非線形ばねを用いたボアホール用上下動地震計の特性

地震予知総合研究振興会* 鹿熊英昭[†]
東京大学地震研究所** 笠原敬司・小原一成
防災科学技術研究所*** 汐見勝彦
中央大学理工学部**** 村奈嘉与一

Characteristics of Borehole Vertical Seismometer Using a Nonlinear Spring

Hideaki KAKUMA[†]

Association for the Development of Earthquake Prediction,
3-1, Tenno-dai, Tsukuba, Ibaraki 305-0006, Japan

Keiji KASAHARA and Kazushige OBARA

Earthquake Research Institute, University of Tokyo,
1-1-1, Yayoi, Bunkyo-ku, Tokyo 113-0032, Japan

Katsuhiko SHIOMI

National Research Institute for Earth Science and Disaster Prevention,
3-1, Tenno-dai, Tsukuba, Ibaraki 305-0006, Japan

Yoichi MURANAKA

Faculty of Science and Engineering, Chuo University,
1-13-27, Kasuga, Bunkyo-ku, Tokyo 112-8551, Japan

(Received April 23, 2010; Accepted March 2, 2012)

A nonlinear spider spring with an initial displacement offset is used to suspend a mass with a coil or permanent magnet and to restore the force spring in order to miniaturize a borehole vertical seismometer with a low natural frequency. We investigate the response properties of the nonlinear spider spring, which remain unknown even though the seismometer adopting nonlinear spider spring is widely used. The relation between the initial offset and the spring constant is clarified for the first time: the spring constant is weakened with increasing initial offset. We confirmed that the flat spider spring has a nonlinear property (as does the spider spring with an offset), although it has previously been considered a linear spring. An analysis of limitations in the use of the seismometer revealed that the nonlinearity can be ignored if the seismometer is used under the condition of small displacement that is recommended by manufacturer.

Key words: Borehole vertical seismometer, Nonlinear spider spring, Zero-length spring, Initial displacement offset, Electromagnetic seismometer

*** 〒305-0006 つくば市天王台 3-1
** 〒113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1
**** 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27

[†] 現所属: 中央大学理工学部

§1. はじめに

自然地震観測では目的に応じて様々な地震計を使い分けるが、現在の高感度微小地震観測の分野では、固有振動数 1 Hz の電磁式速度型地震計を利用するのが一般的である。我が国における HES [萩原 (1966)] の完成や、Berkner の提言 [Press (1959)] を受けたプロジェクト VELA-UNIFORM [Lee *et al.* (2002)] による大規模アレイ LASA [Green *et al.* (1965)], あるいは WWSSN [Oliver and Murphy (1971)] の短周期地震計として 1 Hz 速度型地震計が採用された時期がほぼ一致することで明らかに、このタイプの地震計は、1960 年代に微小地震観測用高感度地震計の定番としての地位を確立した。

1 Hz 速度型地震計が広く利用されている理由のひとつとして、エレクトロニクスの進歩により、安定した観測システムを構築することが可能となったことが挙げられる。また、地震計の基幹部が、ばね、コイルおよび磁石だけで構成されるという単純な構造のため、長期間の持続的観測が可能であること、記録計のダイナミックレンジが狭かった時代でも、周期 2~8 秒に卓越する脈動ノイズを避け、高周波数成分に卓越する微小地震の高感度観測が可能である、といった利点を挙げることが出来る。

高感度微小地震観測を行う際、人間活動等に伴う地表付近ノイズの影響を極力避ける必要がある。このため、観測井（ボアホール）を掘削し、その孔底に地震計を設置することが多いが、ボアホール設置用の固有振動数 1 Hz の地震計として、地震探鉱用に開発された直動型地震計が多用されている [例えば、Forbes *et al.* (1965)]。これは、探鉱用地震計が小さな円筒形構造をしていること、かつ丈夫であることが、ボアホール観測に適していたためと考えられる。1970 年に、国立防災科学技術センター（現、防災科学技術研究所。以下、防災科研）により、100 m 級の浅井戸観測システムが開発された [高橋 (1970)]。この時、微小地震観測用高感度地震計として、米国 Mark Products（現 Sercel）社製の地震探鉱用上下動地震計 L-4C（直径: 76 mm）が採用された。また、3000 m 級ボアホール（防災科研岩槻地殻活動観測施設）における高温環境下（86℃）での地震観測を実現するために、同地震計のコイルボbinを改良して使用した [高橋 (1982)]。近年、大規模に展開された防災科研高感度地震観測網 Hi-net [例えば、汐見・他 (2009)] においても、800 ヶ所を超えるボアホールで同型の地震計が利用されている [Obara *et al.* (2005)]。上下動地震計では、重力が作用する状態で振子の質量を支え、かつ中立点に保持させるため、予め初期変形を加えて非線形特性を持たせた非線形ダイヤフラムばねが採用されている。Fig. 1

