爆破地震動における震源附近の弾性波

名古屋大学理学部地球科学教室 飯田 汲 事・青木 治 三

(昭和 33 年 11 月 8 日受理)

Elastic Waves Near Explosive Seismic Origin

Kumizi IIDA and Harumi AOKI

Institute of Earth Sciences, Faculty of Science, Nagoya University

(Received Nov. 8, 1958)

The state of stress and seismic wave attenuation characteristics near an explosive seismic origin in a viscoelastic medium are investigated. For this purpose, the seismic records obtained by the Seismic Exploration Group of Japan are analysed. In the experiments the SIE magnetic tape recording system and ETL three-element-type detector are used. The seismic records are obtained at four points, 15, 45, 75, and 105 meters apart from the source. These points are all 12 meters in depth under the ground.

The wave attenuation characteristics are obtained by the comparison of Fourier components of bodily waves at various distances from the seismic origin. The attenuation law can be approximately explained by the viscoelasticity of Voigt type of the medium. An approximate law of the decrease in amplitude with distance is determined. The decrease in amplitude with distance r is intermediate between $\frac{1}{r}e^{-\alpha r}$ and r^{-n} ($n = 2.22$).

The state of stress near seismic origin is deduced from the wave velocity and the coefficient of viscosity. The model of wave generation mechanism is assumed. The theoretical wave motion resulting from the application of a pressure pulse of a form $p_0(1 - e^{-\alpha t})$ to the interior surface of a spherical source agrees with the observed motion if the radius of spherical cavity equal to 5~10 meters is assumed.

§ 1. 緒 論

爆破地震動の場合、震源附近の状態を地震波の解析から調べるためには、初動附近の実体波が有用であることはよく知られている¹⁾⁸⁾。

しかし、実際には、表面波の介入により解析が困難になることが多い。表面波と実体波が分離される程度に観測点を選ぶと波動の減衰が完全弾性体のそれより遙かに急激で、少なくとも爆破地震動に関する限り、完全弾性体の仮定は許されそうもない。

したがって、我々は、震源附近の状態を知るために、まず、媒質の粘弾性的な性質を求め、それから爆破点近傍の力学的性質を調べることにした。

§ 2. 実 験

実験地の状態は Fig. 1 に示したように、粘土を主体としたほとんど水平の地質構造で、図の左側はボーリングによる結果である。右側は、別に、地震探鉱実験グループにより得られた

Fig. 1. Driller's log at the site of experiments, section of shot and detector holes and velocity distribution determined by the Seismic Exploration Group of Japan.

地下構造⁶⁾である。

爆破点及び受震器の配置は 12 m の深さにあり、震源距離は 15, 45, 75, 105 m である。

受震器は E. T. L. 3 成分 27 サイクルで、記録は SIE 磁気録音型探鉱器によつた。

爆破点での弾性波の速度は 810 m/sec であるが、その 1 m 上方からは 630 m/sec となるため、境界面による実体波の歪は入る可能性がある。しかし、この影響は考慮しないことにする。

初動は震源距離 $r=15, 45, 75$ m まで直接波であるが、105 m では地下 30 m 以下の部分からくる屈折波である。

つぎに表面波であるが、受震器の深さから考えて、この影響は当然考慮されなければならない。事実、震源距離 $r=15$ m では、表面波らしいものは見当たらない例が多いが、 $r=45$ m 以上では表面波の振巾は実体波のそれより大きい。しかし、 $r=75$ m では表面波と実体波の分離がよくなるので少なくとも初動から山 2 つまでは実体波である。したがつて、初動実体波の解析には、この 2 点での記録を利用するのが妥当である。そのなかでも、直接波の山、谷の数の少ない例は記録番号 II-10 の data である。また、この記録を得るために使用した爆破孔は初めて使つたので、震源附近が自然状態に近いという点で解析に最も適している。

