弱震時における表層地盤のグリーン関数に基づく 強震時の非線形応答に関する研究

——2008 年岩手・宮城内陸地震における IWTH25 観測点の記録——

横浜市立大学* 田中友香里・木下 繁 夫

Study on the Nonlinear Site Response Using the Green's Functions of a Near-Surface Layer Estimated for Weak Motions

—Borehole Array Recordings at the IWTH25 Site for the 2008
Iwate-Miyagi Inland Earthquake (M 7.2)—

Yukari TANAKA and Shigeo KINOSHITA

Yokohama City University, Seto 22-2, Kanazawa-ku, Yokohama, Kanagawa 236-0027, Japan

(Received June 28, 2010; Accepted November 28, 2010)

Two noteworthy points shown in strong motion seismograms recently recorded in near source regions, are the transient response of tilt motion and the nonlinear response of near-surface layer. In the present study, we investigated the nonlinear response of near-surface layer by means of borehole array recordings. First, we estimated the Green's function of near-surface layer for SH waves assuming that response of near-surface layer is linear for weak motion. Two Green's functions are estimated for two different data sets which are constructed from the earthquakes occurred before the 2008 Iwate-Miyagi Inland Earthquake and its aftershocks, respectively. Furthermore, we estimated another Green's function of near-surface layer using the coda part of the main shock of the 2008 Iwate-Miyagi Inland Earthquake. This Green's function estimated using the coda part of main shock is significantly different from the other two Green's functions, although these two Green's functions are practically identical. This fact reveals that the rigidity of surface layer reduced during the main shock and recovered after that. The coda part of main shock showed the reduced state of near-surface layer's rigidity. Next, for explaining the strong motion part of main shock, we constructed a time-series model using the Green's functions estimated using weak motion data. The nonlinear response of near-surface layer in the strong motion part is represented by the time-dependent pole configuration involving in the time-series model, which is constructed by an exponential auto-regressive model of second order. Hence, our constructed model is applicable to the whole process of main shock. Finally, we validated the practicability of model to the data involving the nonlinear response of near-surface layer by using borehole array recordings obtained at the IWTH25 station.

Key words: The 2008 Iwate-Miyagi Inland Earthquake, Green's functions of near-surface layer, Nonlinear site response, The IWTH25 site of Kik-net

§1. はじめに

1995 年の阪神淡路大震災を契機として、我が国の強震観測網は飛躍的に充実した [強震観測事業推進連絡会議・日本地震工学会 (2004)]. その結果、気象庁マグニチュード (以下, M で表記する) 7 に達するような内陸

地震では、震源域での強震記録が着実に蓄積されるようになった。さらに、これらの記録はインターネット上で公開され [例えば, Kinoshita (1998), Okada *et al.* (2004)], 多くの研究に対して貴重な資料を提供している。

最近の震源域での強震記録が示す 2 つの特徴は、並進成分に加えて傾斜成分が重畳して記録されていること

* 〒236-0027 横浜市金沢区瀬戸 22-2

[例えば, Graizer (2006), Kinoshita (2008), Kinoshita *et al.* (2009)], および, 顕著な表層地盤の非線形応答が記録されていること [例えば, Olga and Irikura (2006), 木村・他 (2009), Sawasaki *et al.* (2009)] である. 特に, 平成 20 年 (2008 年) 岩手・宮城内陸地震 (以下, 「岩手宮城内陸地震」と言う) では, 断層直上に位置する IWTH25 観測点の記録でこれらは明らかであり, 上下動で最大加速度 3866 gal (三成分合成最大加速度 4022 gal) が記録され, 水平動と比較して極めて大きい値を示した. その原因に関する新たな考察も展開されている [Aoi *et al.* (2008), Yamada *et al.* (2009)].

表層地盤の非線形応答を示す波形には, 1 サイクルの中で周波数変調が存在する intra-wave frequency modulation 型と連続する波形に周波数変調がかかる inter-wave frequency modulation 型が混在する. 従来の研究でも, Olga and Irikura (2006) は, intra-wave frequency modulation 型の非線形応答波形を扱い, Sawasaki *et al.* (2009) は, inter-wave frequency modulation 型の非線形応答波形を扱っている. 本研究においても, inter-wave frequency modulation 型の非線形応答波形を扱う. これは, 本研究が対象とする 2008 年岩手宮城内陸地震 (以下, 本震と言う) における Kik-net [Okada *et al.* (2004)] の IWTH25 観測点の水平成分記録では, 上下動成分ほど intra-wave frequency modulation が顕著ではなく, inter-wave frequency modulation が主であることによる.

そこで, まず岩手宮城内陸地震以前の地震記録の主要動部, 本震のコード部, および, その余震記録の主要動部を一連の線形応答過程の出力として, 表層地盤のグリーン関数を推定 [Kinoshita (1999, 2010)] した. 次に, 推定された線形応答時のグリーン関数を利用して, 表層地盤のグリーン関数を包含する非線形時系列モデルを導入することで本震の主要動部を説明することを試みた. これは, 表層地盤の線形-非線形応答の遷移過程をモデル化することを意味する. これにより, 表層地盤が線形-非線形-線形応答を示す強震波形を時間領域で扱うことが可能となる. なお, 本研究のアプローチは, 既往の地盤構成則に基づくものとは異なり, 観測記録のみを用いて構築するものである.

