パーシステントホモロジーを用いた迷路状磁区構造における トポロジカル欠陥の可視化

山田拓洋^{1, 2}・鈴木雄太¹・三俣千春²・小野寛太^{2, 3}

上野哲朗⁴・大林一平^{5, 6}・平岡裕章^{2, 5, 6, 7}・小嗣真人^{1, 2, *}

¹ 東京理科大学 基礎工学部 材料工学科 ☎ 125-8585 東京都葛飾区新宿 6-3-1
² 情報統合型物質・材料開発イニシアティブ 物質材料研究機構 ☎ 305-0047 茨城県つくば市千現 1-2-1
³ 高エネルギー加速器研究機構 ☎ 305-0801 茨城県つくば市大穂 1-1
⁴ 量子科学技術研究開発機構 量子ビーム科学研究部門 ☎ 679-5148 兵庫県佐用郡佐用町光都 1-1-1
⁵ 東北大学材料科学高等研究所 ☎ 980-8577 宮城県仙台市青葉区片平 2-1-1
⁶ 理化学研究所 革新知能統合研究センター ☎ 103-0027 東京都中央区日本橋 1-4-1
⁷ 京都大学高等研究院 ☎ 606-8501 京都市左京区吉田牛ノ宮町

(2019 年 1 月 20 日受付；2019 年 2 月 1 日掲載決定)

Visualization of Topological Defect in Labyrinth Magnetic Domain by Using Persistent Homology

T. YAMADA^{1, 2}, Y. SUZUKI¹, C. MITSUMATA², K. ONO^{2, 3}, T. UENO⁴,
 I. OBAYASHI^{5, 6}, Y. HIRAKA^{2, 5, 6, 7} and M. KOTSUGI^{1, 2, *}

¹Tokyo Univ. of Sci., 6-3-1, Nijuku, Katsushika, Tokyo, Japan, 125-8585
²MI²I-NIMS, 1-2-1, Sengen, Tsukuba, Ibaraki, Japan, 305-0047
³KEK, 1-1, Oho, Tsukuba, Ibaraki, Japan, 305-0801
⁴QST, 1-1-1, Kouto, Sayo, Hyogo, Japan, 678-5198
⁵Tohoku Univ. AIMR, 2-1-1, Katahira, Aobaku, Sendai, Miyagi, Japan, 980-8577
⁶RIKEN AIP Center, 1-4-1, Nihonbashi, Chuo, Tokyo, Japan, 103-0027
⁷Kyoto Univ. KUIAS, ASHBI, Ushinomiya, Yoshida, Sakyo, Kyoto, Japan, 606-8501

(Received January 20, 2019 ; Accepted February 1, 2019)

We executed the topological data analysis of labyrinth magnetic domain structure to visualize pinning site during the magnetization reversal process. We utilized persistent homology to extract the topological feature of the magnetic domain structure, and principal component analysis was used to construct the correlation between persistence diagram and magnetic hysteresis loop. As a result, we could automatically visualize the pinning site as topological defect on the original magnetic domain structure.

KEYWORDS : magnetic domain structure, persistent homology, machine learning, topological defect

1. は じ め に

近年の電気自動車市場の急速な拡大を背景に、モーターのエネルギー変換効率の向上が社会的かつ産業上の重要な課題となっている。モーターには硬磁性材料と軟磁

性材料の二種類の磁性材料が利用されており、いずれも保磁力と呼ばれる磁気特性が重要な鍵を担っている^{1~3)}。保磁力は磁性体の磁化を飽和状態からゼロに戻すために必要な外部磁場の強さであり、磁区構造が外部磁場に対してどのように応答し、どのように反転するかを解析することは、保磁力メカニズムを理解する上で非常に重要である。迷路状磁区構造を例にとると、保磁力近傍では

* E-mail : kotsugi@rs.tus.ac.jp

Fig. 1. (color online). Inverse analysis of topological defect in labyrinth magnetic domain by using persistent homology with machine learning.