§ 3. 記録番号 II-10 の振動

3 成分の記録のうち、測線方向の振動が卓越していて、それに直角な水平方向は山、谷の対応が全くつかず、振巾も小さいので単なる noise と考えられる。垂直成分は測線方向の水平成分に似ているが、振巾は小さいので無視してよいであろう。

薬量は $2.25 \text{ kg} \times 1/4$ のダイナマイトで、爆破孔及び受震器の孔はほとんど地表まで水で満されている。Fig. 2 はその測線方向の記録である。記録の振巾が少し大きくなると saturate すると思われるふしがあるので、解析に使用した波形は図中点線で示した部分である。

振巾の減衰を調べるためには、受震器の感度の比と増巾器の gain が必要であるが、前者に

Fig. 2. Radial components of ground motion from a shooting of 2.25 kg $\times$ 1/4 of dynamite. (Record No. II-10).

については、雷管により、また石油資源開発会社による測定では $r = 15, 75$ m の data を用いる限り 12:11 としてよい。後者は、地震動の記録の前後に一定の出力を示す oscillator を入力として記録させたので、相対的な振巾は比較できる。

§ 4. 波 動 の 減 衰

波動の減衰の大きさは、大体、減衰曲線の型を r^{-n} とすれば $n = 2.22$ となつて、完全弾性体の場合とはかなり離れた値を示す。このような大きな減衰を粘性の立場から説明する試みは種々なされているが^{2), 4), 5), 9), 10), 12)}、いずれも粘性係数が小さいと仮定するか、球面波の影響を $1/r$ の形に取り入れる程度の解析方法が採用されている。

この実験のように、波長に対して、震源距離が小さいことを考えあわせると従来の方法では不充分である。

実際の記録について粘性を求めるには2点あるいは、それ以上の点での記録を Fourier 分析して各成分につき振巾、位相の比較をするのが望ましい¹⁾。しかし、表面波と実体波の分離は完全でないので、まず、表面波のない $r = 15$ m の記録から、その Fourier 成分を求め、それに適当な粘弾性の model を使用して逆に他の点における波形を求める。その波形が観測と合うようにすれば粘弾性的な性質が知れるであろう。

粘弾性の model としては RICKER¹²⁾ 等により広く採用されている Voigt type の粘性を考えることにする。

変位を u 、速度ポテンシャルを ϕ とすれば

$$\left. \begin{aligned} u &= -\partial\phi/\partial r \\ \frac{\partial^2(r\phi)}{\partial t^2} &= \left(c^2 + k^2 \frac{\partial}{\partial t}\right) \frac{\partial^2(r\phi)}{\partial r^2} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

は球対称での波動方程式である。ここで、 k^2 は粘性係数、 c は通常の意味での弾性波の速度である。議論を簡単にするために、物理量を次のように dimensionless にする。

$$\left. \begin{aligned} \text{時 間;} & \quad t' = (c/\delta)t \\ \text{角周波数;} & \quad p' = (\delta/c)p \\ \text{距 離;} & \quad r' = r/\delta \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

未知数は c, k^2 の 2 つであるから、計算される波形と実際の波形とを合わせる 2 つの点は最大振巾の比とその現われる時間差（位相差）と考えればよい。

このような解析は trial and error によりなされるので種々の k^2, c の値について振巾、位相差を与えるためのノモグラムを用意しなければならない。dimensionless の形で次のようにパラメーター ξ, η を定める。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= (k^2/c\delta) p' = (k^2/c^2) p \\ 1/\eta &= k^2/c\delta \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

一般に、電磁型の受震器は純粋な物質速度を記録することにはならないが、2 点で使用した計器の特性が同じであれば、その 2 点にはさまれる部分の粘性は次のようにして決定される。

点 A, B での物質速度の Fourier 成分を $v_A^*(p), v_B^*(p)$ 、記録されたものについて $V_A^*(p), V_B^*(p)$ 、 AB 間の媒質を一種の filter とみなして、それを $T(p)$ 、計器の振動特性を M とすれば

$$V_B^*(p)/V_A^*(p) = Mv_B^*(p)/Mv_A^*(p) = MT(p)v_A^*(p)/Mv_A^*(p) = T(p) \quad (4)$$