§2. データ

強震時および, その前後の弱震時において表層地盤の transverse 成分に対するグリーン関数の変化を考察するため, 本研究では岩手宮城内陸地震 (2008 年 6 月 14 日午前 8 時 43 分, 北緯 39.0 度, 東経 140.52 度, 深さ 8 km, $M7.2$), および, その前後の地震における Kik-net

観測点の記録を用いた.

考察対象とした観測点は, IWTH25 (一関西) 観測点 (北緯 39.00 度, 東経 140.8667 度) である (Fig. 1 参照). この観測点では, 地表と地中 260 m の深さに 3 成分の負帰還型加速度計が設置されており同時記録されている. 強震記録は最大測定加速度 4 G, 標本化周波数 100 Hz (岩手宮城内陸地震以前の記録では 200 Hz), および, 測定周波数域 0~30 Hz (-3 dB 点) で 24 bit 型 A/D 変換により収録されており, インターネット上で公開されている. IWTH25 観測点は, 防災科学技術研究所の Web サイトから公開されている地質, および, 速度構造によれば, 地表から S 波速度が 0.43 km/s 以上の地層が続く観測点であり, 硬質な地盤構成を有している.

解析対象とした記録は, Fig. 1 および Table 1 に示す地震で得られたものである. これらは, 岩手宮城内陸地震 (Fig. 1 の●印で震央を示す.) を含む, 本震前の 13 地震, および, 余震 27 地震である. Fig. 1 では, ☆印が IWTH25 観測点を示し, +印および, ○印が本震前の地震, および, 余震の震央を各々示している. また Table 1(a) に示すように, 本震前の地震のマグニチュードは 4.0 から 7.2, 震源の深さは, 9 km から 83 km, 震源距離は 69.5 km から 373.9 km である. 余震におけるマグニチュード, 震源の深さ, および, 震源距離の範囲は, 各々, 3.1 から 5.7, 3 km から 13 km, および, 10.1 km から 26.3 km である (Table 1(b) 参照). なお, +印と○印の震央域には地域差が大きいことがわかる.

Fig. 1. The hypocenters of earthquakes used in this study which are shown by solid circle (the 2008 Iwate-Miyagi Inland Earthquake), plus symbols (earthquakes before the 2008 Iwate-Miyagi Inland Earthquake), and open circles (aftershocks). The location of IWTH25 site is shown by star symbol.

Table 1. (a) The source parameters of earthquakes occurred before the Iwate-Miyagi Inland Earthquake of 2008 and (b) the source parameters of aftershocks of the Iwate-Miyagi Inland Earthquake of 2008. The parameters were determined by JMA (Japan Meteorological Agency).

(a)

Eq. No.	Date	Origin time	Latitude (degree)	Longitude (degree)	Depth (km)	M
1	2003/05/26	18:24:33.42	38.4926N	141.3904E	72.0	7.1
2	2003/05/26	22:34:18.67	38.5333N	141.3585E	75.6	4.6
3	2003/06/10	16:24:05.93	38.5584N	141.4006E	67.1	4.9
4	2003/07/26	00:13:08.25	38.2607N	141.0985E	11.5	5.6
5	2003/07/26	07:13:31.52	38.2430N	141.1026E	11.8	6.4
6	2004/02/27	11:49:34.59	38.4724N	141.3719E	70.2	4.6
7	2004/12/30	22:29:45.70	38.5652N	141.3790E	73.0	5.0
8	2005/08/16	11:46:25.74	38.1304N	142.1667E	42.0	7.2
9	2005/11/01	11:01:09.08	39.0402N	140.4882E	9.0	4.6
10	2005/11/15	06:38:51.38	38.0163N	144.5668E	45.0	7.2
11	2006/04/22	23:35:58.96	38.4216N	141.4927E	66.3	4.6
12	2006/08/17	12:45:20.21	38.5063N	141.3514E	74.6	4.3
13	2007/03/31	22:32:08.67	38.5203N	141.3534E	76.8	4.8

(b)