複雑に入り組んだ磁区構造が形成され、磁壁のピンギングを伴って保磁力に寄与するとされている。また迷路状磁区構造の分岐点および終端点はいわゆるトポジカル欠陥に相当し、基礎的にも興味深い。その一方で、ミクロな迷路状磁区構造の形成過程とマクロな磁気ヒステリシスの関係性は未だ完全には構築されておらず、保磁力メカニズムの理解には議論すべきことが多く残されている^{4~11)}。

実験では、磁気光学効果を用いた磁区構造解析が長年実施されてきたが、磁区画像データからの情報抽出や、磁気ヒステリシスとの対応付けは容易で無く、この解決には至っていない⁶⁾。また計算の観点では、非平衡統計力学やパターン形成理論に基づいて、演繹的に磁区構造解析が進められてきたが、出力結果が境界条件に大きく依存することと、計算コストが膨大となるため、磁区構造から保磁力の起源に遡って解析することは困難である⁷⁾。本問題はパターン形成やフラクタル形成に代表される非平衡物理の問題が根底に横たわっており、基礎的にも大変意義深い⁸⁾。このことから保磁力メカニズムは磁性材料科学における未解決問題の一つとして長らく議論されてきた。

そこで我々は、最近開発されたトポロジーの概念「パーシステントホモロジー」に着目し、保磁力に寄与するピンギングサイトをデータ駆動的に可視化する技術の開発を試みた (Fig. 1)^{12~15)}。パーシステントホモロジーはデータの幾何学的特徴を抽出できる強力な数学的ツールで、磁区構造の空間的ゆらぎの定量化が期待される。ま

たパーシステントホモロジーは機械学習との組み合わせが可能であり、マクロな機能とミクロな構造情報を関連づけられるのが大きな特徴である^{14, 18)}。そこで本研究では、パーシステントホモロジーを活用することで迷路状磁区構造からの特徴量抽出を行い、その後機械学習を活用することでマクロな磁気ヒステリシスとミクロな磁区構造変化の相関関係の構築を試みた。特に、軟磁性材料の迷路状磁区構造を対象に、ピンギングサイトの可視化技術を検討したので、その結果について報告する。

1.1 パーシステントホモロジー

パーシステントホモロジーは数学のトポロジーの概念を拡張して離散データを取り扱えるようにしたものであり、空隙のサイズ、形状、連結性といった「形」の情報を記述することができる (Fig. 2)^{12, 13)}。従来のトポロジーでは穴の数のみを取り扱っていたのに対し、パーシステントホモロジーでは、穴のサイズや形状の情報を残しつつ、位相幾何学的な定量化を可能とする。本手法は2002年に Edelsbrunner らによって発表された新しい概念であり、現在でも数学的な発展をしつつ、材料科学、生命科学、センサーネットワークなど諸科学への応用が急速に進展している^{16~18)}。

パーシステントホモロジーによる情報の取り出し方を平たく説明する。まず離散データの各点に半径 r の球を置き、その半径を少しずつ伸ばしながら構造を膨らませて、「穴」が生成 (birth) する半径と消滅 (death) した半径を記録する。birth を横軸、death を縦軸として点 (generator) を2次元平面にプロットすることで、パー

Fig. 2. (color online). Persistent homology. (a) Extraction process of structural information using persistent homology. (b) Extracted birth/death pair in the persistence diagram (PD). (c) Typical geometric structure in the 0th PD.