に、Hi-net 等で使用されている 1 Hz 上下動地震計の構造図を示す。地震計の性能評価の指標として、高調波共振と波形のディストーションが良く用いられる [黒田・阿部 (1998)]。この地震計では、非線形ダイヤフラムばねを振子質量としてのコイルの上下に配置して運動方向を制限することにより、高調波共振が抑制される。また、デュアルコイルとそれに対向するように磁気回路を配置することで、地震計としての各種性能を向上させ、ディストーションを低減化している。これらの性能向上は、1960 年代以降、地震探鉱測定システムのデジタル化に向けた開発の促進や物理探査関係者らによって実施された地震計出力振幅の線形性、周波数特性、耐久性等の徹底した技術評価ならびに性能検査によるものである。実際に、房総半島に位置する防災科研の岩井北地殻活動観測施設に 1970 年に設置された L-4C 地震計は、現在まで 40 年以上安定して稼動している。このことは、ばね材として BeCu（ベリリウム銅）を使用したこと等、設計過程での素材の選択や、製造工程での熱処理（時効硬化処理）など、当時の米国の技術水準の高さを示すものであり、常温環境で使用する L-4C 地震計の設計・製造技術は、ばね系を含め、当時までにほとんど確立されていたと言える。

一方、深層ボアホール等における上下動地震計については、地震計を動作可能な状態にする姿勢制御、設置方位測定、観測井孔壁への固定など、当時の様々な最先端技術を結集して製作が進められたが、高温環境下に設置されることの影響は時間とともに多くの課題を発生させた [高橋 (1982)]。例えば、当初は常温環境下で動作する L-4C 地震計に対し、高温対策としてコイルの絶縁が保持できる程度の簡単な改良を行ったが、観測中にコイルボbinに使用されている絶縁樹脂が加水分解・膨張粉化して可動コイルが接触するなどの問題が生じたため、100℃程度でもこれが生じない非磁性の金属製コイルボbinが採用された。この対策によって、金属製コイルボbinに発生する渦電流により電磁ダンピングが加算されたため、シャント抵抗のみを使用する場合に比べて、比較的低周波数である地震波の測定領域では出力電圧をより高く取れるという利点も生じた。

また、高温環境でばねの保持力が低下すると振子の中立点位置が変動し、振動特性が変化することが予測されるため、振子をマグネットの吸引力で引き上げる構造を有している (Fig. 1)。この補正用マグネットは、磁力による吸引力が振子系全体のばね定数に影響を与えない位置に配置され、その移動は遠隔操作によるパルスモータで駆動される。この方法により、対処療法的ではあるが地震計の特性を復旧させることが可能となった。

Fig. 1. Cross-sectional view of a borehole vertical seismometer with a natural frequency of 1 Hz. The size is in mm unit.

このように、ボアホール用地震観測システムの開発においては、長期間の安定的観測を実施することが最大の技術的課題であったため [明石・福尾 (1977), 高橋 (1982)], 地震計に採用された非線形ダイヤフラムばねそのものに関する研究開発、性能評価は今日まで積極的に行われてこなかった。気象研究所地震火山研究部 (1980) は、海底地震計開発において採用した非線形ばねを利用した地震計について評価を実施しているが、ばねのメカニズムについては詳しく述べていない。Yamada *et al.* (2009) は、同様な非線形ダイヤフラムばねを使った月震計 LUNER-A の特徴についてまとめているが、ばねの支持機構については概略が紹介されているのみである。L-4C 地震計に関しては、西村 (1990) や Riedesel *et al.* (1990) により、その性能が評価されているほか、増幅器などを付け加えて広帯域化を図る事例が Webb *et al.* (2001) により紹介されている。

現在、Hi-net をはじめとする基盤的地震観測網の展開により、比較的容易に地震波形を入手することが可能に

なったが、地震計で観測された記録を詳細に解析する際には、その地震計の特性や観測限界について十分に理解しておくことが必要である。とりわけ、上下動成分のばねは水平動成分と異なり、振動による動的負荷の他に振子質量を支えている静的負荷が常時加算されるため、静たわみ等の問題により、長期的には性能の劣化を生じる可能性が高く、特に高温環境下ではクリープに伴うばね性能の低下が加速され、技術的課題が大きい。そこで本論文では、深層ボアホールを含む Hi-net で使用されている 1 Hz 上下動地震計の非線形ダイヤフラムばねと、それによって支えられている振子の動特性について、解析及び考察を行う。

§ 2. 非線形ダイヤフラムばねの特性

2.1 非線形ダイヤフラムばねとは

Hi-net 等で用いられている 1 Hz 上下動地震計 (Fig. 1) では、上下各 3 枚、計 6 枚の非線形ダイヤフラムばねが、可動コイルを含む比較的重い振子の錘 (約 1 kg) を支え

