$$\left. \begin{aligned} A'_A &= K \\ &+ \frac{\hat{\alpha}_1}{\xi} \frac{\hat{\beta}_1}{\xi} L + \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right) S \left(\frac{\hat{\alpha}_1}{\xi} \frac{\hat{\beta}_2}{\xi} - \frac{\hat{\beta}_1}{\xi} \frac{\hat{\alpha}_2}{\xi} \right), \\ A'_D &= K \\ &+ \frac{\hat{\alpha}_1}{\xi} \frac{\hat{\beta}_1}{\xi} L - \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right) S \left(\frac{\hat{\alpha}_1}{\xi} \frac{\hat{\beta}_2}{\xi} - \frac{\hat{\beta}_1}{\xi} \frac{\hat{\alpha}_2}{\xi} \right). \end{aligned} \right\} \quad (19.23)$$

$$\left. \begin{aligned} \therefore A^*/A' &= \exp(2\varepsilon), \\ \tanh \varepsilon &= \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right) S \left(\frac{\hat{\alpha}_1}{\xi} \frac{\hat{\beta}_2}{\xi} + \frac{\hat{\beta}_1}{\xi} \frac{\hat{\alpha}_2}{\xi} \right) \\ &\quad / \left(K - \frac{\hat{\alpha}_1}{\xi} \frac{\hat{\beta}_1}{\xi} L \right), \\ \text{or} &= -\exp(2\varepsilon_*), \\ \coth \varepsilon_* &= \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right) S \left(\frac{\hat{\alpha}_1}{\xi} \frac{\hat{\beta}_2}{\xi} + \frac{\hat{\beta}_1}{\xi} \frac{\hat{\alpha}_2}{\xi} \right) \\ &\quad / \left(K - \frac{\hat{\alpha}_1}{\xi} \frac{\hat{\beta}_1}{\xi} L \right), \\ A'_A/A'_D &= \exp(2\varepsilon'), \\ \tanh \varepsilon' &= \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right) S \left(\frac{\hat{\alpha}_1}{\xi} \frac{\hat{\beta}_2}{\xi} - \frac{\hat{\beta}_1}{\xi} \frac{\hat{\alpha}_2}{\xi} \right) \\ &\quad / \left(K + \frac{\hat{\alpha}_1}{\xi} \frac{\hat{\beta}_1}{\xi} L \right), \\ A'_A/A' &= \Gamma, \quad A'_D/A' = \Gamma e^{-2\varepsilon'}, \\ \Gamma &= \left\{ K + \frac{\hat{\alpha}_1}{\xi} \frac{\hat{\beta}_1}{\xi} L + \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right) S \left(\frac{\hat{\alpha}_1}{\xi} \frac{\hat{\beta}_2}{\xi} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\hat{\beta}_1}{\xi} \frac{\hat{\alpha}_2}{\xi} \right) \right\} / \left\{ K - \frac{\hat{\alpha}_1}{\xi} \frac{\hat{\beta}_1}{\xi} L \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right) S \left(\frac{\hat{\alpha}_1}{\xi} \frac{\hat{\beta}_2}{\xi} + \frac{\hat{\beta}_1}{\xi} \frac{\hat{\alpha}_2}{\xi} \right) \right\} = e^{2\varepsilon'}. \end{aligned} \right\} \quad (19.24)$$

故に, (19.1), (19.8) と (19.24) とから

$$\left. \begin{aligned} (A'D' - B'C')^{\frac{1}{2}} &= e^{\varepsilon} \text{ or } i e^{\varepsilon_*}, \\ \text{また} \\ (AA')^{\frac{1}{2}} &= (-A\Gamma)^{\frac{1}{2}}, \\ (DD')^{\frac{1}{2}} &= (-A\Gamma)^{\frac{1}{2}} e^{-\varepsilon'}, \\ (ADA'D')^{\frac{1}{2}} &= (-A\Gamma) e^{-\varepsilon'}, \\ (B'C')^2 &= (1 - A^2)(e^{2\varepsilon} - \Gamma^2 e^{-2\varepsilon'}). \end{aligned} \right\} \quad (19.25)$$

