M⁽¹⁾ 波 と M⁽²⁾ 波 と の 分 類

北大・理，地球物理学教室 田 治 米 鏡 二

(昭和 36 年 5 月 23 日受理)

May M-waves be classified into two major branches?

Kyozi TAZIME

Department of Geophysics, Faculty of Science, Hokkaido University

(Received May 23, 1961)

In the characteristic equation (1.1) of M-waves, two major branches, M⁽¹⁾ and M⁽²⁾, have been defined by (3.7) or (4.4) which is deduced from (2.1) for the case of a plate. Calculated results are shown in Figs. 5, 6 and 7 by thick full lines for M⁽¹⁾ and by thick dotted lines for M⁽²⁾.

The next two points must be noticed.

1) No dispersion curves, but for a plate, intersect each other on one $c/v_p \sim Tv_p/H$ plane, if they correspond to a certain real structure of media.

2) Any dispersion curve changes from M⁽¹⁾ to M⁽²⁾ or from M⁽²⁾ to M⁽¹⁾, when it crosses chain lines which were given by the first equation in (3.5) or (4.8).

No criterion has been found for classification of continuous dispersion curves. In the present stage, the author thinks, notation (5.1) or (5.2) will be better than (5.3) or (5.4).

注意 この論文では以前に筆者が用いた記号 (TAZIME, 1958 a) を再び使うことにする。従つて, Tolstoy らの用いた記号 M_{1n} , M_{2n} ($n=1, 2, 3, \dots$) は $M_n^{(1)}$, $M_n^{(2)}$ ($n=0, 1, 2, \dots$) に書き換えられている。

§1 問 題 の 提 出

solid の層内に P 波と S 波とが共存すると,

$$M(\omega, \xi) = 1 - \{AA'e^{-2i\alpha_1 H} + DD'e^{-2i\beta_1 H} + (B'C' - A'D')e^{-2i(\alpha_1 + \beta_1)H} + 2B'Ce^{-i(\alpha_1 + \beta_1)H}\} = 0 \quad (1.1)$$

なる特性方程式を満たす表面波が誘起されることは, すでによく知られている。ここではこの波のことを M 波と呼ぶことにする。

一般に (1.1) は極めて複雑な式であつて, analytical には解き難い。ゆえに数値解法が行なわれている。この場合の定跡はまず c/v_{p1} を与えて, (1.1) を満たす ξH の数値を捜すのである。この方法で曲線を追跡すると, まず一本の $c/v_{p1} \sim \xi H$ 曲線が得られる。これが分散性 RAYLEIGH 波と呼ばれている波の分散曲線である。

次に SEZAWA and KANAI (1935) はいまと同一の c/v_{p_1} に対し, (1.1) のなかには前の ξH よりいくぶん大きい根があることを発見した. この根を追跡すると, 前とは別な一本の曲線が得られる. これが M_2 波または SEZAWA 波と呼ばれている波の分散曲線である.

分散曲線上で見られる両者の違いは次のごとくである.

$$\left. \begin{array}{l} \text{分散性 RAYLEIGH 波の位相速度は } v_{R_1} \text{ から始まって, } v_{R_2} \text{ で終る.} \\ \text{これに反し,} \\ \text{M}_2 \text{ 波の位相速度は } v_{S_1} \text{ から始まって, } v_{S_2} \text{ で終る.} \end{array} \right\} \quad (1.2)$$

一方 plate 内の M 波では (1.1) が次のごとく簡単に因数分解される.

$$M(\omega, \xi) = \Pi^+(\omega, \xi) \cdot \Pi^-(\omega, \xi) = 0. \quad (1.3)$$

かくのごとく, plate の場合には (1.1) はまず Π^+ と Π^- との二大分枝に分類される. 次に上下動の振巾を計算してみると, Fig. 1 に示したごとき相異がある. このゆえに $\Pi^+ = 0$ は symmetric mode と呼ばれ, $\Pi^- = 0$ は antisymmetric mode と呼ばれている.

Fig. 1. Comparison of mode for vibration.