ている [Johnson (1969)]. この非線形ダイヤフラムばねとは、内周リングと外周リングの間を円弧状の梁 3 本で結合したもので、あらかじめ可動軸方向に初期変形が与えられている (Fig. 2). ばねを動作中立点である平坦位置まで押し縮めた時、同じ平面形状、同じ板厚の平坦のばねと比べ、非常に弱いばね定数を持つ非線形ばねとなる。ここで、非線形ばねとは、変位の関数としてばね定数が変化するばねを指す。なお、Fig. 2 に示す形状のばねは、これまでも様々な呼び方が使用されているが、本論文では非線形特性を持ったダイヤフラムばね [古川 (1966)] という意味で、「非線形ダイヤフラムばね」の名称を採用する。なお海外の特許や論文においては“Spider Spring”と記載されることが多い [Johnson (1969), Chen and Dalton (1983)].

Fig. 3 に、非線形ダイヤフラムばねの代表的な特性、

および上下動振子として使われる線形ばねや長周期地震計で利用されてきたゼロ・レングスばね [Aki and Richards (2002)] の特性を比較して示す。同じ振子質量を支持した場合、ゼロ・レングスばねや非線形ダイヤフラムばねの静的変位量 (伸び量) は、線形ばねの静的変位量に比べて小さい。ばね定数は、同じ振子質量による負荷を保持する動作中立点での荷重-変位曲線の傾きとして定義されるが、振子質量やばね定数が同じでも、つまり固有振動数が同じであっても、振子質量が動作中立点に達するまでのばねの静的変位量 (静たわみ量) がばねの種類によって異なる。例えば、ゼロ・レングスばねや非線形ダイヤフラムばねを利用すれば、比較的小さな静たわみ量で済む上下動振子を実現可能である。このことは、同じ質量の振子でも非線形ばねの弱いばね部を使うと振子の長周期化が可能となることを示すとともに、こ

Fig. 2. Front and cross-sectional view (left) and photograph (right) of a nonlinear spider spring. The size is in mm unit.

Fig. 3. Examples of spring properties in terms of the relation between load and displacement, for a linear spring (solid line), nonlinear spider spring (broken line), and zero-length spring (dotted line). Black circle is the equilibrium point for a nonlinear spider spring.

これらのばねを選択することで地震計の小型化が可能となることを意味する。また、非線形ダイヤフラムばねは振子を支持するだけでなく、振子の動きを一定方向に制限するガイドとしての役割も果たす。

2.2 初期変形を有するばねの成型と特性

非線形ダイヤフラムばねを成型するためには、まず線形ばねの理論式から得られる値 [Chen and Dalton (1983)] を第一近似として梁部分の幾何学的寸法を決定し、エッチングにより平板から切りだされた平坦なダイヤフラムばねを製作する。次に、その平坦なばねを数枚重ねて治具に固定し、ダイヤフラムの外周リングと内周リングの間に所定のオフセットを生じさせる。これにより、内周と外周をつなぐ3本のばねとしての梁部は初期変形が与えられた状態となる。この状態で熱処理することにより、応力的にもなだらかな安定した非線形ばねを作ることができる。

成型された非線形ダイヤフラムばねは、錘を順次載せていくとばねが平坦になる付近で急激にばねが弱くなり、さらに荷重を加えるとばねは再び硬くなる。この非線形ダイヤフラムばねの荷重-変位特性データは、初期変形が与えられたばねを荷重計に載せ、ばね上端面に荷重を加えながら徐々に押し下げ、その過程における各変位量と荷重計の指示値を記録することで得られる。Fig. 4に実験の様子を示すとともに、荷重-変位特性データを中立点が原点となるように座標変換した結果をFig. 5に示す。非線形ばねの特性はばねが平坦になるまで負荷質量を載せた状態で自由振動させて固有振動数を測定することで得られる。その固有振動数が所期の目標値の許容範囲内であれば、その時の負荷質量を記録して

ばねを選別していく。

実測した非線形ばねの荷重-変位特性は、相関係数0.98以上で3次曲線に近似する。堀内・他(1997)は、初期変形のあるダイヤフラムばねのFEM解析から、荷重と変位の関係は変曲点に対して点对称となる3次曲線で表現可能であることを示した。このことから、ばねの特性を表す上で、3次曲線を用いた近似が妥当であると言える。実際の変形を考えると、Fig. 2に示すダイヤフラムばねの外周を固定し内周を押し下げると、内周は回転しながら下がるが、平坦位置を通過してさらに押し下げると初期変形の大小にかかわることなく平坦位置を境にその回転方向は反転する。この現象はFig. 2で示される3本のはりが内周と外周の間に円弧状に張られている構造において、各はりの両端が内周部と外周部に拘束されている結果であり、この回転方向の反転が、平坦位置を対称点とするような変曲点をもつ変位-荷重特性 (Fig. 5) となる原因となっている。この回転しながら平坦位置まで変形する領域が振子質量を保持する3次曲線上での硬いばねの領域であり、振子質量を保持し釣り合って平坦となった位置は弱いばねの領域となっている。したがってこの平坦位置付近の弱いばねを振子の復元力として利用し、この付近を振子の動作点となるように組み立てることで低固有振動数の振子系を実現することができる。一方ばね定数は荷重-変位の関係式を微分して得られ (Fig. 6)、低固有振動数振子用ばねは、最下端 (中立点付近) の弱いばねとなる部分を利用していることになる。

