地震学における ABIC を用いた インバージョン解析研究の進展

京都大学防災研究所地震予知研究センター*

深 畑 幸 俊

Development of Study of Inversion Analyses Using ABIC in Seismology

Yukitoshi FUKAHATA

Research Center for Earthquake Prediction, Disaster
Prevention Research Institute, Kyoto University,
Gokasho, Uji, Kyoto 611-0011, Japan

(Received June 13, 2008; Accepted September 30, 2008)

Inversion analyses play a central role in solid earth sciences, since observable quantities are very limited for the earth's interior. Classical least squares method does not work well in these fields, since observed data are commonly inaccurate and/or insufficient. Least squares methods with additional conditions, such as damping or smoothing, have been widely used, but the weight of damping or smoothing have to be manually adjusted, if we do not take in a probabilistic point of view. In 1980, H. Akaike proposed a Bayesian Information Criterion (ABIC), where smoothness constraint is regarded as prior information that is combined with information from observed data by Bayes' rule, and then the optimal weight between the information from observed data and prior constraint is objectively determined by minimizing ABIC. ABIC had been introduced to geophysics by several studies. Among them, Yabuki and Matsu'ura (1992) has been the most influential. The inverse method developed by them has been widely applied to various problems in seismology and geodesy. Recently, it has become clear that the inverse method must be further developed beyond the framework given by Yabuki and Matsu'ura (1992). Generalization has been performed in dealing with prior constraints, hyperparameters, and observed data.

Key words: Inverse theory, ABIC, Bayesian model, Prior information, Hyperparameter

§ 1. はじめに

我々は、地球を温度や弾性波速度といったパラメータを用いて記述し理解する。ここで、直接観測できるものをデータパラメータ、そうでないものをモデルパラメータと呼ぶ。データパラメータ $\mathbf{d}$ とモデルパラメータ $\mathbf{a}$ の間に何ら

かの理論的關係

$$\mathbf{d} = \mathbf{H}\mathbf{a} + \mathbf{e} \quad (1)$$

が期待されるとき、データパラメータ $\mathbf{d}$ からモデルパラメータ $\mathbf{a}$ を推定するインバース問題 (逆問題) が成立する。(1) 式で $\mathbf{H}$ はデータパラメータとモデルパラメータの間の理論的關係を表す係数行列、 $\mathbf{e}$ は誤差 (データとモデルの残差) を表すベクトルである。言うまでもなく、地球科学では観測可能なパラメータは非常に限られているので、理論や観測と共にインバージョン解析は地球科学における中心的役割を担っている。なお、データパラメータとモデルパラメータの関係が非線形の場合には、(1) 式は行列 $\mathbf{H}$ の代わりに関数 f を用いて

$$\mathbf{d} = f(\mathbf{a}) + \mathbf{e} \quad (2)$$

とより一般的な形で表すこととなる。

もしも、高精度のデータが十分な数だけ得られれば、残差二乗最小の条件 $(\mathbf{d} - \mathbf{H}\mathbf{a})^T (\mathbf{d} - \mathbf{H}\mathbf{a}) \rightarrow \min$ により (1) 式の逆問題を解くことが可能である。この時、モデルパラメータは最小二乗解

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{d} \quad (3)$$

により推定される。ハットは推定値を表す。例えば地震学においても、稠密な観測網下で起きた地震の震源位置や発生時刻は最小二乗法によって相当に精度良く決めることができる。しかし一方、よく知られているように、データが少量だったり誤差が大きかったりする時には、最小二乗解 (3) は最早良い推定値とはならない。データが不十分な時に、データへのフィッティングをいくら良くしても、意味のある解は得られないのである。このような悪条件下で逆問題を解くには、事前情報 (先験的情報) を利用するベイズ・インバージョンが有効である。その際に、観測データに基づいて事前情報の重みを決める規準として用いられるのが ABIC (Akaike's Bayesian Information Criterion, 赤池のベイズ情報量規準) である。

本稿では、主に地震学・測地学の領域を対象として、Yabuki and Matsu'ura (1992) による ABIC の適用とその後の展開を中心に、インバージョン解析研究の発展の歴史をレビューする。

§ 2. ABIC 導入以前

ABIC が地球科学に導入される以前の 1980 年代半ばまでの研究の流れは松浦 (1991) の解説に詳述されているので、是非そちらを参照して頂きたい。本章では、重複をなるべく避け簡単に述べる。

Backus and Gilbert (例えば 1970) の一連の論文により

*〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄

地球科学において本格的なインバージョン解析が始まったが、現在の ABIC に基づく研究へ至る上で大きな役割を果たしたのが Jackson (1979) である。彼は、解析者が解を選択するにあたって、意識的ないしは無意識的に先験的情報を利用していることに注目し、そのような先験的情報はインバージョン解析後の主観的判断に委ねるよりもむしろ、解析前に定量的な形に表現して利用すべきと主張した。そして、観測データを観測方程式 (1) の形に表現したのと同様にして、モデルパラメタの先験的情報を先験的データ

$$\bar{\mathbf{a}} = \mathbf{I}\mathbf{a} + \Delta\mathbf{a} \quad (4)$$

として扱うことにより、解の解像度と不確定さが同じ尺度で測れるようになること、つまり Backus and Gilbert が提示したインバージョン解析の本質の問題が合理的に解決できることを示した。なお (4) 式で、 $\mathbf{I}$ は単位行列、 $\bar{\mathbf{a}}$ は先験的情報から推定された尤もらしいモデルパラメタの値、 $\Delta\mathbf{a}$ は $\bar{\mathbf{a}}$ の真の値 $\mathbf{a}$ からのずれをそれぞれ表す。

Jackson (1979) によって得られた解の表現は、 $\bar{\mathbf{a}} = 0$ などを満たす特別な場合にダンピング付き最小二乗解

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \alpha^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{d} \quad (5)$$

や平滑化条件付きの最小二乗解

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \alpha^2 \mathbf{G})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{d} \quad (6)$$

と形式的に同じになるが、その意味するところは大きく異なる [松浦 (1991)]。ここで、 α^2 はダンピングや平滑化の強さを規定するパラメタ、 $\mathbf{G}$ は平滑化を表す行列である。単純な最小二乗法では解が不安定となる場合、つまり $(\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1}$ がうまく求められない場合、ダンピングや平滑化など何らかの条件を付けて解の安定化を図ることが頻繁に行われる。そういった方法はまとめて最適化問題と呼ばれる。現在なお、欧米の研究者を中心に最適化問題の枠組みで逆問題が取り扱われることが多いが、その枠組みに留まる限り、どのようにダンピングや平滑化の強さを決めるかが解決できない。次なる飛躍のためには、確率論に基づいた取り扱いが不可欠なのである。なお、最小二乗法から最適化問題、ベイズモデルへというのは地球物理学に留まらない統計学上の流れでもあり、田邊 (2004) の解説に分かり易くまとめられている。

Jackson (1979) の議論は本質的には確率論に基づいており、その後の Tarantola and Valette (1982a, b), Jackson and Matsu'ura (1985) による非線形逆問題の合理的定式化へと繋がった。例えば、Jackson and Matsu'ura (1985) は、確率分布の形でデータからの情報 $p(\mathbf{d}|\mathbf{a};\sigma^2)$ ¹⁾ と先験的情報を $p(\mathbf{a};\rho^2)$ 表現し、両者をベイズの定理：

$$p(\mathbf{a};\sigma^2,\rho^2|\mathbf{d}) = cp(\mathbf{d}|\mathbf{a};\sigma^2)p(\mathbf{a};\rho^2) \quad (7)$$