また $\Pi^+ = 0$ および $\Pi^- = 0$ はそれぞれ高次の解を限りなく有していて, これらは Π_n^+ および Π_n^- ($n = 0, 1, 2, \dots$) と名付けられている. 分散曲線上で見られるこれらの波のもつとも著しい特長は次のごとくである.

$$\left. \begin{array}{l} \Pi_0^+ \text{ 波の位相速度は } v_{R_1} \text{ から始まって,} \\ v_{R_2} \text{ で終る. これに反し, } \Pi_1^+, \Pi_2^+, \dots, \Pi_0^-, \\ \Pi_1^-, \dots, \text{ 波の位相速度は } v_{S_1} \text{ から始まって,} \\ v_{S_2} \text{ で終る.} \end{array} \right\} \quad (1.4)$$

さて plate の場合以外の M 波についても, 同一の c/v_{p_1} に対し, 上述の二分枝の ξH よりも大きい数値をもつ解が, さらに限りなく多く存在する. しかもこれらの高次の波の位相速度はいずれも v_{S_1} から始まって, v_{S_2} で終ることが判っている.

(1.2) にこのことを考え合わせた上で (1.4) と比較すると、一般の M 波では (1.1) は (1.3) のごとく簡単な形では因数分解されないにもかかわらず、次のごとき対応がつけられそうである。

$$\Pi_n^+ \rightarrow M_n^{(1)}, \quad \Pi_n^- \rightarrow M_n^{(2)}. \quad (1.5)$$

TOLSTOY and USDIN (1953) は、多分 (1.5) を念頭にした結果と思われるが、plate 以外の場合にも (1.1) を次のごとく、形式的には (1.3) と同じ形に強引に書き換えた。

$$M(\omega, \xi) = M^{(1)}(\omega, \xi) \cdot M^{(2)}(\omega, \xi) = 0. \quad (1.6)$$

ただしこのときの因数分解は根号を含んでいて、普通には因数分解とはいえぬ種類のものである。しかも実際には、この強引な因数分解によつて分散曲線を分類して見せるまでには至らず、単に思想上、 $M^{(1)}$ と $M^{(2)}$ との分類を考えたにすぎない。

分散性 RAYLEIGH 波および M_2 波は (1.5) の記号法に当てはめると、それぞれ $M_0^{(1)}$ および $M_0^{(2)}$ と書くことができる。(1.2) に見るごとく、この両者の違いは明瞭なので、一般の M 波についても、第 0 次のみを問題にしている限りでは、一応問題はない。

分散曲線に見られる $M_0^{(1)}$ と $M_0^{(2)}$ との違いで、(1.2) 以外にさらに一つだけ明らかな性質がある。

$$\left. \begin{array}{l} \text{同一の位相速度に対しては、} M_0^{(1)} \text{ の } \xi H \text{ のほうが } M_0^{(2)} \text{ の } \xi H \text{ よりも} \\ \text{常に大きい。} \end{array} \right\} \quad (1.7)$$

媒質の POISSON 比が 0.25 またはそれに近い値をもつ場合だけを考えている限りでは、高次の M 波ほど振巾が小さくなると思われるので、第 0 次の波だけを調べておけばよいという理窟も一応なりたつ。しかし観測上の見地よりすれば、seismic record 上で大振巾をもつか否かは、震源の性質、伝播途中の地下構造および観測器の特性と波の種類とによるのであつて、一概には最低次の波だけが重要とはいえぬ。

また、媒質の POISSON 比が 0.50 に近くなると、 M 波の理論的振巾そのものも、低次のもののほど大きいとはいえなくなる。

ゆえに $M_0^{(1)}$, $M_0^{(2)}$ だけでなく、さらに高次の波についても、理論的特性を明らかにする必要がある。

しかるに (1.5) で述べたごとく、 $M_n^{(1)}$, $M_n^{(2)}$ ($n \neq 0$) では (1.2) のごとき区別はない。また (1.7) の分類法則は実は (1.2) と独立ではない。そこで $n \neq 0$ に対しては、(1.2) も (1.7) も使えないとなると、他には決め手がないので、 $M^{(1)}$ と $M^{(2)}$ とを分類する理由は全く見付からぬ。

にもかかわらず TOLSTOY and USDIN (1953) いらい、多くの地震波動実験者が $M_1^{(1)}$,

M₂⁽¹⁾, ..., M₁⁽²⁾, M₂⁽²⁾, ... などの記号を使っているのはいかなる根拠によるものであろうか? 筆者の知る限りでは, 思想的には (1.5) の想定があり, 具体的には (1.7) を $n \neq 0$ に対しても拡張させる手段がとられているにすぎない.