システム図 (PD) を作成する。birth は穴を囲むリング状の点の点間距離の $1/2$ の最大値に相当し、death はそのリングの内側に入る円の半径の最大値に相当する。また birth と death の差 (life time) が大きいほど穴の形が等方的であること意味しており、発生した穴がどれほど長持ちしたかを表している。このように PD はデータの構造情報をうまく縮約しており、物質構造データの重要度を定める指標として利用されている¹⁴⁾。なお、パーシステントホモロジーは原子座標データ、画像データ、ボクセルデータなど様々な離散データに適用できる^{12~18)}。パーシステントホモロジーを本研究のような白黒の二次元画像データに適用する際には半径 r に相当するパラメータは正負両方について処理することができ、正の場合は構造を太らせ、負の場合は構造を細らせる処理を行う³⁴⁾。0 次のパーシステントホモロジーからはつながり方の変化情報が、1 次のパーシステントホモロジーからはリング状構造の変化の情報が得られる。白黒反転によって穴は連結成分に、連結成分は穴に、それぞれ入れ替わるので、黒い磁区 (黒ベース) の 1 次のパーシステントホモロジーは白い磁区 (白ベース) の 0 次のパーシステントホモロジーとほぼ同じ情報を持つ。研究では二値化された磁区画像データにこの処理を適用している。

また近年では PD と機械学習を組み合わせることで、マクロ特性とミクロ組織の対応関係を構築する手法が提

案されている¹⁴⁾。PD には物質構造データの特徴が抽出されており、そのパターン認識を機械学習を用いて行うのが基本的なアイデアである。具体的にはパーシステンス図をベクトルに変換し、これにマクロな物性データなどの情報を加え、機械学習の入力データとして利用する。機械学習の枠組みは、次元削減や回帰・分類など様々な活用できる。また PD を生成する際には、birth と death に対応する元の空間座標が内部データとして保存されており、これを利用することで元の物質構造データに遡ることが可能である (Fig. 1)。以上の方法により、ガラスの構造解析や金属の腐食など、実際の材料解析手法として種々の報告がなされている^{16~18)}。

1.2 迷路状磁区構造

次に磁性材料の磁区構造に話題を移すと、鉄ガーネット等の軟磁性材料では、迷路状磁区構造と呼ばれる特徴的な磁区構造を示す^{4, 19)}。迷路状磁区構造は保磁力近傍で形成され、複雑な分岐を伴った微細組織を示す。本構造はヒステリシスループ毎に異なった分岐形状をとり再現しない、その一方で全体的な特徴は毎回類似したパターンを示す。このことから従来の画像処理では解析が困難であった。また本質的な課題として、パターン形成やフラクタル形成などの非平衡統計物理の重要な課題を含んでいることも挙げられる。

理論的には、Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) 方程式やGinzburg-Landau (GL) 方程式に基づいて、演繹的に磁

区構造のシミュレーションがなされてきた。基本的には静磁エネルギーと磁壁エネルギーなどから構成される磁気自由エネルギーを最小にするように計算を繰り返し磁区構造を生成する⁴⁾。ところが迷路状磁区構造は最安定な平衡相から僅かにずれた非平衡相であることから、その生成には種々の工夫が必要とされている。また生成された磁区構造からピンングサイトに遡って解析することは容易ではない。

迷路状磁区構造の定性的な理解としては、まずストライプ磁区は磁壁エネルギーが最小であり、内部エネルギーが安定な平衡相として位置付けられる。ところが実際の材料では、格子欠陥、不純物、ステップやひずみなどがあり、また有限温度ではエントロピーの効果が寄与してくる。このことから分岐点や終端点やバブル磁区が形成され、複雑な迷路状磁区構造が形成されるのが、材料としての実際である^{4, 19)}。

迷路状磁区構造における分岐点や終端点は特異点であり、いわゆるトポロジカル欠陥として特徴付けられる。このような欠陥周囲の磁区は磁気自由エネルギーにおける非平衡相であり、ピンングサイトとなって磁化反転を阻害するため、保磁力に寄与する一因と考えられている²⁰⁾。このことから迷路状磁区における分岐点や終端点の特徴を抽出することが、保磁力解析において重要と考えられ、さらには磁区構造における平衡相と非平衡相の差を定量化することが有用な切り口となり得る。