で結合することによって、モデルパラメタに関する事後確率密度分布 $p(\mathbf{a};\sigma^2,\rho^2|\mathbf{d})$ を構成した。ここで、 $p(x|y)$ は y を与えた時の x の確率分布を意味し、 σ^2 と ρ^2 は観測データと先験的データの不確定さをそれぞれ表す。 c は規格化定数である。観測データ $\mathbf{d}$ に応じて事後確率密度 $p(\mathbf{a};\sigma^2,\rho^2|\mathbf{d})$ を最大化することにより、モデルパラメタ $\mathbf{a}$ の最適な推定値が得られる。彼らによって定式化された非線形インバージョン解析手法は、具体的な問題に適用され [例えば、Matsu'ura *et al.* (1986)], それなりの成功を収めたが、実際の解析で σ^2 や ρ^2 をどのように合理的に与えるかは難しい課題で、その解決には ABIC の登場を待たなければならなかった。

§ 3. ABIC の導入

3.1 赤池による ABIC の提案と地球科学への適用

Akaike (1980) は、平滑化などのパラメタ間の制約を先験的情報とみなして確率分布 $p(\mathbf{a};\rho^2)$ として表現することにより最適化問題をベイズ推論の枠組みに帰着させ、更に事後確率密度分布の振る舞いを規定する σ^2 と ρ^2 (超パラメタと呼ばれる) の値を

$$\text{ABIC} = -2\log L(\sigma^2, \rho^2|\mathbf{d}) + 2 \times (\text{超パラメタ数}) \quad (8)$$

を最小化することによって決めることを提案した。ここで、 L は超パラメタに関する周辺尤度で

$$L(\sigma^2, \rho^2|\mathbf{d}) = \int p(\mathbf{d}|\mathbf{a};\sigma^2)p(\mathbf{a};\rho^2)d\mathbf{a} \quad (9)$$

と定義される。(8) 式の第二項は AIC [Akaike (1973)] と同様な考えに基づいて導入された補正項であり、赤池がエントロピー最大化原理 [Akaike (1977)] の一環として ABIC を提案したことを示している。補正項を除けば、ABIC 最小化は、与えられたデータの下で、周辺尤度を最大化するように超パラメタの値を決めることを要請している。

ベイズモデルは、モデルパラメタ $\mathbf{a}$ に関する先験 (事前) 分布 $p(\mathbf{a};\rho^2)$ を用いることにその特徴がある。先験分布は主観的に定められるのが通例だったのだが、ここでは先験分布の事後確率密度分布に対する重みが、超パラメタを通して観測データから客観的に定められていることに注意する必要がある。一般にその重みは、データの量や質が十分なときには軽く、そうでないときには重

¹⁾ セミコロンは、パラメタと超パラメタを区分するために使用されている。超パラメタは、§ 2 では固定されている一方、§ 3 以降では基本的に変数である。

くなる。このように、モデル構築を主観的に行う一方でモデル選択は客観的になされており、両者がうまくバランスされている [赤池 (1981)]。また、ここで取り扱われているベイズモデルは、パラメタの全体的な振る舞いを超パラメタで制御するという階層構造をしている点にも特徴がある。インバージョン解析では通常、実用上問題のない範囲で可能な限りモデル空間を広く取ることが望ましい。そうすることにより、より良いモデル選択が行えるからである。階層構造を持つベイズモデルは、非常に柔軟性 (可塑性) が高く様々なモデルが表現可能であり、その要請に十分応えるものとなっている。なお、周辺尤度最大化により超パラメタの値を決めること自体は、実は Good (1965) がタイプ II の尤度と呼んで既に提案している。Akaike (1980) の功績は、そのタイプ II の尤度の意義を明確化し、更にその有効性を使い易い形で示してみせたところにあるようである。

Akaike (1980) が提案した ABIC 最小の規準に基づいたインバージョン解析法は、すぐさま Ishiguro (1981) によって地殻変動の定常変化成分を抽出する問題へ応用された。その後も、地震活動における b 値の時空間変化を求める問題や [Imoto and Ishiguro (1986), Ogata *et al.* (1991)], プーゲー密度分布の推定 [村田 (1990)], 潮汐データの解析 [Tamura *et al.* (1991)], 更には MT 法 [Uchida (1993)] や古地磁気データの解析 [Tsunakawa (1992), Oda and Shibuya (1994)] など固体地球物理学の幅広い分野で ABIC は使用されるようになった。しかし、“ABIC” という単語がこれ程までに地震学者の頭に強くインプットされることとなったのには、Yabuki and Matsu'ura (1992) の役割が非常に大きい。彼らの論文はその後の研究に非常に大きな影響を与え、インバージョン解析の標準的な手法ともなったので、次節でその方法を詳述する。

3.2 Yabuki and Matsu'ura (1992)

四国および紀伊半島地域における測地データを、滑り分布がなめらかであるという先験的情報と組み合わせて ABIC を用いてインバージョン解析することにより、Yabuki and Matsu'ura (1992) は 1946 年南海地震の滑り分布を求めた。彼らの方法は次の 5 つのステップよりなる。なお、以下では簡単のため、地震滑りが一次元上で起こっているものとした。

(1) パラメタ化

求める滑り分布 $u(x)$ を適当な関数 $X_m(x)$ ($m=1, 2, \dots, M$) を用いて基底関数展開

$$u(x) = \sum_{m=1}^M a_m X_m(x) \quad (10)$$

する。 a_m がモデルパラメタであり、観測データから a_m

を推定することがここでの問題となる。

(2) 観測方程式の導出

適当な理論モデルに基づき、観測方程式

$$\mathbf{d} = \mathbf{H}\mathbf{a} + \mathbf{e} \quad (11)$$

を書き下す。地殻変動データ $\mathbf{d}$ から地震の滑り分布を求める問題では、断層滑りに対する地表面の静的応答 [例えば, Maruyama (1964)] を計算することができれば、係数行列 $\mathbf{H}$ が求められる。そして、誤差 $\mathbf{e}$ が平均 0 共分散 $\sigma^2 \mathbf{E}$ のガウス分布に従うと仮定して、観測方程式 (11) を次のように確率密度関数として表現する：

$$p(\mathbf{d}|\mathbf{a};\sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-N/2} |\mathbf{E}|^{-1/2} \times \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{d} - \mathbf{H}\mathbf{a})^T \mathbf{E}^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{H}\mathbf{a})\right] \quad (12)$$

ここで、 N はデータ数、 $|\cdot|$ は行列式を表す。

(3) 先験的情報の表現

滑り分布がなめらかであるという先験的情報は、以下に定義する roughness

$$r = \int (\partial^2 u(x) / \partial x^2)^2 dx \quad (13)$$

が小さいとして表現できる。(13) 式では変位の 2 階微分が用いられているので、物理的には応力勾配が小さいという条件に対応している。(10), (13) 式から r がモデルパラメタ $\mathbf{a}$ の (半) 正值二次形式 $r = \mathbf{a}^T \mathbf{G} \mathbf{a}$ ($\mathbf{G}$ は (半) 正值対称行列) で表されることに注意すると、結局、先験的拘束条件も次のような確率密度関数として表現できる：

$$p(\mathbf{a};\rho^2) = (2\pi\rho^2)^{-g/2} |\mathbf{\Lambda}_G|^{1/2} \exp\left[-\frac{1}{2\rho^2} \mathbf{a}^T \mathbf{G} \mathbf{a}\right] \quad (14)$$

