated. We find that the time resolution does not affect the flow structure of the DMD mode. On the other hand, the dynamic characteristics of the flow structure approach the true value when the time resolution is increased.

Keywords: Pressure-Sensitive Paint, Dynamic Mode Decomposition, Karman vortex

1. 緒言

圧力場計測は様々な流体现象の理解に重要である。感圧塗料 (Pressure-Sensitive-Paint, PSP) は表面圧力を非接触に面計測することができる。近年では、高い時間応答性を持つ PSP が開発され、非定常な流れ場の計測に用いられている¹⁾⁻⁵⁾。

このように計測手法や計測機器の発達により、非定常な流れ場の計測が活発に行われるようになってきている。しかし、非定常計測では取得される画像データ量が膨大になり、それらを直接的に扱うことは難しい。そこで、このような多

次元時系列データを低次元化して特徴構造を抽出するモード分解解析手法が活用されている。固有値直交分解 (Proper Orthogonal Decomposition, POD) は流体分野において従来よく用いられてきたモード分解手法の 1 つである⁶⁾。POD では多次元時系列データの特徴を最もよく表現する直交基底を求める⁷⁾⁻⁸⁾。しかし、POD は流体の空間的な特徴構造は得られるが、時間変化を伴う動的な特徴を得ることはできない。

一方、多次元時系列データから空間的特徴とそれに対応する動的特徴を抽出することができる手法として動的モード分解 (Dynamic Mode Decomposition, DMD) が近年注目されている⁹⁾⁻¹²⁾。DMD では、各空間的特徴が線形的に発展すると仮定し、その線形オペレータの固有値、固有ベクトルを求めることで時空間的特徴が得られる。DMD は様々な流体现象の解析に用いられており、非定常 PSP 計測の解析にも使用されている¹³⁾⁻¹⁵⁾。

しかし、実験データに対して DMD を使用する場合、適切なデータ取得条件が明らかでない部分が多い。特に、対象とする流体现象の周波数に必要なサンプリングの時間分解

* 原稿受付 2020 年 12 月 9 日

1) 正会員 東北大学大学院 工学研究科 (〒980-8577 宮城県仙台市青葉区片平 2-1-1, E-mail : tsubasa.ikami.s7@dc.tohoku.ac.jp)

2) 東北大学 流体科学研究所

3) 正会員 東北大学 流体科学研究所

4) 正会員 早稲田大学, JST さきがけ

5) 正会員 愛知工業大学

を知ることは、計測条件を決定する上で重要である。そこで本研究では、実験データの時間分解が DMD 解析結果に与える影響を調査した。本研究では、まず低速風洞において角柱後流のカルマン渦を PSP によって計測した。その結果を基に時間分解を変更した非定常圧力データを作成し DMD 解析を行うことで、実験データの時間間隔が DMD による解析結果に与える影響を調査した。

2. 実験手法

2.1 風洞設備

実験は東北大学流体科学研究所所有の小型低乱風洞で行った¹⁶⁾。この風洞は単路回流型である。測定部は開放型とした。開放型測定部のノズル出口は幅 293 mm の正八角形断面であり、測定部長さは 508 mm である。

2.2 非定常 PSP 計測

本研究では、角柱後流のカルマン渦を PSP により計測した。Fig.1 に風洞測定部のセットアップを示す。角柱は地面板の前縁から 170 mm の位置に設置した。角柱は、1 辺の長さが 40 mm の正方形で、高さは 100 mm である。地面板には直径 250 mm の範囲に高速応答 PSP を塗装した。高速応答 PSP には、江上らによって開発された tris(diphenylphenanthroline) ruthenium(II) dichloride (Ru(dpp)_3) ベースの高速応答 PSP を用いた⁵⁾。