Eq. No.	Date	Origin time	Latitude (degree)	Longitude (degree)	Depth (km)	M
1	2008/6/14	08:49:05.68	39.0667N	140.5640E	10.2	4.4
2	2008/6/14	08:56:45.14	39.0658N	140.5781E	11.3	4.4
3	2008/6/14	09:06:22.63	39.0088N	140.5120E	5.6	3.9
4	2008/6/14	09:20:11.83	38.5318N	140.4038E	6.5	5.7
5	2008/6/14	09:23:05.89	38.5890N	140.5123E	4.7	3.6
6	2008/6/14	09:30:48.71	38.5469N	140.4383E	5.9	4.0
7	2008/6/14	09:40:13.94	39.0789N	140.5855E	10.0	3.4
8	2008/6/14	09:52:42.40	39.0529N	140.5424E	10.6	4.7
9	2008/6/14	10:00:16.19	39.0213N	140.5418E	7.9	4.5
10	2008/6/14	10:02:59.02	38.5273N	140.5071E	6.8	3.1
11	2008/6/14	10:19:39.44	38.4642N	140.4752E	2.7	3.0
12	2008/6/14	10:28:19.81	39.0420N	140.5687E	9.8	3.3
13	2008/6/14	10:37:15.99	38.5979N	140.5056E	6.9	3.6
14	2008/6/15	02:31:37.32	38.5303N	140.4584E	7.5	4.1
15	2008/6/16	23:14:38.46	38.5983N	140.5038E	7.1	5.3
16	2008/6/17	04:05:03.30	39.0806N	140.5647E	10.2	4.6
17	2008/6/18	16:55:01.12	39.0237N	140.5183E	12.3	4.5
18	2008/6/18	18:04:33.47	39.0607N	140.5580E	11.5	4.5
19	2008/6/19	19:05:56.36	38.5553N	140.5225E	10.0	3.2
20	2008/6/22	11:08:10.14	38.5624N	140.5319E	7.6	4.1
21	2008/6/23	07:58:44.53	39.0723N	140.5846E	9.5	4.0
22	2008/6/24	08:44:11.07	39.0199N	140.5215E	10.3	3.7
23	2008/6/25	09:50:39.97	38.4820N	140.4830E	2.6	3.4
24	2008/7/14	23:56:40.27	39.0805N	140.5399E	10.6	4.3
25	2008/7/19	13:09:32.91	39.0645N	140.5117E	11.7	4.2
26	2008/7/20	03:58:59.84	39.0626N	140.5044E	11.7	3.9
27	2008/7/23	12:54:24.35	38.5978N	140.5160E	9.5	4.2

IWTH25 観測点の記録は、標準化時間 0.005 s、もしくは、0.01 s の加速度記録であるが、本研究では、これを標準化時間 0.04 s の速度記録に変換して用いた。

Nyquist 周波数を 12.5 Hz とした理由は、2 つある。第一に、表層地盤の応答の主周波数帯域が水平動では 10 Hz 以下であること。第二に、本研究で扱うような時系列

Fig. 2. Gain characteristics of the minimum-phase decimation filter. This filter involves an integration filter.

Fig. 3. (a) Three-components acceleration seismogram recorded at the surface of the IWTH25 site for the Iwate-Miyagi Inland Earthquake of 2008.

(b) Velocity seismogram calculated from acceleration wave shown in (a).

解析では, Kinoshita (2010) が指摘するように, 可能な限り荒い標本化時間が, スペクトルや伝達関数の推定における共通認識として経験上要請されるためである [例えば, 赤池・中川 (1972)]. 速度変換に用いた積分を含む低域通過フィルター (decimation フィルター) の振幅特性を Fig. 2 に示す (標本化周波数 100 Hz の場合). 24 bit の原記録に適応できるように, Nyquist 周波数以上では, -140 dB の減衰特性を有している. このフィルターは, 始め FIR 型の線形位相フィルターとして設計し, これを FIR 型の最小位相フィルターに変換している [木下 (2004)]. Fig. 3 は, IWTH25 観測点における本震の原加速度記録と, 解析に用いた速度記録である. これらは, いずれも地表記録である.

§3. 方 法

ここでは, 地中と地表の同時記録から表層地盤のグリーン関数を推定する方法について述べる. 対象は, SH 波に限定する. 既往の研究では, 真の入射波に, 地表および表層地盤からの下降波が混入している地中観測記録をそのまま表層地盤への入射波として扱うため, 見かけのグリーン関数を対象とする [例えば, 木村・他 (2009)] が, 本研究では, 真の入射波に関するグリーン関数を推定対象とした. この方法は, 真のグリーン関数を見かけのグリーン関数から求めるものである [Kinoshita (2010)].

一次元の場合, 時間領域のグリーン関数は, 周波数領域では伝達関数で表現されるため, 周波数領域で話を進める. まず, 表層地盤の伝達関数について説明する. 地中記録を入射波と地表および表層地盤からの反射下降波に分解したとき, 3 種類の伝達関数が以下のように定義できる:

$$G_0(\lambda) \equiv \frac{Y(\lambda)}{\hat{X}(\lambda)} \quad (1)$$

$$G_1(\lambda) \equiv \frac{Y(\lambda)}{\hat{X}(\lambda) + \tilde{X}(\lambda)} = \frac{Y(\lambda)}{X(\lambda)} \quad (2)$$

$$G_{-1}(\lambda) \equiv \frac{Y(\lambda)}{\tilde{X}(\lambda) + \hat{X}(\lambda)} \quad (3)$$

ここで, 地表 SH 波のフーリエ変換を $Y(\lambda)$, 地中 SH 波のフーリエ変換を $X(\lambda)$ とする. また, $\lambda = \omega \Delta T$, $|\lambda| \leq \pi$ は正規化円振動数であり, ω および ΔT は, 各々円振動数と記録の標本化時間とする. $X(\lambda)$ は, 表層地盤への入射波のフーリエ変換 $\hat{X}(\lambda)$ と表層地盤からの下降波のフーリエ変換 $\tilde{X}(\lambda)$ の和である. この定義により, 観測から求めるのは伝達関数 $G_1(\lambda)$ であることが判る. これら 3 つの伝達関数の間には, 表層地盤を水平成層の完全弾性体と仮定することにより,

$$\frac{1}{G_0(\lambda)} = \frac{1}{2G_1(\lambda)} + \frac{1}{2G_{-1}(\lambda)} \quad (4)$$