であるから、更に、 $T'(r_A', r_B')$ を球面波の影響として距離に反比例する factor 以外の影響と粘性の影響を示すものと定義すれば

$$T(p) = \frac{r_A'}{r_B'} T'(r_A', r_B') \quad (5)$$

(1) で表わされる Voigt model に対する $T'(r_A', r_B')$ を求めると、

$$\left. \begin{aligned} T'(r_A', r_B') &= \sqrt{\frac{(p'\gamma + 1/r_B')^2 + (p'\beta)^2}{(p'\gamma + 1/r_A')^2 + (p'\beta)^2}} \exp \{-\gamma p'(r_B' - r_A')\} \\ &\quad \times \exp \{-ip'\beta(r_B' - r_A') + i \tan^{-1} p'\beta / (p'\gamma + 1/r_B') - i \tan^{-1} p'\beta / (p'\gamma + 1/r_A')\} \\ r &= \sqrt{(\sqrt{1+\xi^2}-1)/2(1+\xi^2)} \\ \beta &= \sqrt{(\sqrt{1+\xi^2}+1)/2(1+\xi^2)} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

単位の長さ δ を 15 m として Fig. 3 には $T'(1, 5)$ のノモグラムを示した。図を見やすくするために $\xi\eta (= p')$ を横軸、縦軸に η をとり実線は、 $|T'(1, 5)|$ 、点線は $\angle T'(1, 5)$ をあらわす。

$\xi\eta$ が小さいところで $|T'(1, 5)|$ が小さいのは球面波であるための影響で、左側で小さいのは粘性の影響である。 $\angle T'(1, 5)$ は η がかなり小さくなるまでは $\xi\eta$ に比例し、その比例定数 ($\equiv 1/c$) は η にはあまり関係しない。

多くの場合波形の Fourier 成分の位相は角周波数に大体比例し、最大振巾は $\int_0^\infty |V_A^*(p)| dp'$

Fig. 3. Nomogram for wave propagation.

— $|T'(1, 5)|$
 ----- $\angle T'(1, 5)$ (in radian)

で与えられるとみてよい。したがって、観測された波動の最大振巾の比が Kr_A'/r_B' ならば

$$\frac{\int_0^\infty |V_A^*(p)| \cdot |T'(r_A', r_B')| dp}{\int_0^\infty |V_A^*(p)| dp} = K. \quad (7)$$

同時に、最大振巾の時間のずれ t_{AB} も一致しなければならない。A 点での Fourier 成分の位相が p に比例しない場合は

$$\angle T(r_A', r_B') = t_{AB} p_{B, \max} + \frac{p_{B, \max}}{p_{A, \max}} \cdot \angle V_A^*(p_{A, \max}) - \angle V(p_{B, \max}) \quad (8)$$

となるように $\angle T(r_A', r_B')$ を求める。ここで、 $p_{A, \max}$, $p_{B, \max}$ は A 点, B 点での最大の Fourier 成分を示す角周波数である。

Fig. 2 の $r = 15$ m の記録の山, 谷を正弦曲線で結んでできる波形から Fourier 成分が簡単に求められることは佐藤¹³⁾により示されている。このような近似は測定の精度からすれば

Fig. 4. Frequency spectrum of the wave form. ($r = 15$ m. Record No. II-10).

Fig. 5. Observed and calculated wave form with radial distance of 75 m. (Record No. II-10).

