松代において遠地地震の Magnitude を決める式 および Magnitude と Energy との関係

松代地震観測所 長 宗 留 男・関 彰
(昭和 32 年 7 月 4 日受理)

Determination of Earthquake Magnitudes from Surface Wave Data at Matsushiro Seismological Observatory, and the Relation between Magnitude and Energy.

Tomeo NAGAMUNE and Akira SEKI
(Received July 4, 1957)

1) The formulas have been deduced by the method of least squares by which to determine the magnitude M of a distant shallow-focus earthquake from surface wave data obtained at Matsushiro Seismological Observatory. These are

$$M = \log A + 1.32 \log \Delta + 4.11 \quad (\text{for 30 sec period}) \quad (2)$$

and $M = \log A + 1.31 \log \Delta + 4.28 \quad (\text{for 20 sec period}), \quad (3)$

where A is the surface wave ground amplitude expressed in micron, Δ the epicentral distance in 1,000 km and $\log$ is the common logarithm.

If, instead of the amplitude A , we use (A/T) which is proportional to the ground velocity, we get from the equations (2) and (3),

$$M = \log (A/30) + 1.32 \log \Delta + 5.58 \quad (4)$$

and $M = \log (A/20) + 1.31 \log \Delta + 5.58 \quad (5)$

which are almost exactly the same. We may write

$$M = \log (A/T) + 1.31 \log \Delta + 5.58. \quad (6)$$

2) The energy E' of RAYLEIGH waves has been calculated for each of 16 selected shallow earthquakes, using seismograms obtained with the Galitzin and the Long Period seismographs working at Matsushiro. The magnitudes of the earthquakes range from 5.4 to 8.1. The energy E' and the magnitude M have been found to be connected as follows

$$\log E' = (1.98 \pm 0.074) M + (6.65 \pm 0.48). \quad (9)$$

If the total energy E of an earthquake is assumed to be twice the energy of RAYLEIGH waves, then follows the relation:

$$\log E = 1.98 M + 6.95. \quad (10)$$

§ 1. ま え が き

RICHTER が地震の規模を数量的に表わすために、Magnitude “ M ” を定義してから 20 年余りになるが現在では世界中の多くの地震観測所で M を決めるようになった。しかし、各観測所で独自に決めている M はその観測所における記象振幅から求めたものであり、一方地震の発震機構を考えに入れると、震源に対していろいろな方位・距離で出来るだけ多くの観測点で求めた M の平均値をもつてその地震の M とみるのがもつとも妥当と思われる。そのため

には適当なばらつきをもつて、なるべく多くの観測所で、近地々震および遠地々震について M を決められることが望ましい。

松代でも Wood-Anderson の標準地震計があつて、主として近地々震のためにはこれで事足りるが、遠地々震や最遠地々震に対しては特に大きいものの他は測定出来ない。一般に遠地々震の M を決めるためには、もつと高倍率の地震計による実体波や表面波を使う方法が用いられているが、今回は表面波の振幅から浅い地震の Magnitude を決めるための式をつくつた。また 16 個の地震について、Rayleigh 波の Energy を計算して、Magnitude との関係調べた。

§ 2. 資料および求められた式

1954 年末から約 1 年半の間の、浅い遠地々震の中で M のあたえられている適当なものを

Fig. 1. Materials used in the present paper, for 30 sec period.

Fig. 2. Materials used in the present paper, for 20 sec period.

えらんで、周期 30 秒および 20 秒の Rayleigh 波の水平振幅を、それぞれ別個に読取つた。 M の値は B.C.I.S. の報告にのっているものを採用し、使用した資料は 30 秒周期のもの 75 個、20 秒のもの 147 個である。これらは M の大きさによつて 0.5 ずつに区分して Fig. 1 および Fig. 2 に示してある。図中 A はミクロンであらわした地震の水平振幅である。表面波は、その径路が大洋か大陸かによつて減衰の割合も異なる。従つて大洋径路のものと大陸径路のものと別々に式をつくつておいたほうがよいの

であろうが, それだけの資料もないので両者を一緒にして取扱うことにする.

$$M = \log A + \alpha \log \Delta + \beta \quad (1)$$

ここで, A はミクロン単位の地動水平振巾, Δ は 1,000 km 単位の震央距離とおき, 上の資料を使つて, 最小自乗法で係数を決める.