ここで、 g は行列 $\mathbf{G}$ のランク、 $|\mathbf{\Lambda}_G|$ は $\mathbf{G}$ の非零固有値の積である。

(4) ベイズの定理

ベイズの定理に基づいて、観測からの情報と先験的情報を統合する。即ち、

$$\begin{aligned} p(\mathbf{a};\sigma^2, \rho^2|\mathbf{d}) &= c p(\mathbf{d}|\mathbf{a};\sigma^2) p(\mathbf{a};\rho^2) \\ &= c (2\pi\sigma^2)^{-N/2} (2\pi\rho^2)^{-g/2} |\mathbf{E}|^{-1/2} |\mathbf{\Lambda}_G|^{1/2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \mathbf{s}(\mathbf{a})\right] \end{aligned} \quad (15)$$

但し、

$$\mathbf{s}(\mathbf{a}) = (\mathbf{d} - \mathbf{H}\mathbf{a})^T \mathbf{E}^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{H}\mathbf{a}) + \alpha^2 \mathbf{a}^T \mathbf{G} \mathbf{a} \quad (16)$$

²⁾ 半正值二次形式の場合、実際には (14) 式以下でより複雑な数学的操作を必要とするが、同じ結果を得ることができる。

$$\alpha^2 = \sigma^2 / \rho^2 \quad (17)$$

ここで、超パラメタと呼ばれる σ^2 と ρ^2 (もしくは α^2) を与えれば、事後確率密度 (15) の最大化によりモデルパラメタ $\mathbf{a}$ の推定値がその共分散 $\mathbf{C}$ と共に得られる：

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{H}^T \mathbf{E}^{-1} \mathbf{H} + \alpha^2 \mathbf{G})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{E}^{-1} \mathbf{d} \quad (18)$$

$$\hat{\mathbf{C}} = \sigma^2 (\mathbf{H}^T \mathbf{E}^{-1} \mathbf{H} + \alpha^2 \mathbf{G})^{-1} \quad (19)$$

(16) 式などに見られるように、先験的情報の重みは α^2 によって規定されている。 α^2 が大きいと先験的情報に近い滑らかな解となり、 α^2 が小さいと最小二乗解に近くなる。

(5) ABIC 最小

ABIC の定義 (8) 式に基づいて計算すると次式を得る：

$$\text{ABIC}(\alpha^2) = (N + g - M) \log s(\mathbf{a}) - g \log \alpha^2 + \log |\mathbf{H}^T \mathbf{E}^{-1} \mathbf{H} + \alpha^2 \mathbf{G}| + C \quad (20)$$

ここで、 C は超パラメタに依存しない定数である。(20) 式の導出のポイントは、(9) 式のモデルパラメタに関する積分が解析的に実行できることである。また、ABIC 最小の条件より、ABIC の σ^2 に関する偏微分がゼロになるという条件を用いている。なお、データからの情報 (12) 式ないしは先験的情報 (14) 式がガウス分布でない場合には、(9) 式の積分を解析的には実行できないので、適当な近似が用いられりする [例えば、Ogata *et al.* (1991)]。 (20) 式が得られれば、あとは数値的に ABIC を計算することによって、ABIC 最小を与える α^2 を求めれば良い。一次元上での最小値の探索なので実行は容易である。得られた α^2 を (18) 式に代入し、 $\mathbf{a}$ の推定値が求まる。

Yabuki and Matsu'ura (1992) の意義は、上に示したように比較的シンプルな形で ABIC を用いたインバージョン解析法を定式化し、まさにその技術を必要としている人々に ABIC という概念とその有用性を広く知らしめたところにある。加えて、矢吹が汎用性の高いプログラムを頒布したことで ABIC を用いたインバージョン解析は地震学者の間で爆発的に普及し、その後のインバージョン解析の研究は主として Yabuki and Matsu'ura (1992) の枠組みをベースとして発展することとなった。その発展の方向は大きく二つに分けられる。一つは適用対象の拡大であり、もう一つは解析手法自体の進歩である。

§ 4. 適用対象の拡大

4.1 波形インバージョン

当時松浦らと同じ研究室に所属していた吉田は、

Yabuki and Matsu'ura (1992) によって示された ABIC の有用性に着目し³⁾、地震波形データのインバージョン解析による震源過程の推定の問題に適用した。Yoshida (1989) では遠地実体波のデータを、Yoshida and Koketsu (1990) では強震動データに測地データも組み合わせて解析し、それぞれ 1983 年ヒンズークシ地震、1984 年長野県西部地震の震源過程を推定した。それらの解析では、時間方向にはグリッド毎に開始時刻の異なる単一の基底関数が使われていたが、Ide *et al.* (1996) は、時間方向にも基底関数展開することでモデルの自由度を高めた。地震の震源過程を時空間方向に基底関数展開し、それぞれに滑らかさの条件を課した上でその重みを ABIC 最小の規準で決めるという Ide *et al.* (1996) の示した方法は、その後多くの研究で用いられた [例えば、Yagi *et al.* (1999)]。

Sekiguchi *et al.* (2000) は、強震動データの解析において時間的および空間的なすべりの滑らかさを S 波速度を用いて関係付けることで、それまで別々に課されていた時間方向と空間方向の滑らかさを一つの超パラメタで制御するという工夫を行った。S 波速度で両者を関係づけることの適否は必ずしも明確でないが、この工夫により超パラメタの次元を一つ減らせるので、計算時間が大いに節約できる。加えて、時間と空間でそれぞれ拘束条件をかけると後述するように確率密度関数の規格化に注意する必要があるが [Fukahata *et al.* (2004)]、その問題も回避されている。Nakano *et al.* (2007) は、滑り分布が空間的に滑らかであるという条件を課した上で方程式系をフーリエ変換し、周波数領域で ABIC を用いて逆問題を解いた。

直接の波形インバージョンではないが、Terakawa and Matsu'ura (2008) は地震のモーメントテンソル解から応力分布を求めるインバージョン解析手法を定式化し、日本列島周辺域の詳細な応力パターンを得ることに成功した。最近では、マントルトモグラフィーの問題にも ABIC は適用されている [Woodhouse and Ferreira (2006)]。

4.2 測地インバージョン

Yoshioka *et al.* (1993, 1994) は、Yabuki and Matsu'ura (1992) の方法を地震間のカップリングを推定する問題に応用した。即ち、水準測量及び三辺測量のデータを ABIC を用いてインバージョン解析することにより東海、関東地域のプレート間の滑り遅れ分布を求めた。Fukahata *et al.* (1996) は、水準測量データから地殻の時空間変動を再構成するために ABIC を使用した。90 年代後半になると、GPS データからプレート間の滑り遅れ

³⁾ 矢吹・松浦による学会発表は 1988 年。

分布が推定されるようになった [例えば, Sagiya (1999), Ito *et al.* (1999), Nishimura *et al.* (2000)]. 同様の研究は枚挙にいとまがなく, 連合大会や地震学会でも毎年いくつもの研究発表を目にすることができる. 最近では, 地震時の InSAR (干渉合成開口レーダー) データの解析にも ABIC は用いられている [Funning (2005), Fukahata and Wright (2008)].

大抵の研究では半無限弾性体の応答関数が使われているが, 非地震時の地殻変動データを解析する際には, 本来はアセノスフェアの粘性緩和を考慮した粘弾性の応答関数 [例えば, Fukahata and Matsu'ura (2006)] を用いる必要がある. Fukahata *et al.* (2004) は, 履歴積分の考えに基づいて粘弾性応答関数を用いた ABIC によるインバージョン解析手法を定式化し, 四国地域の約 100 年間の水準測量データから南海地震に伴う地震一周期間の滑り履歴を推定した. その後, Ito and Hashimoto (2004), Hashimoto *et al.* (2009) も粘弾性応答関数を用いたインバージョン解析を行い, 南海地震に伴う三次元的な地震一周期間の滑り履歴, 太平洋プレートの滑り遅れ分布をそれぞれ推定している.