充分認められるので、その結果を Fig. 4 に示した。

上述の方法を使用すると、

$$\left. \begin{aligned} K &= 0.14 \\ t_{AB} &= 7.3 \times 10^{-2} \text{ sec} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

にするためには

$$\left. \begin{aligned} \eta \cdot \xi_{B, \max} &= p_{B', \max} = 1.62 & (p_{B, \max} &= 0.27\pi/10^{-2} \text{ sec}) \\ \eta &= 5.2 \\ \xi &= 1.15 \frac{1}{\pi} p \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

とすればよい。これを使用して、 $r = 75 \text{ m}$ での Fourier 成分は Fig. 4 のようになり、波形は Fig. 5 の点線の部分になる。

このように、大部分の波動に対して、最大振巾とその現われる時間は無理なくあわせることはできるが、他の山、谷の振巾、位置、波長の伸び等は一致しているとはいえない。

現段階では、波形にどの程度の誤差があるのか見当をつけることはできないが、周期の伸び

Fig. 6. Attenuation of maximum amplitude of ground motion excluding a factor of $1/r$.

r_A^*/r_B^* の factor は除いてある) で薬量が $2.25 \text{ kg} \times 1/2$ 以下ならば、曲率の点を除けば適当な値を示していることがわかる。

(10) で求めた η, ξ から

$$\left. \begin{aligned} c &= 785 \text{ m/sec} \\ k^2 &= 2.27 \times 10^7 \text{ C.G.S.} \\ k^2/c^2 &= 3.7 \times 10^{-3} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

となるから、初動の立上りから求めた速度 860 m/sec より約 1割小さい。

一方、室内実験によれば、飯田は共鳴法³⁾により、 100 c.p.s. 以上の範囲で粘土の粘性を測

は観測されていない。これは 27 c.p.s. の受震器で 20 c.p.s. 程度の波動を記録させている点に無理があるのかも知れない。

最大振巾の減衰の様子は観測事実と一致しているとみてよい。このとき問題になるのは最大振巾の比だけであるから、最大振巾 $A_{\max}$ は

$$A_{\max} \propto \frac{1}{r} \int_0^\infty |V^*(p)| dp \quad (11)$$

とみてよい。Fig. 6 はこのようにして求めた減衰曲線 (但し、

定している．それによれば固体粘性の値は物質による変動が大きい， k^2/c^2 に相当する量は変化が少なく大体 10^{-4} の order である．上述の 3.7×10^{-3} の値は大き過ぎるが周波数の範囲の食い違いを考慮すれば無理な値ではない．

§ 4. 発震機構

上の結果を利用すれば，線型の仮定が許される限り，震源近くでの物質速度の Fourier 成分を求めることができる．dimensionless の震源距離が 1 と $\frac{1}{n}$ ($n > 1$) の 2 点での Fourier 成分を結びつける operator $T'(1, 1/n)$ は § 3 と同様な方法で

$$T'(1, 1/n) = \sqrt{\frac{p'^2/\sqrt{1+\xi^2}+2np'\gamma+n^2}{p'^2/\sqrt{1+\xi^2}+2p'\gamma+1}} \exp\left\{\frac{n-1}{n}p'\gamma\right\} \\ \times \exp i\left\{\frac{n-1}{n}p'\beta - \tan^{-1} \frac{(n-1)p'\beta}{p'^2/\sqrt{1+\xi^2}+(n+1)p'\gamma+n}\right\} \quad (13)$$

増巾器の特性は数サイクルから 100 サイクル程度迄は flat であるので，受震器のみの補正を行い，更に (13) より $\delta = 10$ m, $\delta = 1.5$ m ($\delta = r$) での物質速度の Fourier 成分を求めると Fig. 7 の鎖線のようになる．ただし，絶対値はわからないので 20 c.p.s. の値を単位に選んである．

受震器の感度は 10 c.p.s. までの測定だけしかないし，また，それ以下の成分が卓越すると思われるので，この Fourier 成分から物質速度の時間的な変化を追求するのは無意味である．したがって，ここではあらかじめ発震機構の model を作り，その model から得られる物質速度の Fourier 成分と実際の Fourier 成分が一致するかどうかで，その model の適否を判定することにした．