2.3 高温環境下でのばね材料の選定とその特性

高温環境下で長期間安定した高感度地震観測を行うた

Fig. 4. Measurement of spring properties in terms of the relation between load and displacement.

Fig. 5. Spring properties in terms of the relation between load and displacement for a nonlinear spider spring made of Beryllium-Copper (initial offset 21 mm). The origin of the coordinates corresponds to the equilibrium point. Squares indicate averaged measurement values; solid line is the third-order polynomial regression line. The short bar shows the dispersion of measurements.

Fig. 6. Spring constant versus displacement of a nonlinear spider spring from the equilibrium point. Squares indicate averaged measurement values; solid line is the second-order polynomial regression line.

めには、温度特性の良い、すなわち、温度の影響が少ないばねを選ぶことが、本質的に重要である。高温用のばねの材料で現状入手可能なものとして、温度係数の小さな恒弾性材料、及び高応力に耐える高弾性材料に注目した。これらについては、振子型重力計の開発において1960年代より研究が進んでいるが、材料の安定性などに問題があり技術的課題が多く残っている[友田・他(1985)]。そこで、いくつかの高弾性・恒弾性材料に対し、異なる初期変形量を有する非線形ダイヤフラムばねを成型し、ばねの荷重-変位特性の測定を行うとともに、その結果について、従来のベリリウム銅と同様な非線形

ばねに適用できるかを検討した。なお、これらのばね材料は、地震計内部に組み込まれている磁石の影響を避けるため、非磁性であることも必須の条件である。

高弾性材料の1つに、非磁性で高強度・高強靱性を有する合金であるパワーフロイ((財)電気磁気材料研究所製)がある。このパワーフロイの熱処理温度は650℃であり、従来ばね材料として多く使われているベリリウム銅の熱処理温度315℃の2倍以上の高温で時効硬化処理を行う。また、ベリリウム銅より引張り強度が約1.5倍あることも内部応力の開放を阻止する力となるため、高温環境下でのばねの安定性の向上が期待される[電気磁

気材料研究所 (2010)]. さらに、高温特性の指標となる熱膨張係数およびばねの特性に直結するヤング率の温度係数について、パワーフロイはいずれもベリリウム銅の約 1/2 であることから、高温環境で使用するばね材料として適していると言える。パワーフロイとベリリウム銅の特性を Table 1 に示す。

このパワーフロイを使用し、初期変形量の目標値をそれぞれ 0, 10, 15, 20 mm に設定し熱処理を施した 4 種類の非線形ダイヤフラムばねを成型した。Fig. 7 にこの 4 種類の初期変形量の異なるばね群（熱処理後の各ばねグループの初期変形量の実測値の平均はそれぞれ 0, 8.9, 13.6, 18.3 mm）の荷重-変位特性を示す。初期変形を与えていない平坦なダイヤフラムばねについても同様に測定した結果、荷重と変位の関係は、線形成分は大きいものの 3 次曲線で近似できる。各特性曲線を微分して得られるばね定数は、初期変形量によらずほぼ同じ形状の 2

次曲線となる (Fig. 8)。それぞれの差はゼロ点の位置での最小ばね定数のみであり、復元力として作用するばね力は、すべて同様な非線形特性を示している。また、初期変形量と最小ばね定数（振子動作点でのばね定数）の関係は 1 次式で近似できる (Fig. 9)。ただし Fig. 9 において初期変形があるばねと全く初期変形を与えていないばねとでは、動作点付近におけるばねの内部応力の存在が異なるため、モデルとしても別のものを考える必要があり、ここでは初期変形のないばねのデータは参考値としてプロットし直線近似式からは除いた。

$$k = -\beta y_s + \delta \quad (1)$$

k : 非線形ダイヤフラムばね動作点での最小ばね定数

y_s : 非線形ダイヤフラムばねの初期変形量

β : ばね材の弾性係数と形状で決まる比例定数

δ : ばね材の弾性係数と形状で決まる定数

ここでばねの初期変形における (1) 式の物理的意味に

Table 1. Elastic and thermal characteristics of Power-fulloy and Beryllium-Copper

	Power-fulloy	Beryllium-Copper
Tensile strength σ_T	$1.96 \times 10^9 \text{ N/m}^2$	$1.32 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
Young's modulus E	$1.55 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$	$1.27 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
Temperature coefficient of Young's modulus	$-25 \times 10^{-5} / \text{K}$	$-51 \times 10^{-5} / \text{K}$
Thermal expansion coefficient	$8 \sim 9 \times 10^{-6} / \text{K}$	$17.8 \times 10^{-6} / \text{K}$

After Research Institute for Electric & Magnetic Material (2010) and NGK Insulators LTD.