PSP の発光は高速度ビデオカメラ (FASTCAM Nova, Photron) を用いて計測した。このカメラには、焦点距離 50 mm の単焦点レンズ (Nikkor 50 mm f1.4, Nikon) と 640 $\pm$ 50 nm バンドパスフィルタ (PBO 640/100, 朝日分光) を取り付け、PSP の励起光源には、2 台の青色 LED (IL-106, HARDsoft Microprocessor Systems) を用いて、PSP 塗装箇所を均一に照らした。これらの Blue-LED には熱線吸収フィルタ (SC0451, 朝日分光 / HAF-50S-30H, シグマ光機) を取り付け、

また、Fig.1 (b) に示したように角柱後流中には、直径 0.5 mm の圧力孔を設置し、これに非定常圧力トランスデューサ (XCQ-062-50, Kulite) を取り付け、静圧変動を計測した。

2.3 測定手順

本研究では、強度法による PSP 計測を行った。強度法では、PSP の無風時画像と通風時画像の発光強度比から圧力を算出する。

まず、通風時画像を取得した。風洞を通風し、流速が安定したのを確認した後、Blue-LED を点灯した。その後、高速度ビデオカメラで通風時画像を取得した。高速度ビデオカメラの撮影速度は 1000 fps で露光時間は 1/3000 s とし、21 秒間撮影した。また、通風時画像の撮影と同時にカメラ画像の撮影タイミング信号と圧力孔での静圧変動を記録した。圧力トランスデューサのサンプリング周波数は高速度カメラの 10 倍である 10000 Hz とした。圧力信号はアンプを介してデータログによって記録した。

(a) Overall view

(b) Ground plate

Fig.1 Sketch of test section.

無風時画像は、風洞を停止した後、直ちに取得した。無風時画像の取得条件は通風画像と同じである。また、同撮影条件において、励起光源なしでのダーク画像も取得した。

本実験で使用した 12bit カメラにおいてダーク画像 1 枚でのカウント値の分散は 2.9 count であった。また、無風時画像での角柱後流部分でのカウント値の平均は約 2250 count であった。

主流速度は $U_\infty = 50$ m/s とした。このとき、角柱の 1 辺を基準としたレイノルズ数は 1.1×10^5 である。

3. データ処理

3.1 圧力算出

次式で表される Stern-Volmer 関係式を用いて PSP の発光強度 I から圧力 P を算出することができる¹⁷⁾。

$$\frac{I_{\text{ref}}}{I} = A + B \frac{P}{P_{\text{ref}}} \quad (1)$$

ここで、 A および B は Stern-Volmer 係数と呼ばれ、事前の較正試験によって得られる。ここで、添え字 ref は無風条件を表す。無風時画像の平均化枚数は 1000 枚とした。また、ダーク画像を 256 枚平均化し、無風時および通風時画像が

らそれぞれ減算した。

3.2 位相平均

本研究では、時間分解の異なる時系列圧力分布を得るために、式(1)を用いて時系列圧力場を算出した後、位相平均を施した。位相平均には、依田らによって提案された Conditional Image Averaging 法を用いた¹⁸⁾。

Fig.2 に Conditional Image Averaging 法による位相平均の手順を示す。まず、非定常圧力トランスデューサの信号から通風画像取得時のカルマン渦の位相を決定した。非定常圧力トランスデューサの信号にはノイズが存在するが、バンドパスフィルタを用いてカルマン渦放出周波数を取り出した。次に、静圧変動において、ゼロを通過する点を検出し、静圧変動の周期を求めた (Fig.2 上段)。ただし、非定常圧力トランスデューサ信号は自然な擾乱を含むため、周期が一定ではない。そこで、周期が平均値から $\pm 10\%$ 以上の擾乱を持つ場合、その周期で取得した通風時画像は使用しなかった。

次に、検出したゼロ点の間隔に基づいて、カルマン渦の位相 θ を次式で算出した (Fig.2 中段)。

$$\theta = 2\pi \times \frac{t}{T_i} \text{ [rad]} \quad (2)$$

T_i は静圧変動の周期、 t はゼロ点からの経過時間である。

最後に、カルマン渦の 1 周期をいくつかの位相帯 phase_j に分割し、対応する位相で撮影した画像を集めて平均化した (Fig.2 下段)。例えば、1 周期を 6 個の位相帯に分割する場合、 phase_1 には $0 \leq \theta < \pi/3$ 、 phase_2 には $\pi/3 \leq \theta < 2\pi/3$ 、..., phase_6 には $5\pi/3 \leq \theta < 2\pi$ の範囲が含まれる。

以上の手順により、カルマン渦 1 周期に位相帯の分割数

Fig.2 Phase identification in conditional image averaging.