なる関係が存在する [Kinoshita (1999)]. 式 (4) の右辺第一項は実数関数であり, 第二項は純虚数関数である. $z = \exp(i\lambda)$ として複素 z 平面で考えれば, $G_0(z) = G_0(z = e^{i\lambda})$ は最小位相推移関数であるから, その極も零点もすべて単位円内に存在する. したがって, その逆関数 $G_0^{-1}(z)$ も最小位相推移関数となる. よって式 (4) の右辺第二項は第一項のヒルベルト変換により得られる [例えば, Oppenheim and Schaffer (1989)]. ゆえに, 伝達関数 $G_1(z)$ が観測記録から推定できれば, 式 (4) を利用して無減衰媒質での $G_0(z)$ が得られる. $G_0(z)$ に減衰特性を導入するためには, $G_1(z)$ 推定の際に得られる減衰特性を周波数変換により $G_0(z)$ に持ち込めば良いことになる.

実際には, まず, 伝達関数 $G_1(z)$ を式 (5) に示すように複素 z 領域で記述する.

$$G_1(z) = \frac{\left(1 + \sum_{k=1}^{2b} \alpha_k\right) z^{-b}}{1 + \sum_{k=1}^{2b} \alpha_k z^{-k}} \quad (5)$$

次に, 式 (5) のパラメータ $\{\alpha_k\}_{k=1}^{2b}$ および b を最尤法により, 地表および地中の同時記録から推定する [木下 (1981)]. ここで, $b\Delta T$ は地中地震計の埋設深度から地表までの S 波の伝播時間を表す. 式 (5) の分母の特性多項式を解けば, $2b$ 個の極が求まる 1 つの極とその共役な極を $z = re^{\pm i\lambda}$ とすれば, 極周波数 $f = \lambda/2\pi\Delta T$ とその周波数での Q 値が $Q = \lambda/2 \ln r$ より求まる [例えば, Kobori and Minai (1969)]. この極周波数の中で Q 値が十分大きく, $|G_0(z)|$ がピークを示すものが, いわゆる地盤の卓越振動数となる. この極周波数と Q の関係は, 後に, 推定された $G_0(z)$ に減衰構造を導入するとき用いられる. 次に, 複素 z 平面の単位円内にある $G_1(z)$ の極をすべて動径方向に単位円上へ移動する. これにより, 再構築される $G_1(z)$ は無減衰媒質での伝達関数となる. すなわち, その逆関数が式 (4) の右辺第一項となる. 次に, 右辺第一項をヒルベルト変換して, 式 (4) の右辺第二項の $G_{-1}^{-1}(z)$ を求める. ここでも, 得られた $G_{-1}(z)$ の極は単位円上に再配置する. 最後に, 式 (4) から $G_0^{-1}(z)$ を求める. 式 (5) からわかるように, これら 3 つの伝達関数の逆関数は, 時間領域において有限インパルス長のフィルター (FIR filter) として, すなわち, フィルターの係数列が $G_0^{-1}(z)$ のグリーン関数として求まる. このことは, 無限長インパルスのグリーン関数を有する伝達関数 $G_0(z)$ を直接扱うより, その逆伝達関数を式 (4) の形で扱う方が容易であることを示唆している [Kinoshita (2010)].

Fig. 4. Transverse component velocity seismograms recorded at the IWTH25 site: (Top) borehole bottom and (bottom) free surface.

Fig. 5. Amplitude characteristics of $G_1(z)$ estimated by the Fourier method (dotted line) and the maximum likelihood method (solid line).

実例を示す. Fig. 4 は 2006 年 8 月 17 日に発生した $M4.3$ の地震における transverse 成分記録であり, 上段および下段に, 各々, 地中および地表記録を示す. デシメーションした後の速度記録であり, この時点での標準化時間は 0.04 s である. Fig. 4 中の 24.2 s から 10.24 s 間の記録を用いて最尤法により求めた $G_1(z)$ の振幅特性が Fig. 5 の実線である. Fig. 5 では, 比較のため, 地中記録に対する地表記録のフーリエ振幅比特性も併せて示している (点線). 2 つの特性は調和的であり, 特に低周波数域の 7 Hz 程度までの整合性は十分であろう. 推定された $G_1(z)$ の極配置は, Fig. 6(a) に, 複素 z 平面上で示してある. この $G_1(z)$ を無減衰化したときの極配置が Fig. 6(b) であり, このときの $G_1(z)$ の振幅特性は Fig. 7 の実線で示されている. この $G_1(z)$ からヒルベルト変換

Fig. 6. Pole configuration of four transfer functions: (a) estimated $G_1(z)$, (b) reconstructed lossless $G_1(z)$, (c) estimated lossless $G_{-1}(z)$, and (d) estimated lossless $G_0(z)$.