1.3 パーシステントホモロジーによる磁区解析

そこで我々は、迷路状磁区構造における分岐点や終端点が、幾何学的な特異点として特徴付けられることに着目し、パーシステントホモロジーを用いてトポロジカル欠陥を可視化することを試みた。パーシステントホモロジーはあくまでも形を記述する手段であり、静磁エネルギーの空間分布を可視化するにはまだ検討を重ねる必要がある。しかしながらパーシステントホモロジーの利用は、これまで困難とされてきた保磁力メカニズムを理解する上で有用なコンセプトになり得ると我々は考えており、本開発を通じてその有用性を検証する。

パーシステントホモロジーを磁区構造に適用すると、磁区構造のトポロジーを抽出できる。本稿では簡単のため、磁区構造における白色磁区に着目し、0次のパーシステントホモロジー（つまり連結性）について説明を行う（Fig. 2）。画像中のストライプ状の構造はlife timeが小さいことからPDの対角線上に投影され、バブル状の構造はlife timeが長くかつdeathが正であることから、対角線から離れたところに投影される。また幅が不均一な構造はlife timeが長く、deathが負であることからこれらの中間に投影される¹⁴⁾。このことから、平衡相とな

るストライプ磁区と非平衡相である迷路磁区の区別が行える。また機械学習の活用により、PDとヒステリシスループの対応関係を構築することで、ピンングサイトを可視化できると考えられる。本解析には理論計算を用いる必要はないため、データ駆動的な磁区構造の解析手法として期待できる。

実験では、代表的な軟磁性材料である鉄ガーネット^{21, 22)}の磁区構造にパーシステントホモロジーを適用し、①記述子としての有用性、②磁区構造変化におけるPDの振る舞い、③ピンングサイトの可視化の可能性を検証した。第一に、PDの記述子としての有用性を検証するため、ミクロな分岐形状が異なるがマクロな磁化が同一の磁区構造に適用し、出力されたPDの共通性を統計的に検証した。実験的にはヒステリシスループを複数回し、同一磁場で同一位置の磁区構造を複数取得した。その後、出力されたPDのcosine類似度を定量的に評価した。第二に、外部磁場依存する磁区構造にパーシステントホモロジーを適用し、PDの変化を調査した。その後、PDの連続変化と磁区構造変化の振る舞いを比較検討することで、迷路状磁区構造の特徴抽出の可能性を確認した。第三に、機械学習を用いてPDを磁気ヒステリシスの相関関係を調査し、ピンングサイトの可視化を試みた。機械学習手法として、ここでは最も単純かつ結果の検討が容易な主成分分析（Principal component analysis, PCA）を利用した。PCAで得られた主成分ベクトルから外部磁場変化に鋭敏なPDの領域（generator群）を特定し、保磁力に寄与する幾何学的特徴を元の磁区構造上に投影した。

2. 実験

実験ではビスマス置換希土類鉄ガーネット（RIG）単結晶薄膜を対象に、Kerr顕微鏡による磁区構造解析を行い、ピンングサイトの可視化技術を開発した^{21~24)}。測定試料はGRANOPT社製の市販品GSF1550²²⁾を用いた。膜厚は160 μm 、飽和磁界は200 Oe、キュリー温度は250°Cである。本試料における45度回転子の波長係数は0.065 deg/nmであり、十分なKerr回転角を有することから、明瞭な磁気コントラストを得ることができる。Kerr顕微鏡はZeissのAxio Imager M2m、CCDカメラはAxiocam 500、光源はハロゲンランプを用いた^{23, 24)}。視野は2500 $\mu\text{m} \times 2000 \mu\text{m}$ （画像サイズは2752 pixel $\times$ 2208 pixel）で情報を16 bitで記録した。露光時間は16 bitの階調を最大限活用するため十分長くとした。磁区構造測定では、偏光板の角度をクロスニコル配置から数度回転させ、磁気コントラストが最大となる角度で画像を取得した。また光の照射ムラを消去するために、バ

Fig. 3. (color online). Labyrinth magnetic domain structures and extracted PD. (a–h) Labyrinth magnetic domain structures with the same macroscopic magnetization but different microscopic branching structure. (i–p) Extracted PDs from a–h shows common distribution.