だけ圧力分布が含まれる位相平均した時系列データを作成することができる。本研究では、カルマン渦 1 周期に含まれる位相帯の数を NoP とする。つまり、 NoP が大きいほど時間間隔 Δt は短くなり、細かい時間分解の時系列データになる。以上の手順によって、一定の撮影速度で取得した圧力分布から、カルマン渦放出周波数のみに着目し、時間分解の異なる時系列圧力分布を作成することができる。

1 つの位相帯で平均化する通風時画像の枚数は 500 枚と 50 枚の 2 種類で解析した。平均化に使用した画像は、各位相帯に相当する位相の画像を計測時間全範囲からランダムに選択した。これらの位相平均した時系列圧力分布に対して次節で説明する DMD 解析を行って、DMD モードとそれに対応する周波数と成長率を算出した。

3.3 動的モード分解

DMD では、ある時刻のデータを要素数 n の列ベクトル $\mathbf{x}_k$ ($k = 0, 1, \dots, m$) とし、それらが線形的に時間発展すると仮定する⁹⁾⁻¹²⁾。このとき、次式を満たす線形オペレータ $\mathbf{A}$ が存在する。

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_0 \ \mathbf{x}_1 \ \dots \ \mathbf{x}_{m-1}]$ 、 $\mathbf{Y} = [\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \dots \ \mathbf{x}_m]$ である $n \times m$ の行列を用意すると、

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{X} \quad (4)$$

とかける。DMD 解析における時空間的特徴はこの線形オペレータ $\mathbf{A}$ の固有値・固有ベクトルに対応する。まず、式(4)より、行列 $\mathbf{A}$ は

$$\mathbf{A} = \mathbf{Y}\mathbf{X}^+ \quad (5)$$

とかける。ここで、 $\mathbf{X}^+$ は $\mathbf{X}$ の疑似逆行列である。次に、行列 $\mathbf{X}$ を特異値分解すると、

$$\mathbf{X} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^* \quad (6)$$

とかける。ここで、 $\mathbf{U}$ および $\mathbf{V}$ はユニタリ行列であり、サイズはそれぞれ $n \times r$ と $m \times r$ である。ただし、 r は行列 $\mathbf{X}$ のランクである。また、 $\mathbf{V}^*$ は $\mathbf{V}$ の随伴行列である。 $\mathbf{\Sigma}$ は $\mathbf{X}$ の特異値 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r \geq 0$ を対角成分に持つ対角行列でサイズは $r \times r$ である。式(6)より、 $\mathbf{X}^+$ は、次式で求められる。

$$\mathbf{X}^+ = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{U}^* \quad (7)$$

通常、行列 $\mathbf{A}$ のサイズは $n \times n$ で、膨大である。そこで、実用上、行列 $\mathbf{U}$ を用いて $\mathbf{A}$ を正規直交基底に射影し、次式で定義されるサイズが $r \times r$ の行列 $\tilde{\mathbf{A}}$ の固有値・固有ベクトルを求める。

$$\tilde{\mathbf{A}} \equiv \mathbf{U}^* \mathbf{A} \mathbf{U} = \mathbf{U}^* \mathbf{Y} \mathbf{V} \mathbf{\Sigma}^{-1} \quad (8)$$