Fig. 7. Gain function of three lossless transfer functions: $|G_0(z)|/2$ (dotted curve), $|G_1(z)|$ (solid curve), and $|G_{-1}(z)|$ (dash-dotted curve).

を用いて求めた $G_{-1}(z)$ の振幅特性が Fig. 7 の一点鎖線であり、その極配置は Fig. 6(c) である。もちろん、無減衰化された結果である。Fig. 7 に示す $G_0(z)/2$ の振幅特性 (点線) は、得られた $G_1(z)$ と $G_{-1}(z)$ から式 (4) に従って得られたものである。 $G_0(z)/2$ の振幅特性は、 $G_1(z)$ と $G_{-1}(z)$ の振幅特性の下限包絡となることからわかる。また、Fig. 6(d) に推定された $G_0(z)$ の極配置を示す。

§4. 結 果

§2 のデータで、述べたように、3 種類のデータセットを弱震時の解析用に用意し、その各々について、表層地盤のグリーン関数を推定した。これらは、強震時として本震の主要動部を対象とし、本震前の地震記録、本震

Fig. 8. Time-dependence of pole frequencies for $G_1(z)$. The coda part of main shock used in this study is from 33 s to 47 s.

コーダ波部および余震記録を弱震時の記録としている。弱震を時間的に 3 つに分類した理由は、弱震時における表層地盤のグリーン関数が本震の主要動の前後に生じる変化を考察するためである。

本震前の記録は Table 1(a) および Fig. 1 に示す 13 地震で得られたものであり、余震は、Table 1(b) および Fig. 1 に示す 27 地震である。これらの地震における $G_0(z)$ の推定には、直達 S 波を含む transverse 成分の 10.24 s を用いた。3 番目の弱震時のデータセットは、本震コーダ波部から作った。本研究では、本震コーダ波部を、Fig. 3 の 33 s から 47 s とした。その理由は、本震の SH 波を 5 s 区間で 0.2 s ずつずらしながら伝達関数 $G_1(z)$ を連続して推定した結果、Fig. 8 のような極周波数の時間変化が得られたことによるものである。図中では、最初の 3 つの極周波数の時間変化を示してあるが、本震前の記録から得られた極周波数の平均値と標準偏差も併せて示している (白丸とエラーバー)。図から、本震の強震時、始めの数秒間程度において、これらの極周波数の低下が顕著であり、その後ほぼ一定となる定常状態が 20 s 程度続くことがわかる。これにより本研究では、極周波数がほぼ定常状態にある図中の 33 s から 47 s を本震コーダ波部とした。この区間では、極周波数が低い値に落ち着いており、Fig. 3 に示す記録波形から見ても、この区間では、速度振幅が地表で 10 cm/s、地中で 5 cm/s 以下となり、表層地盤は防災科学技術研究所の Web サイトで公開されている S 波速度が 430 m/s であり、小振幅応答 (線形応答) を示すと考えられるからである。この本震コーダ波部は、6 つの区間 (長さ 10.24 s) に分割し、各区間で、グリーン関数の推定を行い、その

Table 2. Pole frequencies of transfer functions $G_1(z)$ and $G_0(z)$: FB , FC , and FA are pole frequency estimated for events before the main shock, *i.e.*, the 2008 Iwate–Miyagi Inland Earthquake, coda part of the main shock, and aftershocks, respectively. Q values at the pole frequencies of transfer function $G_1(z)$ and $G_0(z)$: QB , QC , and QA are Q values estimated for events before the main shock, *i.e.*, the 2008 Iwate–Miyagi Inland Earthquake, coda part of the main shock, and aftershocks, respectively.

		#1	#2	#3	#4
G_1	QB	11.5608 ± 33.5475	27.3143 ± 18.8466	36.8367 ± 18.7287	32.8605 ± 18.7351
	QC	1.1288 ± 1.3665	3.4424 ± 0.9791	4.6040 ± 1.4722	6.1168 ± 1.1495
	QA	31.1926 ± 30.3858	33.0767 ± 36.8329	28.4915 ± 16.1006	29.5212 ± 19.3948
G_0	QB	4.5553 ± 10.7902	9.0474 ± 5.9875	12.5003 ± 5.1997	9.8815 ± 4.8515
	QC	1.0091 ± 2.0188	3.5605 ± 0.8612	4.7782 ± 1.3169	6.6246 ± 0.9854
	QA	9.9113 ± 10.0924	10.8521 ± 12.1517	8.7284 ± 5.2324	10.1301 ± 6.2611

		#1	#2	#3	#4
G_1	FB	1.4442 ± 0.1754	2.9219 ± 0.2697	5.0895 ± 0.3716	6.7906 ± 0.4355
	FC	1.3733 ± 0.1719	2.4957 ± 0.2722	4.6095 ± 0.0579	6.3336 ± 0.0772
	FA	1.4100 ± 0.2113	2.9403 ± 0.3328	4.8061 ± 0.4008	6.8898 ± 0.8236
G_0	FB	1.4547 ± 0.1551	3.0212 ± 0.2683	5.2083 ± 0.2057	6.9676 ± 0.3156
	FC	1.2923 ± 0.0868	2.5873 ± 0.1379	4.5954 ± 0.0408	6.3045 ± 0.0739
	FA	1.4383 ± 0.2075	2.9292 ± 0.3353	4.7518 ± 0.3367	6.7188 ± 0.5508

Fig. 9. Amplitude characteristics of transfer function $G_0(z)$ estimated for events before the main shock *i.e.*, the 2008 Iwate–Miyagi Inland Earthquake (gray line), coda part of the main shock (solid line), and aftershocks (dotted line).