ックグラウンド画像を合わせて取得した。外部磁場は試料面直方向に印加し、約 200 Oe から −200 Oe まで約 7.5 Oe 刻みで準静的に変化させ、109 枚の磁区画像を連続的に取得した。得られた磁区画像は分割ブロック法を用いて二値化処理をしている²⁵⁾。

パーシステントホモロジー解析には HomCloud¹⁵⁾を用い、磁区画像を二値化したものに対して PD を作成した。確認のため、白ベース、黒ベース両方について解析を行った。マクロな磁化が同一で分岐構造の異なる磁区構造の PD を作製し結果を比較した後、外部磁場依存性について同様に PD を作製し、記述子としての有用性を検証した。PCA を用いて PD とヒステリシスループとの相関を解析した²⁶⁾。その際、平衡相に相当するストライプ磁区の寄与を除外するため、対角線近傍の要素 (Life Time = 4 px) を 0 として除外してベクトル化した。ベクトル化した際の次元は 8050 であった。PCA は Python3 の環境下で行い、ライブラリは NumPy, scikit-learn, OpenCV, Pillow を用いた^{27, 28)}。

3. 結果と考察

Kerr 顕微鏡で RIG 試料の磁区構造を計測した結果、明瞭な迷路状磁区構造を得ることができた (Fig. 3 (a)–

(h))。なお画像の視野は $1300\ \mu\text{m} \times 1300\ \mu\text{m}$ に対応し、典型的な磁区幅は約 $40\ \mu\text{m}$ であった。磁区構造中で、ストライプ磁区 (A)、分岐点 (B)、終端点 (C) が確認できる (Fig. 3 (a))。まずマクロな磁化 (つまり画像の平均輝度) が同一で、異なる分岐形状を持つ迷路状磁区構造に PH を適用し、出力される PD を比較する。Fig. 3 (a)–(h) は、上記の手順で準備した 8 枚の磁区構造である。目視でも、分岐構造が異なる事と、大域的に似た特徴を示す事が認識できる。一般的な軟磁性体の磁化反転過程では、ループ毎にミクロな微細組織は異なるが、マクロには同一の磁化の強さが再現される。特徴抽出が適切に行われていれば、共通の PD が生成されるはずなので、これを期待する。

Fig. 3 (i)–(p) に PH を適用した結果を示す。PD の横軸と縦軸は画像における空隙の発生と消滅をそれぞれ表しており、縦方向のデータ点の広がりや曲がり具合を反映している。元の磁区構造は微細組織が異なるにも関わらず、出力された PD は共通の振る舞いを示している (Fig. 3 (i)–(p))。次にその共通性を統計的に評価するために PD をベクトル化し、cosine 類似度を評価した²⁹⁾。なお cosine 類似度はベクトル同士の比較をする際によく用いられる尺度であり、内積として

Fig. 4. (color online). Magnetic domains (a–j) and PDs (k–t) with a variation of external magnetic field. (a–j) Magnetic domain structures continuously changes according to the external magnetic field. (k–t) PDs also continuously change according to the change of the magnetic domain structure.