次に、次式で表される行列 $\tilde{\mathbf{A}}$ の固有値 λ_i と固有ベクトル $\mathbf{w}_i$ ($i = 1, 2, \dots, r$) を求める。

$$\tilde{\mathbf{A}} \mathbf{w}_i = \lambda_i \mathbf{w}_i \quad (9)$$

ここで、ベクトル $\boldsymbol{\varphi}_i$ を次式で定義する。

$$\boldsymbol{\varphi}_i \equiv \frac{1}{\lambda_i} \mathbf{YV}\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{w}_i \quad (10)$$

λ_i と $\boldsymbol{\varphi}_i$ は、それぞれ行列 $\mathbf{A}$ の固有値、固有ベクトルに一致する⁹⁾。固有ベクトル $\boldsymbol{\varphi}_i$ はDMDモードとも呼ばれ、空間的特徴を表す。また、固有値 λ_i はDMDモード $\boldsymbol{\varphi}_i$ に対する動的な特徴を表しており、成長率 σ_i と周波数 ω_i はそれぞれ以下の式で求められる。

$$\sigma_i = \frac{\ln|\lambda_i|}{\Delta t} \quad (11)$$

$$\omega_i = \frac{\arg \lambda_i}{2\pi\Delta t} \quad (12)$$

ここで、 Δt は時系列データの時間間隔である。また、周波数 ω は流速 U_∞ と角柱正方形断面1辺の長さ D によって無次元化したストローハル数 $St \equiv \omega D/U_\infty$ を用いて表す。

本研究では、まず3.2節のConditional Image Averaging法を用いて1周期に含まれる圧力分布の数を変更し、時間間隔 Δt を任意に設定した時系列データを作成した。次に、その時系列圧力データに対してDMDを行った。したがって、DMDにおいて入力したデータはカルマン渦放出周期の1周期分である。

4. 実験結果

4.1 圧力分布

Fig.3に位相平均した圧力分布を示す。Fig. 3では、 $NoP=6$ での位相平均した圧力分布を示す。 $NoP=6$ のとき、現象1周期は位相 $\pi/3$ 毎に6分割される。主流は左から右へ流れる。なお、Fig.3は1位相帯あたり500枚の通風時画像を平均化したのもであり、空間フィルタは施していない。また、全ての位相において圧力分布上に横縞のパターンが存在したが、これはカメラセンサに由来するものである。

まず、(a) $\pi/3$ では、角柱後流の画像上側に負圧領域が見られる。その負圧領域は、(b) $2\pi/3$ ではさらに下流へ移動した。(c) π では、角柱の逆側から負圧領域が現れ始め、(d) $4\pi/3$ および(e) $5\pi/3$ ではその負圧領域が発達しつつ下流へ移動した。(f) 2π では、再び上側に負圧領域が現れ始め、(a) $\pi/3$ につながる。このように渦が角柱後流で交互に規則的に生じており、後流へ移動する様子が確認できた。

Fig.3から、圧力変動は PP_{ref} で0.02程度であり、この圧力変動に対応するカメラのカウント値は約33 countである。このように微小な圧力変動を非定常PSP計測により、カルマン渦を可視化できていることがわかる。

Fig.3 Phase-averaged pressure distribution in one cycle of Karman vortex shedding.

4.2 DMD モード

Fig.3 のような位相平均した圧力分布を, NoP を変更して, それぞれ用意した. DMD 解析より, 規則的な渦の放出であるカルマン渦を表した流れ場構造と, 高調波成分を表した流れ場構造のモードが現れた. 本研究では, カルマン渦を表した流れ場構造をカルマン渦モード, 高調波成分を表した流れ場構造を高調波モードと呼ぶこととする. Fig.4 に, 1 位相帯あたりの平均枚数(a) 500 枚と(b) 50 枚において位相帯の数を $NoP=3, 30, 60$ と変更した場合でのカルマン渦モードをそれぞれ示す. ここで, $NoP=3$ はカルマン渦モードが現れる最小の位相帯の数である. Fig.4 は, 変動圧力を基準圧力で規格化した $\Delta P/P_{ref}$ を表す. まず Fig.4 (a) の平均化枚数 500 枚の場合について説明する. 位相帯の数が少ない $NoP=3$ では, $NoP=30, 60$ と比べてノイズが多い分布が見られた. ただし, カルマン渦モードと高調波モードについて, どの NoP でも DMD モードが表している流れ場構造は同じである. 次に Fig.4 (b) の平均化枚数 50 枚の場合について説明する. Fig.4 (b) においても, 全ての NoP で Fig.4 (a) と同様の流れ場構造が見られた. ただし, Fig.4 の $NoP=3$ では, 位相の反転が見られた.