平均で本震コーダ波部のグリーン関数を評価した。

3種類の弱震時のデータセットに対して、推定された $G_1(z)$ と $G_0(z)$ の極周波数とその周波数での Q 値を低次の4つの極について Table 2 に示す。Table 2 で、 QB , QC および QA は、各々、本震前の地震記録、本震コーダ波部、および、余震記録を用いて得られた Q 値の平均

Fig. 10. Seismogram recorded at the IWTH25 site for the 2008 Iwate–Miyagi Inland Earthquake and estimated seismogram: (Top) borehole seismogram, (middle) surface seismogram, (bottom) estimated surface seismogram.

と標準偏差である。同様に、 FB , FC および FA は、各々、本震前の地震記録、本震コーダ波部、および、余震記録における極周波数の平均とその標準偏差である。表から明らかなように、本震前の地震記録と余震記録から得られた極周波数は、ほぼ一致し本震コーダ波部のみわずかに減少していることがわかる。ただし、 Q 値は本

Fig. 11. Estimated time dependence of pole frequencies for $G_1(z)$.

Fig. 12. Estimated time dependence of Q value.

震コーダ波部での値が本震前の地震や余震で得られた値と比較して著しく減少していることがわかる。

また、実際に推定された伝達関数 $G_0(z)$ の振幅特性を Fig. 9 に示す。図中、本震前の地震、本震コーダ波部、および、余震の記録から得られた結果は、各々、グレーの実線、黒の実線、黒の点線で示されている。なお、振幅特性を求めるために用いた Q 値は、Table 2 の $G_1(z)$ の結果を $Q(f) = Q_0 f^n$ の形の周波数依存性を仮定して、最小 2 乗法により Q_0 と n を求めたものである (Fig. 9 参照)。ここで、 $f(\text{Hz})$ は周波数である。Fig. 9 では、本震前の地震と余震の記録を用いて推定した $|G_0(z)|$ では、2 つのピークが、各々、3 Hz(A) と 5 Hz(B) 近傍に見られる。本震コーダ波部を用いて推定した $|G_0(z)|$ では、2.5 Hz(A') と 6 Hz(C') 近傍に 2 つのピーク見いだすことができる。これらの周波数が、いわゆる表層地盤の卓越振動数であり、本報告で定義した極周波数の中で $|G_0(z)|$ がピークを示す周波数である。視察ではあるが、本震前の地震と余震の記録から推定される卓越振動数のピーク

ク、A, B および 7 Hz 以上に存在するピークが、本震コーダ波部を用いた推定では、各々 A', B' および C' へ移行したものであると考えられる。ただし、本報告が扱うような最尤法によるパラメータ推定では、本震前の地震と余震の記録から 7 Hz 以上に存在するであろう 3 番目の卓越振動数を精度良く求めるのは困難であるため、これ以上の量的評価は無意味であろう。

結果として、表層地盤の卓越振動数は、本震における強震時以前の周波数が、本震コーダ波部では低周域に移行し、余震では、本震以前の値に戻つつあるか、または、すでに戻っていると見える。換言すれば、表層地盤の剛性は、本震の強震時に急激に劣化し、本震コーダ波部では劣化した定常状態を一時的に示し、余震時ではほとんど回復した状態へ戻ったと言える。

§ 5. 考 察

§ 4 の結果から明らかなように、本震コーダ波部の伝達関数 $G_0(z)$ は、本震前の地震（および余震）で得られたそれと比較して、明らかに異なる。本震コーダ波部の $|G_0(z)|$ から得られる卓越振動数は低周波側へシフトし、そこでの Q 値も著しく減少しており、地表～260 m の地層における剛性の劣化が示唆される。さらに余震で得られた伝達関数 $G_0(z)$ は、本震前の地震で得られた $G_0(z)$ に近づき地盤剛性の回復も示唆されている。したがって、本震前の地震-本震-余震を地盤応答の 1 つの入力プロセスと考えれば、表層地盤の応答は、線形応答-非線形応答-線形応答のプロセスと考えられる。そこで、ここでは本震時における表層地盤の線形から非線形応答に移る遷移状態について考察する。

具体的に言えば、本震前の地震、本震および、余震における $G_0(z)$ 、もしくは、 $G_1(z)$ の時間変化のモデル化である。このモデル化に際し、本考察では以下の 3 点を考慮する。1 つは、表層地盤の非線形応答の波形には 1 サイクルの波形の内部で周波数変調が生じる intra-wave frequency modulation 型と連続する波形を通して分散性の波形が示すような形状の inter-wave frequency modulation 型がある。通常、この 2 つの型の波は混在して現れるが、IWTH25 観測点の上下動成分は、intra-wave frequency modulation 型の非線形応答波が顕著であり、水平動成分では intra-wave frequency modulation 型は、顕著でなく、§ 4 の結果が示すように inter-wave frequency modulation 型の非線形応答波の存在が主体と考えられる。したがって、この考察では、inter-wave frequency modulation 型に限定して考察する。第 2 に、非線形応答は、線形グリーン関数では扱えないので、状態空間（時系列モデル）で考察する。最後に、