§ 5. 発震機構の model

波動方程式 (1) の基本解は

$$\phi = \frac{B(p)}{r} \exp\{ipt - p(r+i\beta)(r-\delta)\} = \frac{B(p)}{r} \phi \quad (14)$$

の形であるから， $r+i\beta = i\kappa$ とおくと，物質速度 $v(t)$ は

$$v(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ipB(p)}{r} \left\{\frac{1}{r} + ip\kappa\right\} \phi dp \quad (15)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} v^*(p) \phi dp. \quad (16)$$

$$\text{ここで} \quad v^*(p) = \frac{ipB(p)}{r} \left\{\frac{1}{r} + ip\kappa\right\} \quad (17)$$

である．(14)，(16) により $v^*(p)$ は球状震源の大きさを δ としたとき， $r = \delta$ での物質速度の Fourier 成分になる． $B(p)$ は境界条件から決定される．境界条件は多くの場合，変位

$u(t)$ にある演算をほどこして得られるから、その演算子を $\mathfrak{A}$ として

$$[\mathfrak{A} u(t)]_{r=\delta} = p(t) \quad (18)$$

これはポテンシャルに関係した ψ を用いれば

$$\left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} B(p) A(p, r) \psi dp \right]_{r=\delta} = p(t) \quad (19)$$

の形で表現される。ここで、 $p(t)$ の Fourier 変換を $p^*(p)$ とすれば、

$$v^*(p) = \frac{ip(1/\delta + ip\kappa)p^*(p)}{\delta A(p, \delta)} \quad (20)$$

となる。 $A(p, \delta)$ は境界条件が与えられれば決定され、例えば、半径 δ の球状空洞に圧力 p_0 が step function の型で加わつたとき

$$A(p, \delta) = (\lambda + 2\mu) \left[\frac{4\mu}{\lambda + 2\mu} \frac{1}{\delta^3} - \frac{4\mu i}{\lambda + 2\mu} \frac{\kappa p}{\delta^2} - \frac{p^2 \kappa^2}{\delta} \right] \quad (21)$$

$p^*(p) = -ip_0/p$ ($p_0 = \text{const.}$) であるから

$$|v^*(p)| = \frac{p_0}{\delta} \frac{1}{|\lambda + 2\mu|} \left| \frac{1/\delta + ip\kappa}{4\mu/(\lambda + 2\mu)\delta^3 - 4\mu\kappa pi/(\lambda + 2\mu)\delta^2 - p^2\kappa^2/\delta} \right| \quad (22)$$

を得る。(1) の条件があるので $\lambda + 2\mu = \rho(c^2 + ik^2p)$ でなければならない。 λ, μ はそれぞれ時間項を含み

$$\lambda = \lambda_0 + \lambda_1 \partial/\partial t, \quad \mu = \mu_0 + \mu_1 \partial/\partial t \quad (23)$$

であるが、横波の data がないので λ , μ を別々に求めることができない. $\lambda_1/\lambda_0 = \mu_1/\mu_0$ と仮定すれば、例えば $\lambda = 2\mu$ (ポアソン比 = 1/3) ならば

$$|v^*(p)| = \frac{p_0 \delta}{\rho} \frac{1}{|c^2 + ik^2 p|} \left| \frac{1 + ikp\delta}{1 - (ikp\delta) + (ikp\delta)^2} \right| \quad (24)$$

である.

震源では距離が小さいので粘性の影響は少ないため $v^*(p)$ を完全弾性体の場合について求めた値との差は小さい. Fig. 7. から解るように観測から求めた震源表面でのスペクトラムの型は殆んど変化しない. それにくらべると (22) から得られるスペクトラムは $\delta = 7.5 \sim 5$ m を境にして型が変わり、ポアソン比をどのように考えても δ は 10 m か、あるいはそれ以上である. 観測の誤差が大きいとしても δ を 5 m 以下にするのは無理である. 結果の一部は Fig. 7 に示してあるが、振動数の大きな成分はどんな場合にも大きくなり過ぎる. この原因は、解析した波形には折れ曲り (特に初動で) を作らずに、なめらかな形にしたことと、加わる圧力の時間変化を step function type にしたためと思われる. 震源では物質速度が大きいから、当然、慣性項は無視できない. したがって、加わる圧力は step function より滑らかな筈である.