これらの資料の元になる M は, 多くの観測所で決めた値の平均をとることを主眼としたが, 中にはただ 1 ケ所の値だけしかないもの, 2 ケ所のもの, 3 ケ所のものなどあるので, 数の多少によつて適当に weight をかけて, M に精度の差をつけたほうがよいであろう(註 1). 簡単のために, ただ 1 個のものと, 2 個以上のものとは大別して後者に 2 倍の weight をかけて計算すると次のようになる,

$$T = 30 \text{ 秒のもの: } M = \log A + 1.32 \log \Delta + 4.11 \quad (2)$$

$$T = 20 \text{ 秒のもの: } M = \log A + 1.31 \log \Delta + 4.28 \quad (3)$$

(2), (3) 式で $\log \Delta$ の係数は, 両者等しいとみてさしつかえない. 上の 2 つの式の振巾の代りに, 地動速度をとつて書き直すと

$$M = \log \left(\frac{A}{30} \right) + 1.32 \log \Delta + 5.58 \quad (4)$$

$$M = \log \left(\frac{A}{20} \right) + 1.31 \log \Delta + 5.58 \quad (5)$$

あるいは,

$$M = \log \left(\frac{A}{T} \right) + 1.31 \log \Delta + 5.58 \quad (6)$$

となり, A の代りに A/T をとることにすれば, いずれの場合でも, (6) 式 1 つで間に合う.

(2) および (3) から決めた M を M_M として $(M_M - M)$ と M , または, $(M_M - M)$ と Δ との関係調べてみると, 別に系統的なものはみられない.

表面波によつて M を決める場合には, 普通 GUTENBERG-RICHTER の例にならつて, 周期 20 秒付近の波の水平振巾を使用することとして, それに対する式をつくつてゐる. 次に他の観測所で使つてゐる式¹⁾を, 今回求めた (3) 式と比較してみよう. 各観測所に対する式は, 次の通りである.

$$\text{Matsushiro} \quad : \quad M = \log A + 1.31 \log \Delta + 0.37$$

註 1): 1 ケ所の値だけしかないものは, 30 秒周期のもので 75 個中 21 個, 20 秒周期のもので 147 個中 35 個である. これらを全部一様にして取扱つて係数を求めると.

$$M = \log A + 1.45 \log \Delta + 4.00 \quad (30 \text{ 秒に対して})$$

$$M = \log A + 1.31 \log \Delta + 4.28 \quad (20 \text{ 秒に対して})$$

となる.

Rome	: $M = \log A + 1.526 \log A - 0.683$
Graz	: $M = \log A + 1.60 \log A - 1.20$
Strausbourg	: $M = \log A + 1.62 \log A - 1.35$
Wien	: $M = \log A + 1.64 \log A - 1.37$
Pasadena	: $M = \log A + 1.656 \log A - 1.520$
Praha	: $M = \log A + 1.66 \log A - 1.25$
Hurbanovo	: $M = \log A + 1.66 \log A - 1.36$
Skalnáté Pleso	: $M = \log A + 1.66 \log A - 1.41$
Toledo	: $M = \log A + 1.916 \log A - 2.563$

ここで, A はミクロン単位の地動水平振巾, A は km 単位になおしてある.

Fig. 3. Relation between α and β .

これらの式で, $\log A$ の係数 (α) と常数項 (β) とは, 観測所によつてそれぞれ異つた値をあたえているが, これら 10 組の α, β をプロットしてみると, Fig. 3 に示すように直線的関係がある(註 2), すなわち 2 つの量の間には

$$\alpha = (1.38 \pm 0.010) - (0.20 \pm 0.007)\beta \quad (7)$$

なる関係がある.

§ 3 Magnitude と Rayleigh 波の Energy (E_R) との関係

地震の Magnitude と Energy との結びつきは, GUTENBERG-RICHTER によつて以前から詳しく検討されており, また他の人々によつて求められた結果もいくつかある.

ここでは上に使つた地震記象の中から 16 個のものをえらんで, Rayleigh 波の Energy (E_R) を計算し, M との関係調べてみる.

註 2): 坪井忠二博士は, 日本各地の観測所において, 最大振巾を使つて M を求める式を計算され, 各観測所に対する式 ((1) 式と同型) の係数 α, β がやはり直線的関係になることを示された (地震のマグニチュード M について, 地震 II, 10, 18.).

JEFFREYS によれば Rayleigh 波の Energy は, ポアリン比 $\sigma = 1/4$ として次の式で求められる,

$$E_R = 4\pi^3 \rho r_0 \sin \Theta e^{k\Delta} \int HVA^2 T^{-2} dt \quad (8) \text{ (註 3)}$$

ここで

ρ : 密度,

r_0 : 地球の平均半径,

Θ および Δ : 度および km で表わした震史距離,

H : $1.1\lambda = 1.1TV$,

k : 吸収係数,

V : 位相速度,

A : 水平振巾,

T : 周期,

である.