Yabuki and Matsu'ura (1992), 更には Akaike (1980) の系列に属さない重要な研究として, Segall and Mathews (1997) によるカルマンフィルターを用いた時系列データの解析がある. 彼らは, 時系列データの変動を推定する上で超パラメタの尤度を最大化することにより変動の滑らかさの最適値を求めており, Yabuki and Matsu'ura (1992) による方法とかなり似た側面を持っている. Segall and Mathews (1997) によって定式化された手法は, 近年 GPS による連続地殻変動データが得られることも加わって, 多くの研究で用いられ様々な成果を挙げている [例えば, Aoki *et al.* (1999), Segall *et al.* (2000), Miyazaki *et al.* (2003), McGuire and Segall (2003), Ozawa *et al.* (2004)].

§ 5. 解析手法の発展

前章で述べたように ABIC を用いたインバージョンはその対象を大きく広げ, 地震波形データや測地データの解析の様々な場面で用いられるようになった. しかし, 時系列データの解析を別にすると, 前章で述べた研究のほとんどは Yabuki and Matsu'ura (1992) が示した手法の枠内に留まっていることが分かる. 例えば, 滑りの時空間分布を推定する場合には, (10) 式の代わりに時間方向にも基底関数展開

$$u(\mathbf{x}, t) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L a_{kl} X_k(\mathbf{x}) T_l(t) \quad (21)$$

をすればよく, 地震波形データや粘弾性応答関数を用い

る場合には, グリーン関数にそれぞれ適当なものを用いる, つまり $\mathbf{H}$ の表現に対応するものに変更すれば事足りる. しかし, インバージョン解析の研究が進むにつれ, Yabuki and Matsu'ura (1992) の枠組みを越えて更に解析手法を進展させる必要のあることが, Fukahata *et al.* (2004) の研究を皮切りに次々と明らかとなってきた. それらは, 先験的情報, 超パラメタ, 観測データの取り扱いと 3.2 節で示したインバージョン解析法の多くの部分に及んでいる. この部分こそがインバージョン解析研究の中心をなすと言えるので, 以下ではそれらの発展についてやや詳しく述べる.

5.1 複数の先験的拘束条件

Yabuki and Matsu'ura (1992) では, 先験的情報 (拘束条件) として空間場の滑らかさのみを課している. それでは, 時間方向にも滑らかさを課する場合など先験的拘束条件が複数あるときに, どのように定式化を拡張すべきかという問題がある. 適当な条件を選ぶと, 二つの先験的拘束条件は (14) 式と同様に下記のような確率密度関数の形に表せる:

$$p_1(\mathbf{a}; \rho_1^2) = (2\pi\rho_1^2)^{-g_1/2} |\mathbf{\Lambda}_{G_1}|^{1/2} \exp\left[-\frac{1}{2\rho_1^2} \mathbf{a}^T \mathbf{G}_1 \mathbf{a}\right] \quad (22)$$

$$p_2(\mathbf{a}; \rho_2^2) = (2\pi\rho_2^2)^{-g_2/2} |\mathbf{\Lambda}_{G_2}|^{1/2} \exp\left[-\frac{1}{2\rho_2^2} \mathbf{a}^T \mathbf{G}_2 \mathbf{a}\right] \quad (23)$$

震源過程の研究 [例えば, Yoshida (1989), Ide *et al.* (1996)] では複数の拘束条件を持つ問題への拡張が既に試みられていたが, そこでは (22), (23) 式先験的拘束条件を一つにまとめる際に, 単純に両者の積が取られていた:

$$p(\mathbf{a}; \rho_1^2, \rho_2^2) = (2\pi\rho_1^2)^{-g_1/2} (2\pi\rho_2^2)^{-g_2/2} |\mathbf{\Lambda}_{G_1}|^{1/2} |\mathbf{\Lambda}_{G_2}|^{1/2} \times \exp\left[-\frac{1}{2} \mathbf{a}^T \left(\frac{1}{\rho_1^2} \mathbf{G}_1 + \frac{1}{\rho_2^2} \mathbf{G}_2\right) \mathbf{a}\right] \quad (24)$$

しかし, (24) 式は通常, 規格化条件を満たさず, 確率の総和が 1 とならない:

$$\int p(\mathbf{a}; \rho_1^2, \rho_2^2) d\mathbf{a} \neq 1 \quad (25)$$

これは, (22), (23) 式の条件が確率的に独立ではないことを示している. そこで, Fukahata *et al.* (2004) は, (24) 式の代わりに次のような確率密度関数を用いることを提案した:

$$p(\mathbf{a}; \rho_1^2, \rho_2^2) = (2\pi)^{-M/2} \left| \frac{1}{\rho_1^2} \mathbf{G}_1 + \frac{1}{\rho_2^2} \mathbf{G}_2 \right|^{1/2} \times \exp \left[-\frac{1}{2} \mathbf{a}^T \left(\frac{1}{\rho_1^2} \mathbf{G}_1 + \frac{1}{\rho_2^2} \mathbf{G}_2 \right) \mathbf{a} \right] \quad (26)$$

ここで、 $\mathbf{G}_1/\rho_1^2 + \mathbf{G}_2/\rho_2^2$ はフルランクの行列 (次数 M) とした、正しく規格化が行われていない (24) 式を用いると、未知パラメタを ρ_1^2 と ρ_2^2 から $\alpha^2 (= \sigma^2/\rho_1^2)$ と $\beta^2 (= \sigma^2/\rho_2^2)$ に置き換えて、

$$\text{ABIC}(\alpha^2, \beta^2) = (N + g_1 + g_2 - M) \log s(\mathbf{a}) - g_1 \log \alpha^2 - g_2 \log \beta^2 + \log |\mathbf{H}^T \mathbf{E}^{-1} \mathbf{H} + \alpha^2 \mathbf{G}_1 + \beta^2 \mathbf{G}_2| + C \quad (27)$$

が得られる。ここで、上式の右辺第2項と第3項は $(-\log \alpha^{2g_1} \beta^{2g_2})$ とまとめられるので、 α^2 と β^2 を共に無限大へ持って行くと ABIC は無限に小さくなってしまい、正しく規格化された (26) 式を用いると

$$\text{ABIC}(\alpha^2, \beta^2) = N \log s(\mathbf{a}) - \log |\alpha^2 \mathbf{G}_1 + \beta^2 \mathbf{G}_2| + \log |\mathbf{H}^T \mathbf{E}^{-1} \mathbf{H} + \alpha^2 \mathbf{G}_1 + \beta^2 \mathbf{G}_2| + C \quad (28)$$

となりその欠陥は解消される。Fukahata *et al.* (2003) で実際の波形データの解析を通して示したように、使用するデータの質が良い場合には、誤った式 (24), (27) を用いてもさほど深刻な影響はない。しかし、データの質が悪い場合には、先験的情報が重要となるため、(24), (27) 式から得られた結果は過度に滑らかでバイアスがかかったものとなる。ここで示したように、規格化定数について注意を払わなければならないのが、最適化モデルとベイズモデルの根本的な違いである。