時間領域での扱いは、直接観測記録を扱える伝達関数 $G_1(z)$ に付随する時系列モデルとする。

$G_1(z)$ の時系列モデルは、式 (5) より $p=2b$ として、

$$y_n + \sum_{k=1}^p \alpha_k y_{n-k} = \sigma_p x_{n-b}, \quad (6)$$

$$\sigma_p = 1 + \sum_{k=1}^p \alpha_k$$

となる。ここで、 $\{x_n\}$ および、 $\{y_n\}$ は、各々、標準化時間 ΔT で標準化された地中および地表での記録列とする。このとき、時刻 $n\Delta T$ における α_k を $\alpha_k(n)$ としたとき、 $\alpha_k(n)$ を $y_{n-1}, y_{n-2}, \dots$ の関数としていかに表現するかとなる。本考察では、式 (6) の $\{\alpha_k\}_{k=1}^p$ を $G_1(z)$ の極ごとに分解して、再合成することでこの表現法を考える。 $G_1(z)$ の極は、 z 変換領域で、

$$1 + \sum_{k=1}^p \alpha_k z^{-k} = \prod_{k=1}^p (1 - z_k z^{-1}) = 0 \quad (7)$$

を解くことで評価される。すなわち、式 (7) の根を z_k とし、その共役根を z_k^* とすれば、この組で極周波数 f_k とそこでの $Q(f_k)$ 値が得られる。すなわち、 $z_k, z_k^* = r_k e^{\pm i\lambda_k}$ とすると、 $f_k = \lambda_k / 2\pi\Delta T$, $Q(f_k) = \lambda_k / 2 \ln r_k$ となる。したがって、本震の主要動部を挟んで、本震前の地震と本震コーダ波部を用いて得られた $G_1(z)$ の極配置を結びつける $\{\alpha_k(n)\}$ が求まれば、表層地盤の非線形応答を含む時系列モデルが得られる。そこで、Fig. 8 に示した低次の 3 つの極周波数の時間変化を見れば、係数列 $\{\alpha_k(n)\}$ が、何らかの物理量の累積的な変化に追従していると考えられる。このことを定式化するには、始めに各極の組 $\{z_k, z_k^*\}_{k=1}^b$ について

$$(1 - z_k z^{-1})(1 - z_k^* z^{-1}) = (1 + \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2}) \quad (8)$$

と展開し、 (α_1, α_2) の時間変化をモデル化することになる。次に、式 (8) でモデル化された b 組の (α_1, α_2) を式 (7) を用いて式 (6) に戻せば、本震時の主要動部を含む、時系列モデルが得られる。そこで、線形-非線形応答間の遷移状態を、本震前の地震、および、本震コーダ波部で得られた $G_1(z)$ の極の変動を式 (8) で、 $(\alpha_1, \alpha_2) = (\alpha_1^B, \alpha_2^B)$ 、および、 $(\alpha_1, \alpha_2) = (\alpha_1^C, \alpha_2^C)$ として、次式の ExpAR 型 [尾崎・北川 (1998)] でモデル化する：

$$\begin{aligned} \alpha_1(n) &= \alpha_1^B + (\alpha_1^C - \alpha_1^B)(1 - e^{-\gamma C_{n-1}}), \\ \alpha_2(n) &= \alpha_2^B + (\alpha_2^C - \alpha_2^B)(1 - e^{-\gamma C_{n-1}}) \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、式 (9) の C_{n-1} は、

$$C_{n-1} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n-1} y_k^2} \quad (10)$$

とする。これは、地表速度の累積実効値である。 γ はモデルの AIC が最小となるように決定される。このモデルにより、地中地震波を入力として、求めた地表の波形の一例を Fig. 10 の下段に示す。 γ は、低次の極から順に

0.05, 0.25, 0.40, 0.60, 1.00, 1.50, 1.80 とした。このとき、推定された本震時の極周波数との変化は、低次の 3 つの極について各々、Fig. 11 および 12 となる。いずれも、本震の主要動部において、急激に落ち込んでいることがわかる。同時に、Fig. 12 に示す Q は、時間とともに徐々に回復していく様子が見られる。一方、極周波数に関する同様な傾向は同じだが、ごく小さいものであるが回復している。Fig. 10 の地表記録 (中段) を計算された波形 (下段) と比較すると、計算記録の高周波成分が少し過大評価されていることを除けば、おおむね説明できると言える。したがって Fig. 11 と 12 に示す極周波数とそこでの Q の時間推移も妥当なものであると考えられる。しかしながら、このモデル計算は、試行的なものであり、式 (9), (10) をどのように定式化するかは、本研究で扱ったような強震記録の蓄積にも依存し、今後の課題である。