すでに述べたごとく, この想定および手段は, いずれも数理的にも物理的にも, 可否が未だ確かめられていない.

plate の場合とその他とでは M 波の性質が全く違うから, 一般の場合には分類の可否を論じるまでもないという主張も生じる. この立場に立てば M 波の記号法は単に

$$M_n \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (1.8)$$

と書けばよいことになる.

ただし Love 波の記号 L_n とは異なり, (1.8) の n は層内の mode の数とは全く関連がない. 単に (1.1) の解 ξH を小さいほうから順に並べてみたにすぎぬ.

一般の M 波については, 実は系統的な記号法はなく, (1.8) を採用せざるを得ないのかも知れぬ. しかし solid 層があるために生じる normal mode 波という点では, plate の場合も他の場合も同じである. ゆえに両者の間になにか共通の性質を見付け, 全体を統一させたいのも, これまた人情である.

そこで, M⁽¹⁾ と M⁽²⁾ との分類に主眼をおいて, (1.1) を改めて調べなおすことにした.

§2 plate の 場 合

$c > v_p$ に対して (1.3) は次のごとく書かれる.

$$\left. \begin{aligned} \Pi^+ = 0: \quad \sin \frac{1}{2} (\bar{\beta} + \bar{\alpha}) H - A \sin \frac{1}{2} (\bar{\beta} - \bar{\alpha}) H &= 0, \\ \Pi^- = 0: \quad \sin \frac{1}{2} (\bar{\beta} + \bar{\alpha}) H + A \sin \frac{1}{2} (\bar{\beta} - \bar{\alpha}) H &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

ここで $c \gg v_p$ とすると, (2.1) はそれぞれさらに次のごとく因数分解される.

$$\left. \begin{aligned} \cos (\bar{\alpha} H/2) \sin (\bar{\beta} H/2) &= 0 \quad \text{for } \Pi^+, \\ \sin (\bar{\alpha} H/2) \cos (\bar{\beta} H/2) &= 0 \quad \text{for } \Pi^-. \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

ゆえに

$$\bar{\alpha} H = l\pi, \quad \bar{\beta} H = m\pi \quad (2.3)$$

なる曲線を考えると, (2.2) は次のごとく書き換えられる.

$$\left. \begin{aligned} l \text{ odd}, \quad m \text{ even} &\quad \text{for } \Pi^+, \\ l \text{ even}, \quad m \text{ odd} &\quad \text{for } \Pi^-. \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

(2.2) はすでに指摘したごとく (TAZIME, 1958 b), Π^+ および Π^- の規準曲線とみなすこ

とができる。(2.1) を種々な Poisson 比に対してそれぞれ第 4 次ないし第 6 次まで計算した結果はすでに (TAZIME, 1958 b) の図に示したとおりである。そこでは、(1.1) が (2.1) のごとく因数分解されるという理由で、 Π^+ と Π^- とを別々の図に画いた。

今回、一般の場合の M 波と比較するために、 Π^+ と Π^- とを同一図上に書き直してみたところ、極めて注目すべき事実を発見した。それは、たとえば Fig. 2 において見るることができる。

Fig. 2 はかつて示した図の一部であつて、太実線は Π^+ 、太点線は Π^- 曲線である。また鎖線は (2.3) の l 曲線であり、図内の M 波の記号はかつて示した図で用いたのと同じにしてある。さて、繰り返えし述べたごとく、数学的に Π^+ と Π^- との分類は明瞭であるが、この図を見ると両者は●点で交叉している。すなわち、plate の場合は (1.7) を $n \neq 0$ に拡張させることができぬ。

Fig. 2. A part of dispersion curves for a plate when $\sigma=0.25$. Thick full lines belong to Π^+ and thick dotted lines to Π^- .