次に, 1 位相帯あたりの平均枚数(a) 500 枚と(b) 50 枚において位相帯の数を $NoP=6, 30, 60$ と変更した場合での高調波モードを Fig.5 に示す. $NoP=6$ はカルマン渦モードが現れる最小の位相帯の数である. まず平均化枚数 500 枚の Fig.5 (a) について説明する. 位相帯の数が少ない Fig.5 (a.1) の $NoP=6$ では, 高調波モードでもカルマン渦モードと同様に, 位相帯の数が多い場合と比べてノイズが多い分布が見られた. これは, カルマン渦モードの場合と同様に, 算出される DMD モードの数が不十分で, 高調波を表すモードとノイズを表すモードを分離できないためである. ただし, 高調波モードについても, いずれの場合も DMD モードが表す流れ場構造は同じであった. さらに, 平均化枚数 50 枚の Fig.5 (b) についても, 同様の流れ場構造が見られた. ただし, 平均枚数が多い Fig.5(a) と比べると, 位相のピークは弱く, ノイズと考えられる分布が多く現れた.

Fig.4 および Fig.5 より, カルマン渦 1 周期に含まれる位相帯の数が少ない場合, つまり時間分解が粗い場合には, DMD モードにノイズが多い分布が現れた. これは, 位相帯の数が少ない場合, 算出される DMD モードも少なくなり, カルマン渦の放出を表すモードとノイズを表すモードを分離することができないためである. また, 平均枚数が 50 枚の場合では, 高調波モードにおいて, 時間分解を細かくしてもノイズが現れた. これは, 高調波モードに近い周波数成分のノイズが存在していることを示している. ノイズは一般に高周波数成分として現れるため, より周波数の高い高調波モードではノイズの影響を受けやすくなる.

ただし, カルマン渦モードおよび高調波モードにおいて, そのモードが現れる最小の位相帯数以上であれば, 位相帯の

数を変更しても DMD モードとして現れる流れ場構造に影響は見られなかった. つまり, そのモードが現れる最小の位相帯の数以上であれば, 現象 1 周期に含まれる位相帯の数は流れ場構造には影響がないことがわかった.

次に動的特徴であるストローハル数と成長率に着目する. まず, 圧力孔に設置した非定常圧力トランスデューサで取得した圧力データのパワースペクトルを Fig.6 に示す. Fig.6 より, 123 Hz にピークが存在した. このピークに対応するストローハル数は 0.098 である. したがって, カルマン渦モードのストローハル数は 0.098, 高調波モードはその 2 倍の 0.197 を真値として扱う. さらに, カルマン渦の放出は時間的な増幅や減衰のない周期的な流れである. したがって, カルマン渦モードおよび高調波モードの成長率の真値は 0 であると推定される.

Fig.7 に位相帯の数を変更したときの(a) カルマン渦モードと(b) 高調波モードに対応するストローハル数をそれぞれ示す. 位相帯の数が少ない場合, DMD 解析から算出されるストローハル数は真値に対して大きい値を示した. しかし, NoP が増加すると, DMD 解析から算出されるストローハル数は真値に近付き, (a) カルマン渦モードでは $NoP=10$ 程度, (b) 高調波モードでは $NoP=60$ 程度で収束した. ただし, 1 位相帯あたりの平均枚数 50 枚の場合, 平均枚数 500 枚の場合と比べて収束が遅かった.