前章で述べた研究はおしなべて、場の滑らかさを拘束条件として用いている。それらはモデルパラメタの値を間接的に制御するので、間接的拘束条件と呼ぶことができる。しかし、先験的拘束条件としては、Akaike (1980), Yabuki and Matsu'ura (1992) などを用いられた間接的拘束条件だけでなく、Jackson (1979) で導入されたモデルパラメタの値を直接的に制御する (4) 式のタイプの拘束条件も存在する。例えば、地震波の速度構造を推定する問題では、我々はあらかじめそれらしい値を知っている。プレート境界地震の滑り分布を推定する場合も、プレート収束方向に直交する成分の滑りは小さいと仮定することができる。そういった問題を扱う上で、直接的先験拘束条件は非常に有用である。

Jackson and Matsu'ura (1985) にならって、(4) 式で $\Delta \mathbf{a}$ が平均ゼロ、共分散 $\varepsilon^2 \mathbf{F}$ のガウス分布に従うと仮定すれ

ば、直接的先験情報は、

$$p(\mathbf{a}; \varepsilon^2) = (2\pi \varepsilon^2)^{-f/2} |\mathbf{A}_F|^{1/2} \exp \left[-\frac{1}{2\varepsilon^2} (\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}})^T \mathbf{F}^{-1} (\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}}) \right] \quad (29)$$

と確率密度関数の形に表現できる。ここで、 f は行列 $\mathbf{F}$ のランク、 $|\mathbf{A}_F|$ は $\mathbf{F}$ の非零固有値の積である。Matsu'ura *et al.* (2007) は、これまで別々に用いられていた直接的先験拘束条件 (29) と間接的先験拘束条件を一つにまとめる統合逆化公式を発表した。ここでの注意点は、(29) 式にあるように $\mathbf{a}$ が $\bar{\mathbf{a}}$ の周りに分布するとしているため、間接的拘束条件も (14) 式の代わりに $\bar{\mathbf{a}}$ の周りに分布している

$$p(\mathbf{a}; \rho^2) = (2\pi \rho^2)^{-g/2} |\mathbf{A}_G|^{1/2} \exp \left[-\frac{1}{2\rho^2} (\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}})^T \mathbf{G} (\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}}) \right] \quad (30)$$

と表現しなければ整合性が保てないということである。その上で、Fukahata *et al.* (2004) の方法に従い二つの先験的拘束条件 (29), (30) を一つにまとめると次式を得る：

$$p(\mathbf{a}; \rho^2, \varepsilon^2) = (2\pi)^{-M/2} \left| \frac{1}{\rho^2} \mathbf{G} + \frac{1}{\varepsilon^2} \mathbf{F}^{-1} \right|^{1/2} \times \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}})^T \left(\frac{1}{\rho^2} \mathbf{G} + \frac{1}{\varepsilon^2} \mathbf{F}^{-1} \right) (\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}}) \right] \quad (31)$$

上式によって示されるように、インバージョンの解析結果は、ある適当な初期値ないしは基準 $\bar{\mathbf{a}}$ に不可避免的に依存する [Jackson (1979)]。その依存性は、データの量や質が十分でない時に特に強くなる。要するに、Yabuki and Matsu'ura (1992) は、直接的先験拘束条件 (29) を含まないだけでなく、 $\bar{\mathbf{a}} = 0$ を暗に仮定した特別な場合に当たっていたのである。 $\bar{\mathbf{a}} = 0$ という仮定は、地震滑りの解析においては妥当と考えられるが、プレート間カップリングの問題では場合に応じて検証される必要があるだろう。

5.2 超パラメタの一般化

階層構造を持つベイズモデルは、モデルパラメタの振る舞いを超パラメタによって制御するという可塑性の高い構造を持っているが、更に一般的なモデルとして、超パラメタの時間変化や空間変化といったものを考えることが可能である。例えば、地震後の地殻変動の時系列データを解析する場合、超パラメタをある決まった値に固定してしまうと、大小様々な余震や余効滑りの影響を的確に分離して推定することが難しくなる。そこで、Fukuda *et al.* (2004, 2008) は、解析するデータに応じて超パラメタが適切に時間変化するように Segall and Mathews

(1997) の方法を改良する定式化を行った。具体的には、離散的な確率分布によって超パラメタの取り得る値を表し、その離散的確率分布をモンテカルロ・フィルタ（粒子フィルタ）と呼ばれる方法により時系列データに基づいて定めることで、超パラメタの時間変化を表現した。

これまで、ABIC を用いたインバージョン解析は専ら線形の問題に対して使われてきた。しかし、例えば地震の滑り分布を推定する場合でも、断層面の位置が定まっていなかったときには問題は非線形となる。当たり前のことだが、非線形逆問題は線形逆問題と比べずっと扱いが難しい。実際、稠密な観測網が整っている日本は例外として、プレート内地震の地殻変動データの解析では、まず矩形断層上の一様滑りを仮定して最適断層面の位置や角度を定めた上で、通常の線形インバージョン解析により滑り分布を求めることが普通だった [例えば、Árnadóttir and Segall (1994), Jónsson *et al.* (2002)]。しかし、一様滑りの仮定の下で得られた断層面が最適の断層面である保証はない上、方法としても煩雑である。

Fukahata and Wright (2008) は、階層構造を持つベイズモデルにおいて、(15)、(16) 式で表されるようにモデルパラメタと超パラメタが積の形で含まれていることに着目し、超パラメタの概念を拡張することにより、簡単な非線形逆問題が線形逆問題に帰着できることを示した。例えば最も簡単な例として、断層面の傾斜角 δ が未知の場合、地表変位 $\mathbf{d}$ と地震滑り $\mathbf{a}$ を結び付ける観測方程式は

$$\mathbf{d} = \mathbf{f}(\mathbf{a}, \delta) + \mathbf{e} \quad (32)$$

と非線形な形になるが、(32) 式の代わりに非線形性を生み出す δ を分離して係数行列 $\mathbf{H}$ の方に押し付けてしまう

$$\mathbf{d} = \mathbf{H}(\delta)\mathbf{a} + \mathbf{e} \quad (33)$$

ことにより線形の問題と同じ枠組みにし、断層の傾斜角 δ を新たに超パラメタとみなして先験的拘束条件の重みと共に ABIC 最小の基準により求めるのである。この方法は汎用性が高く、弱い非線形性を持つ様々な問題に適用可能と考えられる。

5.3 観測データの取り扱い

より多くの観測データを用いることにより、通常より良いモデル推定が行えるようになる。そのため、GPS と地震波形など複数種のデータを併せてインバージョン解析をする試みが多数行われている [例えば、Hernandez *et al.* (1999)]。しかし、それらの解析で常に問題となるのは、異なる種類のデータ間の重みをどのように決めるかということである。この問題も ABIC によって合理的に解決できる [Funning (2005), Funning *et al.* (2005),

Asano *et al.* (2005)]。

例えば、2 種類のデータ $\mathbf{d}_1$, $\mathbf{d}_2$ があるとき観測方程式 (11) は次のように表せる：

$$\begin{pmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{H}_2 \end{pmatrix} \mathbf{a} + \begin{pmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \end{pmatrix} \quad (34)$$

ここで誤差ベクトル $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$ が共に平均ゼロ、それぞれ共分散 $\sigma_1^2 \mathbf{E}_1$, $\sigma_2^2 \mathbf{E}_2$ のガウス分布に従うとすれば、観測データからの情報を表す確率密度関数として

$$p(\mathbf{d} | \mathbf{a}; \sigma_1^2, \eta^2) = (2\pi\sigma_1^2)^{-N/2} |\mathbf{E}(\eta^2)|^{-1/2} \times \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_1^2} (\mathbf{d} - \mathbf{H}\mathbf{a})^T \mathbf{E}(\eta^2)^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{H}\mathbf{a}) \right] \quad (35)$$