(19.25) を (12.2) に代入すれば,

$$\left. \begin{aligned} X^2 - Y^2 &= l^2 \\ X &= e^{-\frac{1}{2}(\delta + \delta' - \frac{\varepsilon + \varepsilon'}{2})} \\ &\quad \cdot \sinh \left\{ \left(\frac{\hat{\alpha}_1}{\xi} + \frac{\hat{\beta}_1}{\xi} \right) \frac{\xi H}{2} - \frac{\varepsilon}{2} \right\}, \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} Y &= -e^{\frac{1}{2}(\delta + \delta' - \frac{\varepsilon + \varepsilon'}{2})} \\ &\quad \cdot \sinh \left\{ \left(\frac{\hat{\alpha}_1}{\xi} - \frac{\hat{\beta}_1}{\xi} \right) \frac{\xi H}{2} - \frac{\varepsilon'}{2} \right\}, \\ l^2 &= \sinh \left(\delta + \delta' - \frac{\varepsilon + \varepsilon'}{2} \right) \\ &\quad - \left\{ \sinh^2 \left(\delta + \delta' - \frac{\varepsilon + \varepsilon'}{2} \right) \right. \\ &\quad \left. - \sinh^2 \left(\delta - \delta' + \frac{\varepsilon + \varepsilon'}{2} \right) \right\}^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \right\} \quad (19.26)$$

δ 及び ε の代りに δ_* または ε_* を用いる場合には (14.24) におけるがごとく, l^2 の符号は負になることもある. この場合には l^2 の表現式内の $\sinh$ を $\cosh$ に変えなければならない.

AIRY-phase の ray theory 的解釈

北大理地球物理 田 治 米 鏡 二

(昭和 34 年 2 月 16 日受理)

Ray-theoretical Interpretation on
the AIRY-phase

Kyozi TAZIME

Department of Geophysics, Faculty of
Science, Hokkaido University.

(Received Feb. 16, 1959)

§ 1. 地表面へ入射する SH 平面波の変位振幅を $A_1 \exp(i\eta_1 z)$ とすると, 反射波の変位振幅は $A_1 \exp(-i\eta_1 z)$ となり, 両者の和は

$$\psi_1 = 2A_1 \cos \eta_1 z \quad (1)$$

で表わされる. かくのごとき簡単な関係は, 地表面での反射係数が 1 であることによる.

地表面での変位振幅は (1) に $z = 0$ を代入して

$$\psi_1(z = 0) = 2A \quad (2)$$

となる. 但し, (1) 式を求めるに当つては, 入射角 θ を固定している. 故に θ を変えると A_1 もそれに応じて変ることが考えられる.

以上の事柄を ray theory 的に考えてみよう. 今平面波を単に 1 つの ray で代表させることを止めて, 第 1 図の $A A'$ 間に ray の flux を考えること

第 1 図

にする。flux の密度は intensity であつて、これが今問題にしている変位振幅の大きさを表わすものと考えることができる。図の OC' 断面における intensity を $\bar{A}_1$ とすれば、 OO' 面上の intensity は $\bar{A}_1 \cos \theta$ となる。 $\bar{A}_1$ は入射 flux の平均密度であつて、これは入射角によらない。

すなわち $\bar{A}_1$ が original な ray の変位振幅であつて、 $\cos \theta$ はそれが OO' 面に及ぼす影響の仕方である。

故に (2) の A_1 は入射角による変化をも考慮に入れるならば、次のごとく書くべきである。

$$A_1 = \bar{A}_1 \cos \theta, \quad (3)$$

すなわち、

$$\phi_1(z=0) = 2\bar{A}_1 \cos \theta. \quad (4)$$

若しも $z=H$ に更に 1 つの境界面を考えるならば、 A_1 は (3) のごとく簡単な表現で表わすことはできず、 θ に関する次のごとく一層複雑な函数となる¹⁾。

$$A_1 = Ke^{-2i\eta_1 H} / (1 - Ke^{-2i\eta_1 H}). \quad (5)$$

しかし今は地表面の下には半無限の弾性体を考えているので、 A_1 は (5) ではなくて (3) で表わされているものとする。すると (4) に依り地表面での変位振幅は入射角 θ が 0 に近い程大きいという結果になる。

§ 2. 次に $z=H$ にある境界面での反射及び屈折を考えるに、energy を下層へ逃さないためには、 $z=H$ 面における反射係数の絶対値が先ず 1 でなければならぬ、この事は入射角が臨界角より大きいことを意味して、LOVE 波の条件に適っている。

さて、かくのごとき LOVE 波の中で、 $z=H$ 面での変位振幅が小さい位相程表層内に保存した energy

を下層へ逃さないと考えることができる。すなわち $z=H$ 面での反射係数 $K = \exp(2i\delta)$ の位相の進み 2δ が π であると、 $z=H$ 面への入射波と反射波との位相が逆転して、 $z=H$ 面での変位振幅が 0 となり、表層内に最もよく energy を保存できる。すなわち δ が $\pi/2$ に近い程よいという結論を得る。