plate の場合のこの事実はそもそもいかなる基本的性質から生じたかを復習すると、これは (2.2) がそれぞれ Π^+ および Π^- の基準曲線になっていることが原因である。このために Fig. 2 で Π^- 曲線は $l=1$ 曲線になんら乱されることなく、 $m=3$ 曲線のみに頼っている。これに反し Π^+ 曲線は、(2.4) で見たごとく $l=1$ 曲線に無関心であり得ず、 $l=1$ 曲線をよぎるさいに基準曲線を $m=2$ から $m=4$ に変えている。

§3 半無限剛体の上に一つの固体層がのつている場合

すでに発表したごとく (TAZIME, 1959), $c/v_p > 1$ に対しては、(1.1) は次のごとく書かれる。

$$\sin^2 \frac{1}{2} (\bar{\beta} + \bar{\alpha}) H - AA' \sin^2 \frac{1}{2} (\bar{\beta} - \bar{\alpha}) H = l^2, \quad (3.1)$$

ただし $l^2 = \frac{1}{2} \{1 - AA' + (1 - A^2)^{\frac{1}{2}} (1 - A'^2)^{\frac{1}{2}}\}.$

以前の計算では (3.1) を

$$\sin \frac{1}{2} (\bar{\beta} + \bar{\alpha}) H = \pm \left\{ l^2 + AA' \sin^2 \frac{1}{2} (\bar{\beta} - \bar{\alpha}) H \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3.2)$$

と変形させて, graphycal に解を見付けた. この方法は (TAZIME, 1959) の Fig. 7 に示したとおりである. しかし, この方法では, (3.2) のごとく強引ながら一応は因数分解を行なつたにもかかわらず, M⁽¹⁾ と M⁽²⁾ との系統的な分類はできなかつた.

そこで, (3.1) において再び $c \gg v_p$ なる場合を考えると, (TAZIME, 1959) の Fig. 6 に見るごとく, $A \rightarrow -1$, $A' \rightarrow 1$ 以前に $l = 1$ となる. ゆえに (3.1) は $c > v_p$ では次のごとく因数分解されやすいことが判る.

$$\left. \begin{aligned} \cos \frac{1}{2} (\bar{\beta} + \bar{\alpha}) H - (-AA')^{\frac{1}{2}} \sin \frac{1}{2} (\bar{\beta} - \bar{\alpha}) H &= 0 \quad \text{for } M^{(1)}, \\ \cos \frac{1}{2} (\bar{\beta} + \bar{\alpha}) H + (-AA')^{\frac{1}{2}} \sin \frac{1}{2} (\bar{\beta} - \bar{\alpha}) H &= 0 \quad \text{for } M^{(2)}. \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

(3.3) の M⁽¹⁾ と M⁽²⁾ との分類は, それぞれの第 0 次を比較して行なつた.

(3.3) にさらに $c \gg v_p$ の条件, すなわち $A = -1$, $A' = 1$ を代入すると, (2.3) に対応する次式が得られる.

$$\left. \begin{aligned} (\tan \bar{\alpha} H/2 + 1) (\tan \bar{\beta} H/2 - 1) &= 0 \quad \text{for } M^{(1)}, \\ (\tan \bar{\alpha} H/2 - 1) (\tan \bar{\beta} H/2 + 1) &= 0 \quad \text{for } M^{(2)}. \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

ゆえに

$$\bar{\alpha} H = \frac{1}{2} (2l + 1) \pi, \quad \bar{\beta} H = \frac{1}{2} (2m + 1) \pi \quad (3.5)$$

なる曲線を考えると, (3.4) は次のごとく書き換えられる.

$$\left. \begin{aligned} l \text{ odd, } m \text{ even} &\quad \text{for } M^{(1)}, \\ l \text{ even, } m \text{ odd} &\quad \text{for } M^{(2)}. \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

(3.6) を (2.4) と対比させて見ると, 今度は (3.5) が (3.1) の基準曲線とみなせそうである.

$\sigma = 0.48$, $c/v_p = 10$ に対しては $l = 1$ なので, (3.3) により graphycal に解を求めると Fig. 3 のごとくなる.