次のような圧力が球状空洞の表面に加わるものとする.

$$\left. \begin{aligned} p(t) &= p_0(1 - e^{-k't}) & t \geq 0 \\ &= 0 & t < 0 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Fig. 8. Frequency spectrum at the surface of a cavity.

このように考えると、 $v^*(p)$ は step function の場合の $1/\sqrt{1+(p/k')^2}$ 倍になる。観測と合わせるためには Fig. 8 のように、 $k' = 100$, $\delta = 10$, $\lambda = \mu$ とすればよい。

この他、Mises の降伏条件¹¹⁾を導入して塑性領域を考える方法もあるが、それを一定の球内で起るものとする、step function の場合よりも悪くなる。このような場合には、塑性領域の時間的な変化とか、降伏を生じた部分から出る塑性波等を考慮に入れなければならない。

§ 6. 結 論

以上やや詳細に粘弾性体中の波動について論じたが、Voigt model の粘性機構は第一近似としては認められる。しかし、あまりにこまかなことになると無理な点が出てくる。例えば周期ののびについては理論との一致はよくない。もしこの結果が計測の方法に原因があるとすれば、Voigt model が悪いとはいいいきれないことになる。また以上の議論から振巾の減衰は最大振巾について論じた方が Fourier 成分との結びつきが簡単になることが知れた。理論からはその減衰形式は $(1/r)e^{-\alpha r}$ と r^{-n} の型の間をとっていることが知れる。

弾性波の伝播に対しては粘性の影響は大きい、震源では大勢を変えてしまう程大きなものではない。よつて、このような議論からきめた震源の大きさと、直観的に予想される震源の大きさのくい違いは粘性によつては説明できない。震源から出る大部分の波動は弾性波とは違つたもので、ある距離から先は、それによつて誘発された弾性波が観測されると考えた方がよい。そうすれば、弾性波になるところでの応力変化は当然 step function よりゆるやかなものになる。そして、その位置が $r = 5 \sim 10$ m であるならば、観測の結果と一致するであろう。

なお、本研究に使用した data は 1957 年、山形県酒田市附近の農道において、地震探鉱実験グループの共同実験⁹⁾により得られたものである。この研究は文部省の総合科学研究費（代表者佐々教授）の一部によるものであることを附記して謝意を表する。

文 献

- 1) Collins, F. and Lee, C. C.: Geophysics, **21** (1956), 16.
- 2) Duvall, W. I.: Geophysics, **18** (1953), 310.
- 3) Iida, K. and Ishimoto, M.: Bull. Earthq. Res. Inst. **14** (1936), **15** (1937), **18** (1939).
- 4) Iida, K. and Aoki, H.: J. Earth Sci., Nagoya Univ., **3** (1955), 105.
- 5) ———: J. Earth Sci., Nagoya Univ., **4** (1956), 65.
- 6) 地震探鉱実験グループ会報, No. 13 (1957).
- 7) 飯田汲事・青木治三: 地震探鉱実験グループ会報, No. 16 (1958).
- 8) 笠原慶一: 地震探鉱実験グループ会報, No. 9 (1956).
- 9) Mattice, H. C. and Lieber, P.: Trans. Am. Geophys. Union, **35** (1954), 613.
- 10) Pickett, G. R.: Quarterly of Colorado School of Mines, **50** (1955), No. 4, 1—78,
- 11) Prager, W. and Hodge, P. G.: Theory of perfectly plastic solids, New York, John Wiley & Sons, (1951).
- 12) Ricker, N.: Geophysics, **18** (1953), 10.
- 13) Sato, Y.: Bull. Earthq. Res. Inst., **33** (1955), 33.