Fig. 7. Comparison of spring properties between load and displacement for various displacement off-sets. Circle, blue diamond, red square, and green triangle are the averaged measurement values for a spring with an target initial offset of 0, 10, 15, and 20 mm, respectively.

Fig. 8. Comparison of spring constants for nonlinear spider springs with various displacement offsets. Circle, blue diamond, red square, and green triangle are the averaged measurement values for a spring with an target initial offset of 0, 10, 15, and 20 mm, respectively.

Fig. 9. Relation between the initial displacement offsets of spider springs and the minimum spring constants. PF: Power-fulloy (blue diamond), HT: Hitelinvar (red square), MR: Mangalloy (green triangle), BeCu: Beryllium-Copper (circle).

について考える。初期変形量 y_s がゼロになるまで押し縮められた位置で振子のばねとして機能することは、ばね内部に初期変形をゼロにする過程で蓄えられた歪エネルギーが振子質量を動作点に保持するためのエネルギーとなることを示す。これは、ゼロ・レングスばね内部の歪エネルギーが動作点に至るまで振子質量を保持する力となるのと同じ効果を果たしているとも言える。

エリンパー合金であるハイテリンバ（高温まで恒弾性率）、マンガロイ（恒弾性率）、さらに常温で使用されるベリリウム銅についても、ダイヤフラムばねを成型し、

同様の実験を行ったところ、これらの素材でも初期変形量と最小ばね定数の関係は1次式で近似できる関係にあった（Fig. 9）。

初期変形量と最小ばね定数が線形1次の関係にあることは、最小ばね定数の目標値を設定した場合に、材料ごとに初期変形量の設計値が決定されることを示しており、非線形ばねの設計および製作が容易になることを示している。なお、通常の直動型地震計の場合は、最小ばね定数が正の値をとるように初期変形量が決定されるが、最小ばね定数が0の場合は無定位の状態となり、

フィードバック地震計などに利用することで小型の長周期地震計開発の道を開くことも期待される。

§ 3. 支持ばねの地震計への組み込み

3.1 並列使用の利点

高感度地震観測では、振子系における雑音を可能な限り小さくすることが要求される。振子の質量に関しては、空気中のブラウン運動の影響を極力低減化させるため、1kg程度の質量が必要とされる [Aki and Richards (1980)]。

そのため、Hi-net等で使用される上下動地震計では、所定の特性を有する非線形ダイヤフラムばねが1枚当たりは約0.17kgを支持できるため、このばねを6枚使用して必要とする質量を保持する構造となっている。この地震計を構成する6枚のばねは、2.2節で述べたように固有振動数が揃ったばねの負荷質量の総和が目標の振子質量（約1kg）に一致するように選択される。

このような地震計の構造は、ばねそれぞれに加わる応力を低減する効果を有する。つまり、複数のばねを並列に配置すると、系全体のばね定数は個々のばね定数の合計となるため、1枚の厚いばねでも、複数枚の薄いばねでも、合計のばね定数が同じであれば、負荷に対する変位量は同じとなる。しかし、ばね表面の応力は変位量とばねの厚さに比例するため、薄いばねを並列使用することにより個々のばねにおける応力が低減される。その結果、ばねの疲労などの進行を抑えて安定性が向上する。

実際の非線形ダイヤフラムばねの成型では、様々な要因によって中立点付近のばね定数に多少のばらつきが生じ、目標値通りに精度良く製作することは難しい。この問題に対し、Johnson (1969) は、非線形ダイヤフラムばねを複数枚並列に使用することで、所定のばね定数を得る方法を提案した。つまり、単一の精密な特性のばねを製作するよりも、目標値に近い特性でばらつく複数枚のばねを組み合わせることで所定の特性を得る方が生産性も良く、調整の自由度が増し、より実用的であるためである。このことは、ばね製作工程を容易とし、コストを下げる利点も有する。

3.2 ばね過拘束とその軽減

複数枚のダイヤフラムばねを使用すると、その3倍の本数の梁で振子質量を支持する形となる。しかし、エッチングの部位による反応速度の差異、ダイヤフラムばねの製造上の理由による各梁部の長さの微小なばらつきやわずかな組立誤差が振子の動きに対して構造上過拘束となり、振子の滑らかな動きを阻害する。そのため、振子の動きが不自然となり、所定のばね定数より硬いばね定数となることも多い。多数枚のばねの並列使用では最悪