Fig. 3. Procedure for graphical solution of (3.3) when l in (3.1) becomes 1.

この図の太実線は $\cos(\bar{\beta} + \bar{\alpha})H/2$ で、細実線および細破線はそれぞれ $\pm(-AA')^{1/2} \sin(\bar{\beta} - \bar{\alpha})H/2$ を表わしている。したがって黒丸は $M^{(1)}$ に対応し、白丸は $M^{(2)}$ に対応する。かくのごとく、 $l=1$ である領域では、(3.1) は (3.3) のごとく完全に因数分解されるので、ここまでの事情は plate の場合と全く似ている。

しかし $\sigma=0.48$, $c/v_p=1.5$ では l はもはや 1.00 ではなくて 0.97 である。ゆえに (3.1) は実際は因数分解されないのであるが、(3.3) を念頭において、形式的に次のごとく因数分解してみる。

$$\left\{ l^2 - \sin^2 \frac{1}{2} (\bar{\beta} + \bar{\alpha}) H \right\}^{1/2} = \pm (-AA')^{1/2} \sin \frac{1}{2} (\bar{\beta} - \bar{\alpha}) H \text{ for } \begin{cases} M^{(1)} \\ M^{(2)} \end{cases}. \quad (3.7)$$

(3.7) に $l=1$ を代入すると (3.3) に帰着するとき形式を選んだのであつて、この点が (3.2) との相異である。

さて今度の graphycal 解法を図示すると Fig. 4 になる。太実線、細実線および細破線の意味は Fig. 3 と同じである。 l が 1 より明らかに小さくなったために (3.7) の左辺が点線で示した $\cos \frac{1}{2} (\bar{\beta} + \bar{\alpha}) H$ 曲線からいくぶん歪んだものとみなすことができる。

このような考え方で、(3.7) を使って以前に計算した (TAZIME, 1959) 分散曲線を求め直してみると $\sigma=0.45$ に対しては Fig. 5 が得られる。この図の太実線は Fig. 3 および 4 の黒丸を追跡した曲線であり、太点線は白丸を追跡した曲線である。また鎖線は (3.5) の l 曲線、細実線および細点線は (3.5) の m 曲線でそれぞれ m の奇数および偶数に対応している。(TAZIME, 1959) の Fig. 11 と今度の Fig. 5 とを比較してみると、大きな相異がある。この

Fig. 4. Procedure for graphical solution of (3.7) when l in (3.1) is different from 1.

Fig. 5. Dispersion curves for M waves in a layer over a half space absolutely rigid when $\sigma=0.45$. Thick full lines are obtained from black circles and thick dotted lines from white circles in Figs. 3 and 4.

相異を詳しく見るために、Fig. 5 の一部を拡大して Fig. 6 に示した。以前には plate の場合に持った想定に眩惑されて、実は Fig. 6 の B 点と C 点および A 点と D 点とをそれぞれつないだのであつた。今回、 (A, B) と (C, D) の間をさらに詳しく計算してみたところ、Fig. 6 に示したごとく、 A 点は D 点にはつながらず、却えて C 点につながる事が判つた。これと同じ食い違いを生じた他の箇所、または Poisson 比が 0.45 とは違う他の例についても調べ直したところ、いずれも Fig. 6 に示したごとく、鎖線を横切るさいに太点線は太

Fig. 6. A part of Fig. 5. Two curves do not intersect each other.

実線に移り，太実線は太点線に移ることが確かめられた。

Fig. 2 と Fig. 6 とを比較すると，plate の場合と半無限剛体の上に一つの固体層がある場合の違いがはつきりする。

前者では奇数の l 曲線によつては点線で示した Π^- 曲線は何らの影響をも受けず，実線で示した Π^+ 曲線のみが影響を受ける。偶数の l 曲線によつては影響の受け方がいまと逆である。かくのごとく Π^+ 曲線も Π^- 曲線も奇数または偶数の l 曲線によつて影響を受けはするが， l 曲線を横切つた後も，実線は実線に点線は点線につながる。以上の事実は (1.1) が，位相速度のいかんに関せず，(2.1) のごとく完全に因数分解されている結果を示しているのである。これに反し，後者では太実線および太点線が，奇数，偶数の区別なく，すべての l 曲線に影響される。しかも影響の受け方も plate の場合と異なり， l 曲線を横切ると (3.7) で定義した所属が逆になるのである。