今回計算した地震は 1つの例外はあるが, 全て太平洋経路のものである. $\rho = 3.3 \text{ gr/cm}^3$, $r_0 = 6.37 \times 10^3 \text{ km}$, $V = 4 \text{ km/sec}$, $k = 3 \times 10^{-4} \text{ km}^{-1}$ において, Galitzin 地震計および 1 トン地震計の記象から求めた結果は表および Fig. 4 に示す通りである. ここで

Fig. 4. Relation between $\log E$ and M .

M は(2)および(3)式から求めた値の平均値である. これだけの資料から, $\log E_R = aM + b$

註 3): 記象紙上で相次ぐ零点間の時間 ($T/2$) を読取り, この間では A および T は一定とし, また位相速度 V を一定と仮定して積分の外に出すと, (8) 式の積分は次のようになる.

$$\int HVA^2 T^{-2} dt = V^2 \sum_i \left(\frac{A_i^2}{T} \right) \Delta t = 0.5 V^2 \cdot \sum_i A_i^2$$

従つて, 相次ぐ山および谷の振巾を読取り, それに対する地動振巾を求めれば (8) 式から E_R が計算される.

Table 1. Earthquakes used in the energy computation.

Date	Epicenter	Distance	$\log E_R$	M
1955, Jan. 13	53N., 167½W. Aleutian Is.	40.1°	20.73	7.0
Feb. 27	28½S., 175.0W. Kermadec Is.	77.4	22.75	8.1
May 17	6.6N., 94.0E. Nicobar Is.	50.0	22.13	7.8
Oct. 10	5½S., 153.0W. New Britain	44.9	22.23	8.0
1956, Jan. 26	10N., 124E. Mindanao	29.5	16.95	5.4
Feb. 22	5S., 67E. Chagos Is.	77.9	18.91	6.0
March 3	15S., 173½W. Samoa Is.	68.2	19.18	6.7
March 3	23½N., 94½E. Burma India border	39.7	18.01	5.9
March 18	6N., 93E. Nicobar Is.	51.3	18.55	6.0
March 19	6S., 150E. New Britain	43.8	19.12	6.2
April 7	36.0S., 177.0E. New Zealand	79.7	18.30	5.7
April 18	52.0N., 178.0W. Aleutian Is.	34.2	18.71	6.3
April 22	6S., 151.½E. New Britain	43.5	18.92	6.3
April 25	17S., 175E. Fiji Is.	63.0	18.70	6.2
May 22	15½S., 173W. Samoa Is.	68.7	18.96	6.4
June 12	9S., 110W. Pacific Ocean	112.8	19.11	6.2

とにおいて最小自乗法により係数を定めると

$$\log E_R = (1.98 \pm 0.074)M + (6.65 \pm 0.48) \quad (9)$$

となる.

Fig 4 には, GUTENBERG-RICHTER の最近の $\log E$ と M との関係²⁾, および BATH が Kirna の記象から計算した $\log E_R$ と M との関係³⁾を一緒に示してある. BATH は地震の総エネルギー (E) を, $\log E = 2.0M + 7.2 + \log(x/2)$ (x は地震波の総エネルギーと Rayleigh 波の Energy との比) とにおいて, 極く浅い地震に対しては, $x=2$ と仮定している. Rayleigh 波の Energy は地震全体の Energy の中で, どの位の部分を占めているかはわからないが, 震源の浅い地震では, 総エネルギーは Rayleigh 波の Energy の大体 2 倍位として大きな間違いはないようである⁴⁾. $E=2E_R$ と仮定すれば, (9)式から

$$\log E = 1.98M + 6.95 \quad (10)$$

が得られる.

§ 4. あとがき

Rayleigh 波の振巾を使つて, 松代において遠地地震の Magnitude を決める式を最小自乗法によつて求めた. ただしこれは浅い地震にのみ適用されるもので, 震源が深さをもっている場合には, 別に深さに対する補正項を求めるか, あるいは他の方法によらなければならない.

また, Rayleigh 波の Energy を計算し, Magnitude と Energy との関係を調べた. 地震

全体の Energy を Rayleigh 波の Energy の 2 倍と仮定すれば, B_{ATH}° がやはり Rayleigh 波から求めた結果と大体同じ関係になる.

文 献

- 1) Båth, M.: The Problem of Earthquake Magnitude Determination. Trav. Sci. Assn. Scis., IUGG, fasc. 19, pp. 5-93, 1956.
- 2) Gutenberg, B. and Richter, C. F.: Earthquake Magnitude, Intensity, and Acceleration (Second paper). Bull. Seism. Soc. Am. 46. 105 (1956).
- 3) Båth, M.: The Relation between Magnitude and Energy of Earthquakes. Trans. Amer. Geophys. Union 36. 861 (1955).
- 4) —: 同 上