次に, Fig.8 に位相帯の数を変更したときの(a) カルマン渦モードに対応する成長率と(b) 高調波モードに対応する成長率をそれぞれ示す. 位相帯の数が少ない場合, 成長率は減衰を表す負の値を示した. しかし, 位相帯の数を増加させると, 成長率も大きくなり, 真値である 0 に近付いた. 1 位相帯あたりの平均枚数 50 枚の場合, 平均枚数 500 枚の場合と比べて収束が遅かった.

Fig.7 および Fig.8 では, 1 周期に含まれる位相帯の数が多くなると真値に近づく傾向が見られた. つまり, DMD モードの動的特徴は, 時系列データの時間分解がその精度に影響を与えていた. また, 平均化枚数で比較すると, 信号雑音比の低下によって真値に対する収束が遅くなり, 信号雑音比も動的特徴の精度に影響を与えていた. 特に高調波モードでは, その傾向が強く現れた. これは周波数が高いモードでは, 同様に高周波数成分であるノイズの影響を受けやすいためである. したがって, 信号雑音比が一定である場合には, 解析したい目的の現象に対する画像のサンプリング周波数が十分であるかどうかが重要になる. 必要になるサンプリング周波数は信号雑音比によって異なるが, 本研究では, 平均枚数 500 枚の場合ではカルマン渦モードの動的特徴に対しては, カルマン渦放出周波数の 10 倍程度, 高調波モードに対しては 60 倍程度のサンプリングが必要であるといえる. つまり, 高調波モードはカルマン渦モードの 2 倍の周波数の現象であるが, 2 倍よりも細かい時間分解が必要となった. 高調波成分のように現象の周波数が高い場合では, 同様に高

周波数であるノイズとの切り分けが困難になり, より多くの 時間分解を要した.

Fig.4 First Karman mode with different number of phase bands (a: 500 averaged images, b: 50 averaged images).

Fig.5 Second harmonic mode with different number of phase bands (a: 500 averaged images, b: 50 averaged images).

Fig.6 Power spectral density of pressure transducer

Fig.7 Strouhal number with different number of phase bands

Fig.8 Growth rate with different number of phase bands

5. 数値実験

4 章での風洞実験による結果の普遍性を確認するために、数値実験を行った。数値実験では、Fig.9 のようなカルマン渦の通過を模した分布を作成し、信号雑音比が 0.5 となるようにホワイトノイズを付加した。このカルマン渦を模した分布は Fig.3 の PSP による圧力分布と同じ画像サイズを持ち、カルマン渦の放出周波数は風洞実験で得られた値である 123 Hz とした。また、Fig.9 の分布は風洞実験での撮影条件に合わせて 1000 fps で 21 秒分を作成した。さらに、高速度カメラの露光時間と同じ 1/3000 s のぶれを含んでいる。作成した分布に対して、PSP と同様の手順で位相平均および

DMD を行った。

Fig.10 に位相帯の数を変更したときの(a) カルマン渦モードと(b) 高調波モードに対応するストローハル数をそれぞれ示す。また、Fig.11 にそのときの成長率を示す。Fig.10 および Fig.11 より、位相帯の数が増加するほど真値に収束し、平均枚数が多い方が速く収束することがわかった。これらの傾向は、PSP での結果と定性的に一致する。したがって、Fig.7 および Fig.8 でみられた傾向は本風洞実験での結果に限らず、カルマン渦のような周期的な渦放出について現れると言える。ただし、Fig. 7(b)と Fig. 10(b), Fig. 8(b)と Fig. 11(b)をそれぞれ比較すると、高調波モードに対応する動的特徴は数値実験の方が速く真値に収束した。これは、数値実験で作成した

分布の信号雑音比が PSP の圧力分布よりも高く, 数値実験で

はノイズの影響が強くは現れなかったためである.

