$$\left. \begin{array}{l} UV < 0, \text{ for } M^{(1)}, \\ UV > 0, \text{ for } M^{(2)}, \end{array} \right\} \quad (16.8)$$

によつて分類すべきである.

(iii) (14.25) では $XY < 0$, $dY/dX < 0$ の場合しか起り得ない. このことと (16.3) とから, $M^{(1)}$ 波の分散曲線しか存在しないことが判る. 故に計算途上における分類の必要はない.

M 波の特性方程式を

$$X^2 - Y^2 = l^2 \quad (16.9)$$

の形で表現した場合に, (16.9) の内に (16.3) なる条件そのものが含まれているかどうかということは今の段階では, plate の場合からの類推の範囲を出ない. 但し次の節で述べる分散曲線の計算経験よりすれば, (16.3) なる条件は実際に極めて有効である.

第 17.1 図 (a)

第 17.1 図 (b)

成層構造に対する ray theory の適用 (12)

北大理地球物理 田 治 米 鏡 二

(昭和 33 年 7 月 22 日受理)

An Application of the Ray Theory to Stratified Layers (12)

Kyozi TAZIME

Department of Geophysics, Faculty of Science, Hokkaidô University.

(Received July 22, 1958)

§ 17 (i) (14.11) から c/v_s と $\xi H/2$ との関係を計算によつて求めるにあたり, 先ず c/v_s に対する (A, A') または (δ, δ') 及び l を予め計算しておく必要がある. これらを第 17.1 図, 第 17.2 図

及び第 17.3 図に示しておく. ここで注意すべきは, 第 17.2 図において, δ 及び δ' の値は $c/v_s \approx \sqrt{2}$ の附近で極めて急激な変化をしていることである. 故にこの附近の δ 及び δ' を用いて計算した (14.6), (14.8) の A 及び A' , または (14.10) の l の値は何れも精度がよくない. この難点为了避免するためには (14.2) から直接 A 及び A' を算出する必要がある.

また l に関しては

$$l^2 = 2(BC' + AA' - 1) \quad (17.1)$$

に今求めた AA' と次式から算出される BC' とを代入すればよい.

$$\begin{aligned} BC' = & -8 \frac{\bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_1}{\xi \xi} \left(\frac{\bar{\beta}_1^2}{\xi^2} - 1 \right) \left\{ \left(\frac{\bar{\beta}_1^2}{\xi^2} - 1 \right)^2 \right. \\ & \left. + 4 \frac{\bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_1}{\xi \xi} \right\}^{-1} \left\{ 1 + \frac{\bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_1}{\xi \xi} \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (17.2)$$

第 17.2 図 (a)

第 17.2 図 (b)

第 17.3 図 (a)

第 17.3 図 (b)

すると (14.11) の代りに次の表現を得る.

$$\left. \begin{aligned} X &= \sin \left\{ \left(\frac{\bar{\alpha}_1}{\xi} + \frac{\bar{\beta}_1}{\xi} \right) \frac{\xi H}{2} \right\}, \\ X &= (AA')^{\frac{1}{2}} \sin \left\{ \left(\frac{\bar{\beta}_1}{\xi} - \frac{\bar{\alpha}_1}{\xi} \right) \frac{\xi H}{2} \right\}, \\ X^2 \mp Y^2 &= \frac{1}{2} (1 - AA' - BC'). \end{aligned} \right\} \quad (17.3)$$

(17.3) の第 3 式左辺の負及び正の記号は AA' が正である時と負である時に夫々対応している.

$\sigma = 0.25$, $c/v_s = 3$ の場合の計算実例を第 17.5 図に示す. この場合は第 17.2 図から明かな如く, (17.3) の干の符号は + の方を選ぶべきなので,

X 及び $\pm \sqrt{I^2 - Y^2}$ と $\xi H/2$ との関係図が実は第 17.5 図になっている. $M^{(1)}$ 波と $M^{(2)}$ 波との分類は (16.4) の条件に従った. 第 17.5 図から $\xi H/2$ の値を読取ると,

$$\left. \begin{aligned} \xi H/2 &= 0.32 \quad \text{for } M_0^{(1)}, \\ \xi H/2 &= 0.42 \quad \text{for } M_0^{(2)}. \end{aligned} \right\} \quad (17.4)$$

(17.4) の値は TOLSTOY 等¹⁾及び GIESE²⁾が既に求めている値と一致している.