を得る。但し、

$$\mathbf{E}(\eta^2) = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \eta^2 \mathbf{E}_2 \end{pmatrix}, \quad \eta^2 = \sigma_2^2 / \sigma_1^2 \quad (36)$$

(35), (36) 式にあるように 2 種類のデータの典型的な分散の比 η^2 が新たに超パラメタとして現れる。 η^2 の最適値もまた、ABIC 最小の基準によって決めれば良い。

Funning *et al.* (2005) は InSAR と遠地地震波データを、Asano *et al.* (2005) は GPS と強震動データをそれぞれ解析し、異なるデータ間の重みを ABIC 最小によって定めた。但し、係数行列のランクとデータ数を混同するなど、Asano *et al.* (2005) にはいくつか不適切な点が含まれている。

観測データの取り扱いに関する最近の注目すべき進展は、地震波形データの解析における共分散成分の重要性の発見である [Yagi and Fukahata (2008)]。共分散成分については Yabuki and Matsu'ura (1992) の定式化にも現れているし、測地データの解析では特に珍しいことではない [例えば、Langbein and Johnson (1997), Segall *et al.* (2000)]。しかし、共分散の取り扱いは ABIC の性質と密接に関連する上、今後の研究にとっても重要と考えられるため以下で説明する。

例えば、InSAR データの解析で共分散成分を考慮すること [Lohman and Simons (2005), Fukahata and Wright (2008)] はむしろ自然である。InSAR データは、主に大気遅延による小さくはない観測誤差を含み、その誤差は空間的に強い相関を持つからである。一方、地震波データの観測誤差は多くの場合十分に小さいと考えられる。しかし、誤差には観測誤差の他にモデリング誤差がある。例えば、パラメタ化 ((10) 式あるいは (21) 式) の際にも、連続関数を有限個のパラメタで表現するので必ず離散化誤差 δu が現れる。つまり、(21) 式について言えば正しくは、

$$u(\mathbf{x}, t) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L a_{kl} X_k(\mathbf{x}) T_l(t) + \delta u(\mathbf{x}, t) \quad (37)$$

と書かねば等号が成り立たない。ここで、 $u(\mathbf{x}, t)$ が断層面上の滑り速度を表しているとする、地震波データ $d(\xi, \tau)$ とは適当なグリーン関数を介して

$$d(\xi, \tau) = \iint G(\xi, \tau; \mathbf{x}, t) u(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} dt \quad (38)$$

と結び付けられる。(37) 式を (38) 式に代入すると観測方程式 (11) を得るが、その時の誤差は、簡単のため離散化誤差のみを考慮すると

$$\mathbf{e}(\xi, \tau) = \iint G(\xi, \tau; \mathbf{x}, t) \delta u(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} dt \quad (39)$$

となる。ここで、デルタ関数的な滑り u に対する応答は、地球の非弾性等の効果により必ず時間的に広がりを持つ。つまり、 δu が仮にランダムであったとしても、誤差 $\mathbf{e}$ は時間方向に常に相関を持ってしまうのである。そして、もしもその相関を無視して解析すると、高サンプリングのデータに対し解が非常に不安定となる [Yagi and Fukahata (2008)]。

ABIC を用いたインバージョン解析では、共分散の効果を考慮することが非常に重要である [Fukahata and Wright (2008), Yagi and Fukahata (2008)]。そこでは、データからの情報を観測方程式に由来する確率密度関数 (12) 式によって抽出する。従って、もしもその確率モデルが不適切だと、解もまずいものとなる。例えば、高サンプリングのデータに対し共分散成分を無視すると、同じデータを二重、三重にカウントすると同様の効果を持つので、データからの情報が過大に評価される。そのため、観測データを無理に説明しようとして、解が不安定になるのである。もしも、ABIC によってではなく手動で超パラメタの値を調整するのであれば、共分散を無視することの罪はあまり目立たない。しかし、そのような方法では真の解に近づくことはできない。共分散を考慮することによってより細かなフェイズまで再現できたように [Yagi and Fukahata (2008)]、より良い確率モデルを用いることが正道である。しかし、例えばアレー解析など、どのように共分散成分を設定すべきかまだ良く分からないものも多い。震源波形インバージョンも含め、適切な共分散成分の設定は、今後の研究の課題である。

§ 6. 議 論

本章では、これまでに触れられなかったいくつかの問題について議論する。

ABIC を用いた解析で忘れてならないのは、モデルパラメタの推定値についてはガウス分布 (18), (19) 式として得られる一方、超パラメタは確率分布としてではな

く、専ら点推定によって定められているということである。そのため、超パラメタの値がシャープに求まらない場合、本当の推定誤差は (19) 式よりもずっと大きくなり得る。

松浦 (1991) で指摘されているように、本来は事後確率密度分布 (15) 式こそが逆問題の解である。事後確率密度分布は、モデルパラメタおよび超パラメタに関する観測からの情報と先験的情報の全てを含んでいるからである。しかし、それではあまりにも漠然として有用な情報がすぐには引き出せないために、3.2 節のような仕掛けによって情報の縮約を行うのである。ABIC のように、超パラメタの値を周辺尤度最大化によって決め、その後にモデルパラメタの推定を行う方法を経験ベイズ法と呼ぶ。一方、完全ベイズ法と呼ばれる方法では、超パラメタにも事前分布を仮定し、モデルパラメタも併せた空間での同時事後確率密度分布を構成する。そして、その同時事後分布から超パラメタとモデルパラメタの平均や分散等を直接推定する。同時事後分布は通常数値的に求められ、その計算に手間がかかるのが難点だったが、最近の計算機の進歩とマルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC) と呼ばれる方法の活用により、その課題は克服されつつある。MCMC は、計算が大変な一方、解析的に表現しづらい確率分布も数値的に求められるため、様々な条件を柔軟に取り込めるという特徴がある。最近 Fukuda and Johnson (2008) は、MCMC を用いて完全ベイズ法に基づき非負の条件を厳密に課した場合の地震の滑り分布を求める定式化を行った。

地震の滑り分布を推定する問題などで非負の条件は広く用いられているが、その使用には十分注意すべきである。推定誤差の範囲内で負の滑りが現れている場合に、非負の条件を課して滑り分布を尤もらしくするには一応の意味があるだろう。しかし、推定誤差を大きく超えて負の滑りが現れる場合には、モデル化の欠陥を疑うべきである。そのようなおかしい結果が得られたのには、必ず何か原因がある。その原因を探ることなしに強引に非負の条件によって滑り分布を一見尤もらしくする行為は、超パラメタを手動で制御することと同様に、真の解に近づく上ではむしろ障害となる。

誤差分布としては定式化の容易さもあってガウス分布が通常仮定されるが、その妥当性についての議論も以前よりある [例えば、Das and Kostrov (1990)]。確かに、その効果も無視はできないだろうが、全般的には共分散の効果の方がかなり大きいであろう。誤差はランダムである限りは、それがガウス分布であるなしに関わらず、多くの場合それほど重大な影響は及ぼさない。それよりも、実際の解析で恐れるべきは系統誤差である。大きな