のケースで微小振動に応答しない事も生じてしまう。このようなばねの過拘束を軽減するため、この種の地震計の設計では、ばねの全ての端末を完全には固定せず、一方の端を摩擦接触にしてばねの過拘束の一部を解放し、微小振動時も滑らかな動きをするような配慮がなされている [Holmes (1973)]。

以上の点に留意すれば、非線形ダイヤフラムばねを利用した直動型上下動地震計を製作することが可能である。さらに、非線形ダイヤフラムばねを利用することによって地震計の小型化が可能となるため、ボアホール設置用の地震計として非常に有用である。

§ 4. 非線形ばねの地震計の特性

4.1 振動数特性への影響

本節では、非線形ばねを組み込んだ地震計の振動数特性を調べる。非線形ダイヤフラムばねを振子系のばねとして用いる場合には、初期変形が平坦になるまで縮めた最小ばね定数の位置を振子変位のゼロ点に移動したばね定数の式を考えればよい。つまり、このばね定数の2次式に振子の振動変位を掛けた値が地震計における振子の復元力である。

この非線形ばねにより支持された振子系において振子質量を m 、減衰係数を λ 、ばね定数を $k(x)$ 、入力加速度を $\ddot{y}$ 、振子の変位を x とすると運動方程式は次式で表される。

$$m\ddot{x} + \lambda\dot{x} + k(x)x = -m\ddot{y} \quad (2)$$

この(2)式に Fig. 6 に示される非線形ばねのばね定数の式

$$k(x) = ax^2 + c \quad (3)$$

(a, c は、ばねの材料と形状で決まる定数)

を代入すると、振子の運動方程式は

$$\ddot{x} + (\lambda/m)\dot{x} + (a/m)x^3 + (c/m)x = -\ddot{y} \quad (4)$$

となる。(4)式は、対称形復元力を有する粘性減衰系のダフティング方程式の強制振動の式 [小堀 (1982)] として知られている。この方程式は非線形であるため、振動数応答特性は入力振幅の大きさに依存する。したがって、実際の非線形ばねを利用した地震計では、入力振幅に対する応答特性を事前に評価するため、(4)式を用いてこの振子の挙動を調べる。

$$\lambda/m = 2h\omega_0 \quad (5)$$

ここで、 $\omega_0^2 = c/m$ 、 $\omega_0 = 2\pi f_n$ であるから、振子質量 $m = 1$ kg、固有振動数 $f_n = 1.17$ Hz、減衰定数 $h = 0.5$ の地震計で、約1Hz地震計用に製作され保持力が約0.17kgのばねの中から Fig. 6 に示す非線形ダイヤフラムばねを6枚並列に組み込んで使用する場合の総ばね定数 ($k = 3.22 \times 10^6 x^2 + 54.27$) を用いてその応答を数値計算で求めた

Fig. 10. Frequency response ratio of a vertical seismometer with input oscillation amplitudes of 1, 2, 3, and 4 mm.

[小堀 (1982)].

入力変位を 1, 2, 3, 4 mm とし、各変位入力振幅に対する振動数応答特性と線形ばね振子の応答特性の比を Fig. 10 に示す。これらの結果から、1 mm の入力では非線形ばね使用による影響は無視できるが、入力変位の増大とともに、固有振動数付近の応答振幅特性が増大する。また、固有振動数の高振動数側への転移により、振動数応答曲線のピークが高周波数側に傾斜した背骨曲線 [神保・古川 (1964)] が顕著になる現象も生じさせることになる。

以上から、このタイプの地震計は小振幅測定に適していることがわかる。汐見・他 (2005) は、Hi-net で観測された大振幅の振動を解析し、変位波形に変換した際に片振幅で 1 mm 以上となる場合に、観測記録が異常である可能性が高いことを示した。Fig. 10 から、波形歪の影響から逃れるためには、1 mm の振動測定範囲内で使用することが望ましいことが分かる。また、固有振動数成分が含まれる波形では、当然のことながら過大入力に留意することが必要である事を表している。一般的に、非線形振子は固有振動数付近でジャンプ現象や履歴現象を起こすため、非線形方程式特有の問題が発生することに留意する必要がある。したがって、測定範囲の検討は事前に行うべきである。

4.2 地震計の傾斜と固有振動数への影響

次に、非線形ダイヤフラムばねを組込んだ上下動地震計が、鉛直軸に対して傾いた時の特性について述べる。可動軸が鉛直方向に対して θ だけ傾斜すると、振子質量に加わる可動軸方向の重力加速度成分は $g \cos \theta$ となる。