次式で表される。

$$\text{similarity} = \frac{p \cdot q}{\|p\| \|q\|}$$

その結果、類似度の平均は 0.992 であった。後述する外部磁場依存性では、cosine 類似度は約 0.2 から 1 まで連続的に大きく変化しており、外部磁場が同じであれば PD は共通であると言える。なお他の距離尺度についても、同様の結果を確認している。このことから PD は磁区構造の特徴抽出が実現できており、記述子として有用であることが示唆される。

次に異なる外部磁場に対応する磁区構造に PH を適用する。**Fig. 4** (a)–(j) に一連の磁区構造（抜粋）を示す。外部磁場に依存して磁区構造が連続的に変化する振る舞いが目視で確認できる。白色に飽和した状態から黒色の細い逆磁区が進展し、磁場の増加に伴って磁区構造の複雑性が増加する。白色磁区では磁区幅が徐々に減少し、分岐点や終端点が形成され、保磁力近傍で複雑に入り組んだ迷路状の磁区構造が形成される (**Fig. 4** (f))。なお保磁力は約 3 Oe であった。また、その後白色の磁区幅は徐々に減少し、迷路の微細構造がほどけながら、

黒色の磁区へ飽和する振る舞いも確認できる。

一連の磁区構造にパーシステントホモロジーを適用し PD を作成した (**Fig. 4** (k)–(t))。その結果、磁区構造の連続変化に伴って PD も連続変化している。この PD は白ベースの 0 次のパーシステントホモロジーであり、白色の磁区をつなぎ方の特徴を表す。**Fig. 4** (l)–(n) の PD は birth, death が共に大きく、対角線から離れた場所に generator がまばらに分布していることから、幅が太くて不均一な磁区構造 (**Fig. 4** (b)–(d)) に対応していることがわかる。外部磁場変化に伴って, birth, death が共に減少し, generator の分布が右上に移動していく。またまばらな分布が収束し, なおかつ尖った構造が確認できる。これは白色磁区の磁区幅が徐々に細くなりつつ, なおかつ不均一性が残っていることを反映している。最終的に generator の分布が右上に移動しながら収束して消失する振る舞いを示す。これは白色磁区の幅がさらに細くなり, 周囲の黒色磁区に飲み込まれながら最終的に逆方向に飽和する振る舞いに対応している。なおこの振る舞いは白黒が表裏一体であり, 黒ベースの PD では逆の振る舞いを示すことも確認済みである。このような PD の変化を統計的に理解するため, cosine 類

似度を用いて評価した²⁹⁾。その結果, cosine 類似度は約 0.2 から 1 まで連続的に変化していた。

また, 一連の磁区構造と PD を同期させて比較すると, ピニングサイトの生成および消滅に対応して PD も動きが止まることが確認できた。このため, この PD が磁区形成現象に対応していることは即座に理解できる。特に, PD が止まった際の generator は, 対角線から離れた位置に尖った構造を形成していることが確認できる。Fig. 2 に基づいて generator と磁区構造を対応づけると, 対角線上の generator はストライプ磁区に対応し, 定性的ではあるが磁気エネルギーの観点で言う平衡相と対応づけられる¹⁴⁾。一方, 対角線から離れた位置の generator は幅が不均一な磁区構造に対応し, 非平衡な迷路状磁区構造と対応づけられる。このことから PD の尖った構造はピニングサイトの特徴を抽出している。

さらに, マクロな磁化反転過程に寄与している場所をミクロな磁区構造上に可視化する。PD の対角線成分を除外して平衡相であるストライプ磁区を除外し, 残った情報を PCA 解析に利用した²⁶⁾。具体的な処理としては, PD をベクトル化し, スタックすることで一枚の行列を作成した。その後 PCA を実施して主成分ベクトルを取得し, これを 2 次元に戻すことで主成分に対応する PD を再構成した。これにより外部磁場変化に対して最も鋭敏に反応する PD 上の領域を特定することができる。外部磁場変化に鋭敏であることは, 磁化率が最も大きいことを意味することから, 保磁力近傍の磁区構造の特徴を捉えたと解釈できる。