負の滑りが現れるのも、そのほとんどは系統誤差によるものと考えられる。その意味で、八木・深畑 (2008) が、波形インバージョンにおいても時空間的な共分散成分を考慮することにより、非負の条件を課さずにいくつもの地震について尤もらしい滑り分布を得たことは注目に値する。共分散の考慮は、系統誤差に対処する一つの有効な方法である。しかし、系統誤差の問題はおそらくもっと奥が深い。観測精度や観測密度がますます高くなっている昨今、系統誤差の問題は重要さを増していくだろう。

§ 7. 結 び

ABIC を用いたインバージョンは難しい、という話を一度ならず聞いたことがある。筆者はその意見に賛同する。ABIC を用いたインバージョン解析では、解析者が最終段階で解を調整することなくデータに基づいて解が客観的に選択されるために、解析者の直感や常識に反した解がしばしば得られてしまうのである。しかしそれは、ABIC が悪いのではなく、解析者が行ったモデル化が悪いと言える。共分散の項でも述べたように、ABIC を用いたインバージョン解析では、モデル化が悪いとおかしな結果が得られるようになっている。しかし、実はそれは ABIC の非常なる利点である。変な結果が出てきたならば、自分が行ったモデル化について深く反省・考察し、より良いモデル化を行うようにすべきである。時に、そういった営みは、新たな解析方法を要求するであろう。本稿で述べた研究の少なくない部分は、そのようにして生み出されてきたものと考えられる。今後も、各時代毎に得られる観測データに応じて、如何に真の解に近いものを求めるか、果てしない営みが続いていくこととなる。

謝 辞

本稿を作成するにあたり、岩田貴樹、宮崎真一、八木勇治、尾形良彦、松浦宏充の各氏からは、極めて有益な助言や情報を頂きました。ここに記して感謝致します。2名の匿名査読者にも深く感謝致します。

文 献

- Akaike, H., 1973, Information theory and an extension of the maximum likelihood principle, in "Proceeding of the Second International Symposium on Information Theory", ed. by B. N. Petrov and F. Caski, Akademiai Kiado, Budapest, 267-281.
- Akaike, H., 1977, On entropy maximization principle, in "Application of Statistics", ed. by P. R. Krishnaiah, North-Holland, Amsterdam, 27-41.
- Akaike, H., 1980, Likelihood and the Bayes procedure, in "Bayesian Statistics", ed. by J. M. Bernardo, M. H. DeGroot, D. V. Lindley and A. F. M. Smith, University Press, Valencia, 143-166.
- 赤池弘次, 1981, モデルによってデータを測る, 数理科学, **213**, 7-10.
- Aoki, Y., P. Segall, T. Kato, P. Cervelli, and S. Shimada, 1999, Imaging magma transport during the 1997 seismic swarm off the Izu Peninsula, Japan, Science, **286**, 927-930.
- Árnadóttir, T. and P. Segall, 1994, The 1989 Loma Prieta earthquake imaged from inversion of geodetic data, J. Geophys. Res., **99**, 21835-21855.
- Asano, K., T. Iwata, and K. Irikura, 2005, Estimation of source rupture process and strong ground motion simulation of the 2002 Denali, Alaska, earthquake, Bull. Seism. Soc. Am., **95**, 1701-1715.
- Backus, G. and F. Gilbert, 1970, Uniqueness in the inversion of inaccurate gross earth data, Phil. Trans. R. Soc. Lond., A, **266**, 123-192.
- Das, S. and B. V. Kostrov, 1990, Inversion for seismic slip rate history and distribution with stabilizing constraints: Application to the 1986 Andreanof Islands earthquakes, J. Geophys. Res., **90**, 6899-6913.
- Fukahata, Y. and M. Matsu'ura, 2006, Quasi-static internal deformation due to a dislocation source in a multilayered elastic/viscoelastic half-space and an equivalence theorem, Geophys. J. Int., **166**, 418-434.
- Fukahata, Y. and T. J. Wright, 2008, A non-linear geodetic data inversion using ABIC for slip distribution on a fault with an unknown dip angle, Geophys. J. Int., **173**, 353-364.
- Fukahata, Y., C. Honsho, and M. Matsu'ura, 1996, Crustal movements on Shikoku, southwestern Japan, inferred from inversion analysis of levelling data using ABIC, Tectonophysics, **257**, 239-252.
- Fukahata, Y., Y. Yagi, and M. Matsu'ura, 2003, Waveform inversion for seismic source processes using ABIC with two sorts of prior constraints: Comparison between proper and improper formulations, Geophys. Res. Lett., **30**, 1305, doi:1310.1029/2002GL016293.
- Fukahata, Y., A. Nishitani, and M. Matsu'ura, 2004, Geodetic data inversion using ABIC to estimate slip history during one earthquake cycle with viscoelastic slip-response functions, Geophys. J. Int., **156**, 140-153.
- Fukuda, J. and K. M. Johnson, 2008, A fully Bayesian inversion for spatial distribution of fault slip with objective smoothing, Bull. Seism. Soc. Am., **98**, 1128-1146.
- Fukuda, J., T. Higuchi, S. Miyazaki, and T. Kato, 2004, A new approach to time-dependent inversion of geodetic data using a Monte Carlo mixture Kalman filter, Geophys. J. Int., **159**, 17-39.
- Fukuda, J., S. Miyazaki, T. Higuchi, and T. Kato, 2008, Geodetic inversion for space-time distribution of fault slip with time-varying smoothing regularization, Geophys. J. Int., **173**, 25-48.
- Funning, G. J., 2005, Source parameters of large shallow earthquakes in the Alpine-Himalayan belt from InSAR and waveform modelling, PhD thesis, Univ. of Oxford.
- Funning G. J., Y. Fukahata, Y. Yagi, and B. P. Parsons, 2005, Joint inversion of InSAR and broadband teleseismic waveform data using ABIC: application to the 1997 Manyi,