(a) before adding noise

(b) after adding noise

Fig.9 Tested distribution for numerical experiment

(a) 1st Karman mode

(b) 2nd harmonic mode

Fig.10 Strouhal number with different number of phase bands in numerical experiment

(a) 1st Karman mode

(b) 2nd harmonic mode

Fig.11 Growth rate with different number of phase bands in numerical experiment

6. 結言

本研究では, 低速風洞において角柱後流のカルマン渦を PSP により計測した. その非定常圧力データを用いて, カルマン渦 1 周期の時間分解を変更し, DMD による解析結果で得られる時空間的特徴に与える影響を調査した.

まず, DMD 解析による空間的特徴に着目する場合, そのモードが現れる最小の位相帯の数以上であれば, 現象 1 周期に含まれる位相帯の数は, DMD モードが表す流れ場構造に影響がなかった. 一方, 動的特徴に着目する場合は, 1 周期に含まれる位相帯の数がその精度に影響を与えた. 本実験の場合, 1 位相帯あたりの平均化枚数 500 枚において, カル

マン渦のモードに対応する動的特徴を精度よく得るためには, カルマン渦の放出周波数の 10 倍程度のサンプリング周波数が必要であった. さらに, 2 倍高調波モードではカルマン渦の放出周波数の 60 倍程度のサンプリング周波数が必要であった. また, 平均化枚数が少ない場合, つまり信号雑音比が低い場合ではより多くのサンプリング周波数が必要となることがわかった. さらに, カルマン渦の放出を模した分布を用いて数値実験を行い, PSP による非定常圧力分布を用いた結果と同様の傾向を確認した.

以上のように, DMD 解析による空間的特徴を用いて流れ場構造を議論する場合, サンプリング周波数は影響ないといえる. 一方で, 動的特徴に着目する場合は, サンプリング周波数とその精度に影響を与えた. したがって, DMD 解析に

よる動的特徴を用いて流れ場構造を議論する場合は、画像のサンプリング周波数が目的の現象に対して十分であることを検証する必要がある。

謝 辞

本研究は、東北大学流体科学研究所における公募共同研究 J19I022 により実施された。また、JSPS 科研費 JP17H03474 の助成を受けて実施された。加えて、本研究を実施するにあたり小西康郁氏、奥泉寛之氏には多大な支援をいただいた。また、DMD 解析において桐谷英樹氏にご助言をいただいた。ここに感謝の意を表する。