このため、振子の中立点がばね定数の硬い方向にわずかに上昇することになるとともに、固有振動数も高くなる。実際に、振子の可動軸の傾斜によってばねに加わる負荷が減少した時、その負荷の減少量に見合う振子の静的変位量を Fig. 5 から読み取り、その変位量を Fig. 6 のばね定数と変位の関係式に当てはめると、可動軸の傾斜に見合う振子の静的変動に伴うばね定数の変化が計算できる。Fig. 11 にこのばね単体を測定した特性値から計算した固有振動数と地震計の傾斜の関係を示す。□印は、1 Hz 上下動地震計を実際に傾斜させた時の各傾斜角での固有振動数の実測値であり、傾斜 3 度で 5%、5 度では 10% 程度固有振動数が高くなる。一方、計算値に基づく固有振動数の変化は、実測値より有意に大きくなっているが、測定範囲を超える大きな変形領域では、モデル化した梁の仮定条件を逸脱し、3 次式だけでは近似できない変形を含んでいるためと思われる。

これまで Hi-net のボアホール掘削に際しては、上下動地震計に対する傾斜補正装置を含めていないため、許容傾斜角を 3 度以内としているが、傾斜角 3 度以内であれば固有振動数の変化は 5% 以内に収まるという実験結果は、ボアホール掘削における傾斜角の制限に対して一定の根拠を与えたことを意味する。

§5. ま と め

多くの地震計で使用されている非線形ダイヤフラムばねについて、実験および考察に基づいて、以下の特徴を明らかにした。

- 1) 非線形ダイヤフラムばねの最小ばね定数は、成型さ

Fig. 11. Natural frequency shift caused by the tilt of a vertical seismometer. Squares and dashed line with circles indicate measured and calculated values, respectively.

れたばねの初期変形量とは線形の関係にあり、変形量が大きければばね定数が小さくなる。

- 2) 平坦なダイヤフラムに初期変形を与えて成型した非線形ダイヤフラムばねは、その変位が動作点を中心に対称であり、その中心を離れるに従い、2次曲線に乗る形でばね定数が強くなる。そのため、地震計の傾斜とともに固有振動数が上昇する。
- 3) 初期変形がない平坦なダイヤフラムばねにおいても、動作点を中心に変位に対して2次曲線に乗る形でばね定数が強くなり、非線形ばねと同様な特性を示した。
- 4) 復元力としてのばね効果に関しては、必ずしも初期変形を与えられた非線形ばねだけが動作振幅に対して非線形性を有するのでなく、ばね部分に対する様々な機械的拘束により、平坦なばねもある程度の非線形特性を有していることを示している。
- 5) このことは、非線形ばねの初期変形量だけが振幅に対する非線形の原因ではなく、ダイヤフラムばねの平面形状に起因するばね定数の変化であり、この種のダイヤフラムばねを用いた直動型地震計から得られた振動データを精密に解析する場合には、非線形ばね、平坦なばねに関わりなく同様な配慮が必要であることを示唆している。

- 6) 上記のようなばねに非線形特性があっても、標準仕様の動作振幅内では、実用上十分線形特性と考えても問題ない。しかし、同時に振子の設計仕様を超える過大入力があった時、それが固有振動数付近では少なからぬ影響がある。

以上の結果は、関係者には既知であっても漠然と認識されていたことも多く、今回の実験でそれらの現象の原因を改めて明らかにできたと考えている。

観測データの利用者は、本来、線形ばねを使用すべきところに非線形ばねを採用し、近似的に線形とみなせる極わずかな部分を利用していることを正しく認識した上で、精密な地震波解析を進めることが重要である。上述の通り、非線形ダイヤフラムばねを振子のばねとして利用することは、特に上下動成分では非常に有効である。小型の地震計でも重い振子質量の振子系を構成できるほか、その動作点付近では弱いばねとして作用するため、外乱や雑音に強く、大きな増幅特性が得られる低固有振動数の振子となる。逆に、動作中立点に至るまでは硬く強いばねとして機能するため、線形ばねでは大きな静たわみとなるところが小さな静たわみで済み、地震計の小型化や実質的なばね長の短縮とそれに伴うサージングなどを起因とする高調波共振の排除など、地震計としての特性向上を実現させている。

今回、高感度微小地震観測に数多く利用されている、1 Hz 上下動地震計の主要部材のひとつである非線形ダイヤフラムばねについて実験・解析を行ない、この非線形ばねを使用した地震計の特性把握や使用上の問題点を主眼に検討したが、今後は他の地震計に使われている非線形ばねの解析も行い、さらに設計側に必要となるばねの非線形特性の材料力学的見地からの検討も報告したい。

謝 辞

ボアホール用上下動地震計の開発に当たっては、防災科学技術研究所（旧国立防災科学技術センター）の多くの方々、及び高木章雄東北大学名誉教授にご協力、ご指導をいただきました。また電気磁気材料研究所増本 健理事長より新しいばね材料の提供と技術指導をいただきました。また本稿を改善するにあたり匿名の査読者および加納靖之編集委員より有益なご指摘をいただきました事に感謝いたします。