- Tibet earthquake, Proc. Fringe 2005 Workshop, Frascati, Italy.
- Good, I. J., 1965, The Estimation of Probabilities, MIT Press, Cambridge, MA.
- Hashimoto C., A. Noda, T. Sagiya, and M. Matsu'ura, 2009, Potential source regions for next large interplate earthquakes along the Kuril-Japan trench, revealed from GPS data inversion, *Nature Geoscience*, **2**, 141-144.
- Hernandez, B., F. Cotton, and M. Campillo, 1999, Contribution of radar interferometry to a two-step inversion of the kinematic process of the 1992 Landers earthquake, *J. Geophys. Res.*, **104**, 13083-13099.
- Ide, S., M. Takeo, and Y. Yoshida, 1996, Source process of the 1995 Kobe earthquake: Determination of spatio-temporal slip distribution by Bayesian modeling, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **86**, 547-566.
- Imoto, M. and M. Ishiguro, 1986, A Bayesian-approach to the detection of changes in the magnitude-frequency relation of earthquakes, *J. Phys. Earth*, **34**, 441-455.
- Ishiguro, M., 1981, A Bayesian approach to the analysis of the data of crustal movements, *J. Geod. Soc. Japan*, **27**, 256-262.
- Ito, T. and M. Hashimoto, 2004, Spatiotemporal distribution of interplate coupling in southwest Japan from inversion of geodetic data, *J. Geophys. Res.*, **109**, B02315, doi:10.1029/2002JB002358.
- Ito, T., S. Yoshioka, and S. Miyazaki, 1999, Interplate coupling in southwest Japan deduced from inversion analysis of GPS data, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **115**, 17-34.
- Jackson, D. D., 1979, The use of a priori data to resolve non-uniqueness in linear inversion, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **57**, 137-157.
- Jackson, D. D. and M. Matsu'ura, 1985, A Bayesian approach to nonlinear inversion, *J. Geophys. Res.*, **90**, 581-591.
- Jónsson, S., H. Zebker, P. Segall, and F. Amelung, 2002, Fault slip distribution of the 1999 M_w 7.1 Hector Mine, California, earthquake, estimated from satellite radar and GPS measurements, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **92**, 1377-1389.
- Langbein, J. and H. Johnson, 1997, Correlated errors in geodetic time series: Implications for time-dependent deformation, *J. Geophys. Res.*, **102**, 591-603.
- Lohman, R. B. and M. Simons, 2005, Some thoughts on the use of InSAR data to constrain models of surface deformation: Noise structure and data downsampling, *Geochem. Geophys. Geosyst.*, **6**, Q01007, doi:10.1029/2004GC000841.
- Maruyama, T., 1964, Static elastic dislocation in an infinite and semi-infinite medium, *Bull. Earthq. Res. Inst. Univ. Tokyo*, **42**, 289-368.
- 松浦充宏, 1991, 地球物理学におけるインバージョン理論の発展, *地震* **2**, 44, 53-62.
- Matsu'ura, M., D. D. Jackson, and A. Cheng, 1986, Dislocation model for aseismic crustal deformation at Hollister, California, *J. Geophys. Res.*, **91**, 12661-12674.
- Matsu'ura, M., A. Noda, and Y. Fukahata, 2007, Geodetic data inversion based on Bayesian formulation with direct and indirect prior information, *Geophys. J. Int.*, **171**, 1342-1351.
- McGuire, J. J. and P. Segall, 2003, Imaging of aseismic fault slip transients recorded by dense geodetic networks, *Geophys. J. Int.*, **155**, 778-788.
- Miyazaki, S., J. J. McGuire, and P. Segall, 2003, A transient subduction zone slip episode in southwest Japan observed by the nationwide GPS array, *J. Geophys. Res.*, **108**, 2087, doi:10.1029/2001JB000456.
- 村田泰章, 1990, ABIC 最小化法によるブーゲー密度の推定, *地震* **2**, 43, 327-339.
- Nakano, M., H. Kumagai, B. Chouet, and P. Dawson, 2007, Waveform inversion of volcano-seismic signals for an extended source, *J. Geophys. Res.*, **112**, B02306, doi:10.1029/2006JB004490.
- Nishimura, T., S. Miura, K. Tachibana, K. Hashimoto, T. Sato, S. Hori, E. Murakami, T. Kono, K. Nida, M. Mishina, T. Hirasawa, and S. Miyazaki, 2000, Distribution of seismic coupling on the subducting plate boundary in northeastern Japan inferred from GPS observations, *Tectonophysics*, **323**, 217-238.
- Oda, H. and H. Shibuya, 1994, Deconvolution of whole-core magnetic remanence data by ABIC minimization, *J. Geomag. Geoelectr.*, **46**, 613-628.
- Ogata, Y., M. Imoto, and K. Katsura, 1991, 3-D spatial variation of b-values of magnitude frequency-distribution beneath the Kanto District, Japan, *Geophys. J. Int.*, **104**, 135-146.
- Ozawa, S., S. Miyazaki, T. Nishimura, M. Murakami, M. Kaidzu, T. Imakiire, and X. Ji, 2004, Creep, dike intrusion, and magma chamber deflation model for the 2000 Miyake eruption and the Izu islands earthquakes, *J. Geophys. Res.*, **109**, B02410, doi:10.1029/2003JB002601.
- Sagiya, T., 1999, Interplate coupling in the Tokai district, central Japan, deduced from continuous GPS data, *Geophys. Res. Lett.*, **26**, 2315-2318.
- Segall, P. and M. Matthews, 1997, Time dependent inversion of geodetic data, *J. Geophys. Res.*, **102**, 22391-22409.
- Segall, P., R. Bürgmann, and M. Matthews, 2000, Time-dependent triggered afterslip following the 1989 Loma Prieta earthquake, *J. Geophys. Res.*, **105**, 5615-5634.
- Sekiguchi, H., K. Irikura, and T. Iwata, 2000, Fault geometry at the rupture termination of the 1995 Hyogo-ken Nanbu earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **90**, 117-133.
- Tamura, Y., T. Sato, M. Ooe, and M. Ishiguro, 1991, A procedure for tidal analysis with a Bayesian information criterion, *Geophys. J. Int.*, **104**, 507-516.
- 田邊國士, 2004, 帰納推論と経験ベイズ法 — 逆問題の処理をめぐって, 甘利俊一・竹内 啓・竹村彰通・伊庭幸人(編)「階層ベイズモデルとその周辺」, 岩波書店, 235-252.
- Tarantola, A. and B. Valette, 1982a, Inverse problems = Quest for information, *J. Geophys.*, **50**, 159-170.
- Tarantola, A. and B. Valette, 1982b, Generalized non-linear inverse problems solved using the least-squares criterion, *Rev. Geophys. Space Phys.*, **20**, 219-232.
- Terakawa, T. and M. Matsu'ura, 2008, CMT data inversion using a Bayesian information criterion to estimate seismogenic stress fields, *Geophys. J. Int.*, **172**, 674-685.
- Tsunakawa, H., 1992, Bayesian-approach to smoothing paleomagnetic data using ABIC, *Geophys. J. Int.*, **108**,

- 801-811.
- Uchida, T., 1993, Smooth 2-D inversion of magnetotelluric data based on statistical criterion ABIC, *J. Geomag. Geoelectr.*, **45**, 841-858.
- Woodhouse, J. H. and A. M. G. Ferreira, 2006, Global seismic tomographic inversions using the Akaike Bayesian Information Criteria (ABIC), *EOS Trans. Am. Geophys. Union*, **87**(52), Fall Meet. Suppl., Abstract S53C-07.
- Yabuki, T. and M. Matsu'ura, 1992, Geodetic data inversion using a Bayesian information criterion for spatial distribution of fault slip, *Geophys. J. Int.*, **109**, 363-375.
- Yagi, Y. and Y. Fukahata, 2008, Importance of covariance components in inversion analyses of densely sampled observed data: an application to waveform data inversion for seismic source processes, *Geophys. J. Int.*, **175**, 215-221.
- 八木勇治・深畑幸俊, 2008, 地震波解析における共分散成分の重要性について(2): 非負の拘束条件を課さない震源インバージョン, 日本地球惑星科学連合 2008 年大会予稿集.
- Yagi, Y., M. Kikuchi, S. Yoshida, and T. Sagiya, 1999, Comparison of the coseismic rupture with the aftershock distribution in the Hyuga-nada earthquakes of 1996, *Geophys. Res. Lett.*, **26**, 3161-3164.
- Yoshida, S., 1989, Waveform inversion using ABIC for the rupture process of the 1983 Hindu Kush earthquake, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **56**, 389-405.
- Yoshida, S. and K. Koketsu, 1990, Simultaneous inversion of waveform and geodetic data for the rupture process of the 1984 Naganoken-Seibu, Japan, earthquake, *Geophys. J. Int.*, **103**, 355-362.
- Yoshioka, S., T. Yabuki, T. Sagiya, T. Tada, and M. Matsu'ura, 1993, Interplate coupling and relative plate motion in the Tokai district, central Japan, deduced from geodetic data inversion using ABIC, *Geophys. J. Int.*, **113**, 607-621.
- Yoshioka, S., T. Yabuki, T. Sagiya, T. Tada, and M. Matsu'ura, 1994, Interplate coupling in the Kanto district, central Japan, deduced from geodetic data inversion and its tectonic implications, *Tectonophysics*, **229**, 181-200.