参 考 文 献

- Gregory, J., Asai, K., Kameda, M., Liu, T., Sullivan, J.: A Review of Pressure-Sensitive Paint for High-Speed and Unsteady Aerodynamics, *Journal of Aerospace Engineering*, Vol.222, No.2 (2008) pp.249-290.
- Numata, D., Fujii, S., Nagai, H., Asai, K.: Ultrafast-Response Anodized-Aluminum Pressure-Sensitive Paints for Unsteady Flow Measurement, *AIAA Journal*, Vol.55, No.4, (2017) pp.1118-1125.
- Sugioka, Y., Numata, D., Asai, K., Koike, S., Nakakita, K., Nakajima, T.: Polymer/Ceramic Pressure-Sensitive Paint with Reduced Roughness for Unsteady Measurement in Transonic Flow, *AIAA Journal*, Vol.56, No.6 (2018) pp.2145-2156.
- Egami, Y., Sato, Y., Konishi, S.: Development of Sprayable Pressure-Sensitive Paint with a Response Time of Less Than 10 μ s, *AIAA Journal*, Vol.57, No.5 (2019) pp.2198-2203.
- Egami, Y., Hasegawa, Y., Matsuda, Y., Ikami, T., Nagai, H.: Ruthenium-based fast-responding pressure-sensitive paint for measuring small pressure fluctuation in low speed flow field, *Measurement Science and Technologies* Vol.32, No.2 (2021) 024003 (13pp).
- Lumley, J. L.: The structure of inhomogeneous turbulent flows, *Proceedings of the International Colloquium on the Fine Scale Structure of the Atmosphere and its Influence on Radio Wave Propagation* (1967).
- 平邦彦: 固有直交分解による流体解析: 1. 基礎, ながれ, Vol.30 (2011) pp.115-123.
- 平邦彦: 固有直交分解による流体解析: 2. 応用, ながれ, Vol.30 (2011) pp.263-271.
- Schmid, P.: Dynamic Mode Decomposition of Numerical and Experimental Data, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.656 (2010) pp.5-28.
- Tu, J., Rowley, C., Luchtenburg, D., Brunton, S., Kutz, J. N.: On Dynamic Mode Decomposition: Theory and Applications, *Journal of Computational Dynamics*, Vol.1, No.2 (2014) pp.391-421.
- Taira, K., Brunton, S., Dawson, S., Rowley, C., Colonius, T., McKeon, B., Schmidt, O., Gordeyev, S., Theofilis, V., Ukeiley, L.: Modal Analysis of Fluid Flows: An Overview, *AIAA Journal*, Vol.55, No.12 (2017) pp.4013-4041.
- 大道勇哉, 五十嵐康彦: 動的モード分解による多次元時系列解析, *日本神経回路学会誌*, Vol.25, No.1 (2018) pp.2-9.
- Ali, M., Pandey, A., Gregory, J.: Dynamic Mode Decomposition of Fast Pressure Sensitive Paint Data, *Sensors*, Vol.16, No. 862 (2016).
- Kiritani, H., Tanaka, N., Ohtani, K., Fujita, K., Nagai H.: Transonic Flow Field Analysis of a Free Flight Capsule using Ballistic Range, *AIAA SciTech 2020 Forum* (2020) AIAA 2020-1990.
- Rowley, W., Mezic, I., Bagheri, S., Schlatter, P., Henningson, S.: Spectral analysis of nonlinear flows, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.641, No.1 (2009) pp.115-127.
- 小浜泰昭, 小林陵二, 伊藤英寛: 小型低乱風洞の性能測定結果について, *東北大学高速力学研究所報告*, Vol.48, No.422 (1982) pp.119-142.
- Liu, T., Sullivan, J.: Pressure and Temperature Sensitive Paints, Springer Berlin Heidelberg New York (2005).
- Yorita, D., Numata, D., Nagai, H., and Asai, K.: Measuring Unsteady Low-Speed Flow Phenomena by Using A Time-Series Analysis of Pressure-Sensitive Paint Images, *14th International Symposium on Flow Visualization*, (2010).

付 録

本研究では、位相平均した非定常圧力場に対して DMD を施した。したがって、位相平均したことにより、DMD の結果に影響を与えた可能性がある。ここでは、位相平均したことによる DMD の結果への影響を検証する。

数値実験で用いた分布を用いて、位相平均なしに 1 周期に含まれる画像枚数を変化させたデータセットをそれぞれ用意し、DMD を施した。このときカルマン渦を模擬した分布にノイズは付加していない。Fig.A にそのときのストローハル数の変化を、Fig.B に成長率の変化をそれぞれ示す。位相平均した場合と位相平均しなかった場合を比較すると、これらは定量的に良い一致を示した。このことから位相平均が DMD 解析の結果に与える影響は十分に小さいことがわかった。

また、位相平均していない PSP による非定常圧力分布画像 3000 枚を用いて直接 DMD を施した。Fig.C にそのときのカルマン渦モードを示す。Fig.4 と比べると Fig.C では、ピークが小さく、ノイズが多い分布が見られた。位相平均では、擾乱は排除し、規則的なカルマン渦の放出のみを抽出している。したがって、位相平均した圧力分布に DMD を適用した場合の方が、カルマン渦モードが強く現れている。ただし、Fig.C と Fig.4 と比較してモードに大きな違いは見られなかった。また、このモードに対応するストローハル数は 0.098 で成長率は 0.53 /s であり、動的特徴にも大きな違いは見られなかった。

Fig.A Comparison of Strouhal number between with and without conditional image averaging

Fig.B Comparison of growth rate between with and without conditional image averaging

Fig.C First Karman mode without conditional image averaging