§ 3. しかしに δ も実は θ の函数であつて、第 2 図のごとき関係にある。故に § 1. の結果を生かそうとすれば § 2. の結論を殺さなければならず、逆に § 2. の結論を生かそうとすれば § 1. の結果を殺さなければならない。

第 2 図

§ 1. の結果と § 2. の結論とを不完全ながらもなるべく同時に生かすためには、第 2 図の曲線上で、 θ は臨界角 θ_c に近く、しかも δ は $\pi/2$ に近くなるような座標を選ばなければならぬ。

今、LOVE 波を最も優勢にさせるについて、§ 1. 及び § 2. で述べた主張の中何れの方が一層重要であるかということは判つていない。故に両者は同程度に重要であると考えてみることにする。このことを式で説明すると、

$$-\frac{d\phi}{d\theta} = -\frac{\partial\phi}{\partial\theta} + \frac{\partial\phi}{\partial\delta} \frac{d\delta}{d\theta} = 0 \quad (6)$$

において、

$$\frac{\partial\phi}{\partial\theta} = \frac{\partial\phi}{\partial\delta} \quad (7)$$

とおいてみることである。すると、(6) と (7) とから

$$d\delta/d\theta = 1, \quad (8)$$

となるので、第2図のそれぞれの曲線上で(8)の条件を満たす点を白丸で示してみた。今回 ray theory の立場から行なつた考察が正しいものとすれば、この白丸に対応する位相において LOVE 波の振幅関数は極大になる筈である。

一方波動論的立場から、LOVE 波の振幅関数は AIRY-phase の極く近くで極大になることが既に判つている²⁾。しかるに AIRY-phase に対応する位相速度 $c/v_1 = 1/\sin \theta$ から逆算される θ は第2図の白丸の座標である θ と極めてよく一致していることが判つた。

故に AIRY-phase が成立する機構は ray theory 的には §1. 及び §2. で述べた考察と(7)の条件とで説明できるものと思われる。

第 3 図

§4. 第3図のごとく、表層に向つて鉛直下方から SH 平面波が入射して来る場合は、 θ は勿論 0 である。故に $z=H$ 面での反射係数は $\rho_2/\rho_1 = 1$ の場合は

$$K = (1 - v_2/v_1)/(1 + v_2/v_1)$$

となり、更に $v_2/v_1 \gg 1$ とすれば $K = -1$ となる。

すなわち地表での反射の際は同位相であるのに反し、表層の下面での反射の際は逆位相となる。故に重複反射を考えた際に、地表ですべての ray が同位相になるためには

$$\begin{aligned} \omega(2H/v_1) + \pi &= 2(n+1)\pi \\ \therefore \omega H/v_1 &= (2n+1)\pi/2. \end{aligned} \quad (9)$$

(9) はやはり 1/4 波長法則になつている。

ここで使つた $K = -1$ という関係と、§2. で用いた $2\delta = \pi$ という関係とは数値の上では全く同じである。

またすべての重複反射波が地表で同位相になると

いう条件は、LOVE 波の成立条件と幾分似たところがある。LOVE 波の AIRY-phase でも(9)なる法則が成立するのはこのような理由によるものと考えられる。

参 照 文 献

- 1) 田治米鏡二: 成層構造に対する ray theory の適用 (1). 地震 11 (1958) 114.
- 2) TAZIME, K.: Minimum Group Velocity, Maximum Amplitude and Quarter Wavelength Law. Journ. Phys. Earth, 5 (1957), 43.

地震計の固有振動記録から 減衰常数を求める一つの 簡単な方法 (補遺)

東北大学理学部地震観測所

鈴木 次郎

地球物理学教室

石田 治子

(昭和 34 年 5 月 1 日受理)

A Simple Method to Determine the Damping Constant of a Seismograph from the Record of its Free Oscillation When the Damping is Nearly Critical. (Appendix)

Ziro SUZUKI

Seismological Observatory, Faculty of Science, Tōhoku University.

and Haruko ISHIDA

Geophysical Institute, Faculty of Science, Tōhoku University.

(Received May 1, 1959)

前にわれわれは(鈴木, 石田, 1957)臨界制振の附近で動作する地震計について、その固有振動記録から減衰常数を求める方法を考察した。それは減衰度の増加に伴う周期の伸びを利用し、しかも固体摩擦や最初の衝撃力による周期の不正確の影響を除去出来るようにしたものである。前には、最初に衝撃力を与えて固有振動を起させた場合について、減衰常数を求める方法を示しておいた。

機械的に記録する地震計の場合には、最初にある