$\sigma = 0.25$, $c/v_s = 2$ の場合は第 17.2 図で A も

第 17.4 図 (i)

第 17.4 図 (ii)

第 17.4 図 (iii)

A' も負となる特殊な点である。この場合は (17.3) の干の符号は - の方を選ぶべきである。 X 及び $\pm\sqrt{l^2+Y^2}$ と $\xi H/2$ との関係は第 17.6 図の如くなり、 X 曲線と $\sqrt{l^2+Y^2}$ 曲線とは接してしまう。即ち 1 点でしか交らない。この事を (16.4) と考え

第 17.5 図

第 17.6 図

合せると、今の場合には不等号ではなくて等号が成立する極く特殊な事情にある。要するに $M_0^{(1)}$ 波と $M_0^{(2)}$ 波とは $c/v_s=2$, $\xi H/2=0.68$ においてお互いの分散曲線が接しているものと解釈される。この事実は再び TOLSTOY 等及び GIESE が既に求めている事実と一致している。

(ii) (14.17) は次の如く書き換えておいた方が計算しやすい。

$$\left. \begin{aligned} U &= 2 \left\{ \cos \frac{1}{2} \left(\delta + \delta' + \frac{\pi}{2} \right) \cos \frac{\bar{\beta} H}{2} \sinh \frac{\hat{\alpha} H}{2} \right. \\ &\quad \left. + \sin \frac{1}{2} \left(\delta + \delta' + \frac{\pi}{2} \right) \sin \frac{\bar{\beta} H}{2} \cosh \frac{\hat{\alpha} H}{2} \right\}, \\ V &= 2 \left\{ \cos \frac{1}{2} \left(\delta + \delta' + \frac{\pi}{2} \right) \sin \frac{\bar{\beta} H}{2} \cosh \frac{\hat{\alpha} H}{2} \right. \\ &\quad \left. - \sin \frac{1}{2} \left(\delta + \delta' + \frac{\pi}{2} \right) \cos \frac{\bar{\beta} H}{2} \sinh \frac{\hat{\alpha} H}{2} \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (17.5)$$

或いは

$$\left. \begin{aligned} U_* &= \cos \frac{1}{2} \left(\delta + \delta' + \frac{\pi}{2} \right) \cos \frac{\bar{\beta} H}{2} \tanh \frac{\hat{\alpha} H}{2} \\ &\quad + \sin \frac{1}{2} \left(\delta + \delta' + \frac{\pi}{2} \right) \sin \frac{\bar{\beta} H}{2}, \\ V_* &= \cos \frac{1}{2} \left(\delta + \delta' + \frac{\pi}{2} \right) \sin \frac{\bar{\beta} H}{2} \end{aligned} \right\}$$

第 17.7 図 $\sigma = 0.25$, $c/v_s = 1.4$.

$$\begin{aligned}
 & -\sin \frac{1}{2} \left(\delta + \delta' + \frac{\pi}{2} \right) \cos \frac{\beta H}{2} \tanh \frac{\alpha H}{2}, \\
 & l_* = l \left(\sqrt{2} \cosh \frac{\alpha H}{2} \right), \\
 & U_*^2 - V_*^2 = l_*^2.
 \end{aligned}
 \tag{17.6}$$

$\sigma = 0.25$, $c/v_s = 1.4$ の場合の計算例を第 17.7 図に示す. $M^{(1)}$ と $M^{(2)}$ との分類は (16.8) に従った.

$$\left. \begin{aligned}
 \xi H/2 = 1.1, & \text{ for } M_0^{(1)}, \\
 \xi H/2 = 2.8, & \text{ for } M_0^{(2)}. \end{aligned} \right\} \tag{17.7}$$

(iii) (14.25) を使って, $\sigma = 0.25$, $c/v_s = 0.96$ の場合の計算例を第 17.8 図に示す. § 16 で述べた如く, 今度の場合には $M_0^{(1)}$ 波の分枝しか存在しない.

第 17.8 図 $\sigma = 0.25$, $c/v_s = 0.96$.

$$\xi H/2 = 2.9, \text{ for } M_0^{(1)} \tag{17.8}$$

(17.7) 及び (17.8) に挙げた値は何れも (17.4)

に挙げた値と同様に TOLSTOY 等及び GIESE が既に計算している値と一致している.

第 17.1~17.4 図が既に用意されたからには, 今回実例を挙げたのと全く同様の解析方法によつて, 種々のポアソン比に対する分散曲線を容易に求めることができる.

第 17.1~17.4 図を作成するための数値計算は吾々の室の六呂田美彌子嬢に行つて貰つた. また第 17.5~17.8 図に示した解析実例は北大, 大学院学生東山俊博氏に行つて貰つた.

参 照 文 献

- 1) TOLSTOY, I. and EUGENE, U.: Dispersive Properties of Stratified Elastic and Liquid Media. Geophys. 18 (1958) 844-870.
- 2) GIESE, P.: Die Bestimmung der elastischen Eigenschaften und der Mächtigkeit von Lockerböden mit Hilfe von speziellen Rayleigh-Wellen. Gerlands Beiz. z. Geophys. 66 (1957) 274.