文 献

- 明石和彦・福尾信平, 1977, ボアホール型地震計及びひずみ計, 精密機械, **43**, 111-117.
- Aki, K. and P.G. Richards, 1980, Quantitative Seismology, Theory and Methods. Volume I, W.H. Freeman, San Francisco, 557pp.
- Aki, K. and P.G. Richards, 2002, Quantitative Seismology, 2nd ed., University Science Books, Sausalito, 700pp.
- Chen, S.J. and C. Dalton, 1983, Theoretical and experimental approaches to the geophone spurious frequency, Geophys. Prospect, **31**, 574-590.
- 電気磁気材料研究所, 2010, 材料の諸特性, <<http://www.denjiken.or.jp/d-hm/business/property.html>>, (参照 2010-2-15)
- Forbes, C.B., R. Obenchain, and R.J. Swain, 1965, The LASA sensing system design, installation, and operation, IEEE, **53**, 1834-1843.
- 古川英一, 1966, 振動および衝撃測定, 誠文堂新光社, 375pp.
- Green, P.E., R.A. Frosch Jr., and C.F. Romney, 1965, Principles of an experimental large aperture seismic array (LASA), IEEE, **53**, 1821-1833.
- 萩原尊禮, 1966, 地震の観測, 科学, **8** (7), 342-347.
- Holmes, R.C. Jr., 1973, Seismometer with spring spider suspension, US Pat. 3718900.
- 堀内寛二・石坂昭夫・鹿熊英昭, 1997, 低周波振動計用ダイヤフラムばねの解析, 精密工学会秋季学術講演論文集, **2**, 371.
- 神保泰雄・古川英一, 1964, 工業振動学演習, 学献社, 289pp.
- Johnson, W.P., 1969, Spring suspension for a low-frequency geophone, US Pat. 3451040.
- 気象研究所地震火山研究部, 1980, 海底地震常時観測システムの開発, 気象研究所技術報告, **4**, 39.
- 小堀与一, 1982, 工業技術者のための微分方程式読本, 工学図書, 282pp.
- 黒田 徹・阿部 進, 1999, データ取得技術, 物理探査ハンドブック 2: 手法編 1章-4章, 物理探査学会, 26-48.
- Lee, W.H.K., P. Jennings, C. Kisslinger, and H. Kanamori (Eds.), 2002, International Handbook of Earthquake & Engineering Seismology, Part A, Volume 81A, Academic Press, 1200pp.
- 西村太志, 1990, L-4C 型短周期地震計の固有周波数とダンピング定数の検定, 地震 2, **43**, 279-282.
- Obara, K., K. Kasahara, S. Hori, and Y. Okada, 2005, A densely distributed high-sensitivity seismograph network in Japan: Hi-net by National Research Institute for Earth Science and Disaster Prevention, Rev. Sci. Instrum., **76**, 021301-1-021301-12, doi:10.1063/1.1854197.
- Oliver, J. and L. Murphy, 1971, 'WWSSN: Seismology's global network of observing stations', Science, **174**, 254-261.
- Press, F., 1959, The need for fundamental research in seismology: A summary of the report of the panel on seismic improvement, Transactions, American Geophysical Union, **40**, 212-221.
- Riedesel, M.A., J.A. Orcutt, and R.D. Moore, 1990, Limits of sensitivity of inertial seismometers with velocity transducers and electronic amplifiers, Bull. Seism. Soc. Am., **80**, 1725-1752.
- 汐見勝彦・小原一成・笠原敬司, 2005, 防災科研 Hi-net 地震計の飽和とその簡易測定, 地震 2, **57**, 451-461.
- 汐見勝彦・小原一成・針生義勝・松村 稔, 2009, 防災科研 Hi-net の構築とその成果, 地震 2, **61** 特集号, S1-S7.
- 高橋 博, 1970, 関東南部における異常地殻活動に関する特別研究, 地震予知連絡会会報, **4**, 40.
- 高橋 博, 1982, 深層観測によって明らかにされた関東地方の微小地震活動の特性について, 国立防災科学技術センター研究報告, **28**, 1-104.
- 友田好文・鈴木弘道・土屋 淳 (編), 1985, 地球観測ハンドブック, 東京大学出版会, 850pp.
- Webb, S.C., T.K. Deaton, and J.C. Lemire, 2001, A broadband ocean-bottom seismometer system based on a 1-Hz natural period geophone, Bull. Seism. Soc. Am., **91**, 304-312.
- Yamada, R., I. Yamada, H. Shiraishi, S. Tanaka, Y. Takagi, N. Kobayashi, N. Takeuchi, Y. Ishihara, H. Murakami, K. Yomogida, J. Koyama, A. Fujimura, and H. Mizutani, 2009, Capability of the penetrator seismometer system for lunar seismic event observation, Planetary and Space Science, **57**, 751-763.