PCA の主成分ベクトルから再構成された PD を Fig. 5 (b) に示す。本図は対角線から離れた領域に分布を持っており, 保磁力近傍の PD を包含している。本図が磁区構造のデータセットのみから恣意性なく抽出できたことは注目に値する。最後に, 主成分に対応する領域に含まれる generator を元の磁区構造上に点としてマッピングしたところ, いずれも磁区構造の分岐点および終端点と一致していた (Fig. 5 (c))。なおこの解析は白ベース, 黒ベースの両方について行われ, 白色磁区と黒色磁区の両方にマッピングを行っている。またストライプ磁区には点が打たれなかった。ヒステリシス全体だけでなく保磁力近傍の数枚に限定しても同様の結果が得られている。分岐点および終端点は, 保磁力に寄与するピニングサイトとして元々予想されていたものであるが, このようなトポロジカル欠陥が磁区構造のみからデータ駆動的に可視化できたことは大変興味深い。

最後に, 磁区形成理論に基づいて迷路状磁区構造の考察を行う。ピニングサイトの近傍に注目すると, 磁区幅が増大傾向にあることが見て取れる。また終端点近傍で

Fig. 5. (color online). Inverse analysis of topological defect from PD to original magnetic domain. (a) Magnetic hysteresis loop. (b) Principal component vector visualized in the PD format extracted by PCA. (c) Mapped generator to original magnetic domain structure from principal component of PD. They correspond to the topological defects of labyrinth magnetic domain structure.

は磁壁が周囲を取り囲んだ構造を有している。磁区幅の増大は静磁エネルギーの増大につながり, 磁壁の周長の増大は磁壁エネルギーの増大につながる。また LLG 方程式や GL 方程式などの磁区形成理論では, 両者のバランスによって磁区形状が決定されることが知られており^{30, 31)}, Fig. 5 (c) の点の近傍では静磁エネルギーと磁壁エネルギーの両方が局所的に増大していることが示唆される。現実には完全結晶を作ることは困難で, 必ず格子欠陥が導入される³²⁾。また実際の RIG 材料では, 迷路状磁区構造を作成するために, 基板にあらかじめ歪みを導入することが頻繁になされる³³⁾。さらには, 本解析は室温で行っていることからエントロピーの寄与も増大している。このことから, 試料の格子欠陥や基板のひずみ, あるいはエントロピーがピニングサイトの起源とし

て考えられる。格子欠陥やひずんだ界面近傍では格子の連続性が変化し、境界条件が変わることからピンングサイトが形成され、非平衡の磁気状態が実現したと理解するのが自然な帰結である。

本研究では保磁力に寄与するピンングサイトの同定をデータ駆動的に実施することにはじめて成功した。また本手法は磁化反転過程における非平衡現象を逆問題として解析したとも言え、基礎的な意義も見逃せない。このことからパーシステントホモロジーに基づくトポロジカル解析の手法は磁性材料のみならず、様々な組織材料に展開可能なポテンシャルを秘めている。

謝 辞

本研究は情報統合型物質・材料開発イニシアチブ(MI²)の支援の元で実施された。また研究を進めるにあたって東京理科大学学長特別補佐の福山秀敏先生には様々な助言を頂いた。心より感謝いたします。