§ 6. 結 論

本研究では、岩手宮城内陸地震 (本震) 前の地震記録、本震コーダ波部、および、余震記録を弱震時における表層地盤の応答によるものとして、表層地盤のグリーン関数 $G_0(z)$ と見かけのグリーン関数 $G_1(z)$ を推定し、その変化に基づいて、本震主要動部での地盤の非線形応答を包含する時系列モデルを考察した。結論として以下の 2 点を得た。

(1) 本震前の地震と余震の記録における表層地盤の卓越振動数は、ほとんど変わらず、本震コーダ波部のみ減少した。さらに、 Q 値は、本震コーダ波部が本震前の記録や余震記録と比べて著しく減少した。したがって、本震コーダ波部における $G_0(z)$ の振幅特性は、本震前の記録、および、余震における振幅特性と著しく異なるものとなる。この事実は、表層地盤の剛性が、本震の強震時に劣化し、本震コーダ波部では、劣化した定常状態を一時的に示し、余震時ではほとんど回復した状態にあることを示唆している。

(2) 地盤の非線形応答を $G_1(z)$ の極とその共役根に、2 次の ExpAR モデルを適用し、これに基づき時間領域でモデル化した。このモデルを実記録に適用した結果、高周波成分が少し過大評価されることを除けば、観測記録をおおむね説明できることがわかった。また、このモデルから本震時の極周波数とそこでの値の時間推移が得られた。

謝 辞

本原稿を改訂するにあたり、京都大学の松島信一氏、九州大学の竹中博士氏、および、匿名の査読者 1 名の方

には貴重なご指摘をいただきました。記して感謝いたします。また、本研究では、防災科学技術研究所の強震観測網 (Kik-net) で収録されたデータを利用させていただきました。貴重なデータのご提供を深く感謝いたします。

文 献

- 赤池弘次・中川東一郎, 1974, ダイナミックシステムの統計的解析と制御, サイエンス社, 190 pp.
- Aoi, S., T. Kunugi, and H. Fujiwara, 2008, Trampoline effect in extreme ground motion, *Science*, **322**, 727–730.
- Graizer, V. M., 2006, Tilts in strong ground motion, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **96**, 2090–2102.
- 木村美帆・浅野公之・岩田知孝, 2009, 鉛直地震計アレイデータを用いた強震動と弱震動の地盤震動特性の比較—柏崎刈羽原子力発電所構内における 2007 年新潟県中越沖地震とその前後の地震の記録を対象として—, *地震* **2**, **62**, 61–65.
- 木下繁夫, 1981, 統計的手法による波動伝達関数の推定, *土木学会論文報告書*, **313**, 1–11.
- Kinoshita, S., 1998, Kyoshin net (K-NET), *Seismological Research Letters*, **69**, 309–322.
- Kinoshita, S., 1999, A stochastic method for investigating site effects by means of a borehole array SH and Love waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **89**, 485–500.
- 木下繁夫, 2004, 地震波処理用デジタル・フィルター, *防災科学技術研究所研究報告*, **66**, 11–73.
- Kinoshita, S., 2008, Tilts Measurement using broadband velocity seismograms, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **98**, 1887–1897.
- Kinoshita, S., 2010, A method for estimating the Green's function of a near-surface layer for SH-waves by means of a borehole receiver array, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **100**, 1381–1388.
- Kinoshita, S., H. Ishikawa, and T. Sato, 2009, Tilt motions recorded at two WISE sites for the 2003 Tokachi-Oki earthquake ($M8.3$), *Bull. Seism. Soc. Am.*, **99**, 1251–1260.
- Kobori, T. and R. Minai, 1969, One-dimensional wave-transfer function of linear visco-elastic multilayered half-space, *Bull. Disast. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ.*, **18**, 27–64.
- 強震観測事業推進連絡会議・日本地震工学会, 2004, 記念シンポジウム「日本の強震観測 50 年」—歴史と展望—講演集, *防災科学技術研究所研究資料*, **264**, 防災科学技術研究所, 242 pp.
- Okada, Y., K. Kasahara, S. Hori, K. Obara, S. Sekiguchi, H. Fujiwara, and S. Aoi, 2004, Recent progress of seismic observation network in Japan—Hi-net, F-net, K-NET and Kik-net—, *Earth Planets Space*, **56**, xv–xxviii.
- Olga, V. P. and K. Irikura, 2006, Nonlinear behavior of soils revealed from the records of the 2000 Tottori, Japan, earthquake at the digital strong-motion network, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **96**, 2131–2145.
- Oppenheim, A. V. and R. W. Schaffer, 1989, *Discrete-time signal processing*, Prentice Hall International, Inc., 870pp.
- 尾崎 統, 1998, 非線形モデル, 尾崎 統・北川源四郎 (編)「時系列解析の方法」, 朝倉書店, 152–167.
- Sawasaki, K., H. Sato, H. Nakahara, and T. Nishimura, 2009, Time-lapse changes of seismic velocity in the shallow ground caused by strong ground motion shock of the 2000 western-Tottori earthquake, Japan, as revealed from coda deconvolution analysis, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **99**, 352–366.
- Yamada, M., J. Mori, and T. Heaton, 2009, The slap-down phase in high-acceleration records of large earthquakes, *Seism. Res. Lett.*, **80**, 559–564.