文 献

- 1) S. Chikazumi : “Physics of Magnetism” (John Wiley, New York, 1964).
- 2) S. Chikazumi : *J. Magn. Magn. Mater.* **54–57**, 1551 (1986).
- 3) E.P. Wohlfarth : “Handbook of Magnetic Materials, Volume 2” (North Holland, 1986) p. 55.
- 4) A. Hubert and R. Shafer : “Magnetic Domains : The Analysis of Magnetic Microstructures” (Springer, 2008).
- 5) M. Seul and D. Andelman : *Science* **267**, 476 (1995).
- 6) J. Stohr, Y. Wu, B.D. Hermsmeier, M.G. Samant, G.R. Harp, S. Koranda, D. Dunham and B.P. Tonner : *Science* **259**, 658 (1993).
- 7) C. Kittel and J.K. Galt : *Solid State Phys.* **3**, 437 (1956).
- 8) D. Ter Haar and L.D. Landau : “Collected Papers” (Pergamon Press, Oxford, 1965) p. 546.
- 9) T. Ohtsuki, T. Kojima, M. Kotsugi, T. Ohkouchi, M. Mizuguchi and K. Takanashi : *J. Appl. Phys.* **115**, 043908 (2014).
- 10) M. Kotsugi, M. Mizuguchi, S. Sekiya, T. Ohkouchi, T. Kojima, K. Takanashi and Y. Watanabe : *J. Phys.: Conf. Ser.* **266**, 012095 (2011).
- 11) M. Kotsugi, C. Mitsumata, H. Maruyama, T. Wakita, T. Taniuchi, K. Ono, M. Suzuki, N. Kawamura, N. Ishimatsu, M. Oshima, Y. Watanabe and M. Taniguchi : *Appl. Phys. Express* **3**, 013001 (2010).
- 12) H. Edelsbrunner, D. Letscher and A. Zomorodian : *Discrete Comput. Geom.* **28**, 511 (2002).
- 13) Y. Hiraoka, T. Nakamura, A. Hirata, E.G. Escolar, K. Matsue and Y. Nishiura : *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **113**, 7035 (2016).
- 14) I. Obayashi, Y. Hiraoka and M. Kimura : *J. Appl. Comp. Topo.* **1**, 421 (2018).
- 15) I. Obayashi and Y. Hiraoka : https://www.wpi-aimr.tohoku.ac.jp/hiraoka_labo/homcloud
- 16) T. Nakamura, Y. Hiraoka, A. Hirata, E.G. Escolar and Y. Nishiura : *Nanotechnology* **26**, 304001 (2015).
- 17) T. Ichinomiya, I. Obayashi and Y. Hiraoka : *Phys. Rev. E* **95**, 012504 (2017).
- 18) M. Kimura, I. Obayashi, Y. Takeichi, R. Murao and Y. Hiraoka : *Sci. Rep.* **8**, 3553 (2018).
- 19) C. Bathany, M. Le Romancer, J.N. Armstrong and H.D. Chopra : *Phys. Rev. B* **82**, 184411 (2010).
- 20) B.-S. Han, D. Li, D.-J. Zheng and Y. Zhou : *Phys. Rev. B* **66**, 014433 (2002).
- 21) N.B. Ibrahim, C. Edwards and S.B. Palmer : *J. Magn. Magn. Mater.* **220**, 183 (2000).
- 22) <http://www.granopt.jp/>
- 23) <https://www.zeiss.com/>
- 24) F. Schmidt and A. Hubert : *J. Magn. Magn. Mater.* **61**, 307 (1986).
- 25) <https://opencv.org/>
- 26) K. Pearson : *Philos. Mag.* **2**, 559 (1901).
- 27) <https://www.python.org/>
- 28) F. Pedregosa, G. Varoquaux, A. Gramfort, V. Michel, B. Thirion, O. Grisel, M. Blondel, P. Prettenhofer, R. Weiss, V. Dubourg, J. Vanderplas, A. Passos, D. Cournapeau, M. Brucher, M. Perrot and É. Duchesnay : *J. Mach. Learn. Res.* **12**, 2825 (2011).
- 29) A. Singhal : Bulletin of the IEEE Comp. Soc. Tech. Com. **24**, 35 (2001).
- 30) K. Iwano, C. Mitsumata and K. Ono : *J. Appl. Phys.* **115**, 17D134 (2014).
- 31) A. Vansteenkiste, J. Leliaert, M. Dvornik, M. Helsen, F. Garcia-Sanchez and B.V. Waeyenberge : *AIP Adv.* **4**, 107133 (2014).
- 32) G.B. Gibbs : *Mater. Sci. Eng.* **4**, 313 (1969).
- 33) M. Niyafar, H. Mohammadpour and A. Behmanesh : *J. Alloys Compd.* **683**, 495 (2016).
- 34) I. Obayashi and Y. Hiraoka : arXiv:1706.10082.