半無限剛体の上に一つの固体層がある場合の M 波について，さらに立ち入った考察を試みるならば，(3.6) により偶数次の l 曲線は点線と組になり，奇数次の l 曲線は実線と組になることが予想される。この眼で Fig. 5 を見ると $l=0$ の近くには太点線が密集し， $l=1$ の近くには太実線が密集している。したがつて Poisson 比が 0.50 になつた極限を考えると，偶数次の l 曲線が (3.6) で $M^{(2)}$ と名付けた曲線から合成され，奇数次の l 曲線は $M^{(1)}$ と名付けた曲線から合成されることになる。この結論は (TAZIME, 1959) で提出した結論と同じである。

§4 半無限固体の上に一つの固体層がのつている場合

$v_{s2} > c > v_{p1}$ に対しては，(1.1) は次のごとく書かれる。

$$\cos \{ (\bar{\beta}_1 + \bar{\alpha}_1) H + \varepsilon \} + A \Gamma \cos \{ (\bar{\beta}_1 - \bar{\alpha}_1) H + \varepsilon' \} = \pm (1 - A^2)^{\frac{1}{2}} (1 - \Gamma^2)^{\frac{1}{2}} \\ \text{for } A'_{BC} \leq 0. \quad (4.1)$$

ここで

$$A' = -\Gamma \exp i(\epsilon' - \epsilon), \quad D' = -\Gamma \exp \{-i(\epsilon' + \epsilon)\} \quad (4.2)$$

なることを考慮し, (4.1) から (3.1) に似た形の式を得るように試みると次のごとくになる.

$$\begin{aligned} \sin^2 \frac{1}{2} \{(\bar{\beta}_1 + \bar{\alpha}_1)H + \epsilon\} + A\Gamma \sin^2 \frac{1}{2} \{(\bar{\beta}_1 - \bar{\alpha}_1)H + \epsilon'\} \\ = \frac{1}{2} \{1 + A\Gamma \mp (1 - A^2)^{\frac{1}{2}} (1 - \Gamma^2)^{\frac{1}{2}}\} = l^2. \end{aligned} \quad (4.3)$$

さらに (3.1) から (3.7) を導いたときと同様な手段を (4.3) に施せば次式に到達する.

$$\begin{aligned} -\left[\sin^2 \frac{1}{2} \{(\bar{\beta}_1 + \bar{\alpha}_1)H + \epsilon\} - l^2\right]^{\frac{1}{2}} = \pm (-A\Gamma)^{\frac{1}{2}} \sin \frac{1}{2} \{(\bar{\beta}_1 - \bar{\alpha}_1)H + \epsilon'\} \\ \text{for } \begin{cases} M^{(1)} \\ M^{(2)} \end{cases}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

(4.4) で M⁽¹⁾ と M⁽²⁾ との分類は M₀⁽¹⁾ が v_{R1} から始まって v_{R2} で終るように考慮されている. (4.4) に

$$\epsilon = \pi, \quad \epsilon' = 0 \quad (4.5)$$

を代入すれば (3.7) に帰着する.

plate とか半無限空間が剛体の場合とは違つて, 今度の場合は $c > v_{s2}$ では (1.1) は実根を持たぬ. ゆえに $c \geq v_{p1}$ で $A \rightarrow -1$ となるごとき極限の値を採用することができぬ. この結果, $c \geq v_{p1}$ の条件から (2.1), (2.2) または (3.4) のごとき基準曲線を得ることはできない.

しかるにそれらの基準曲線は $c \geq v_{p1}$ の代わりに表層の Poisson 比 σ_1 を 0.50 とする条件からも得られることはすでに述べた通りである. ゆえに, 今度の場合も $\sigma_1 \rightarrow 0.50$ の極限を考えてみると,

$$A = D \rightarrow -1, \quad D' \rightarrow 1, \quad BC \rightarrow 0, \quad B'C' \rightarrow 0 \quad (4.6)$$

なので, (1.1) は次のごとくなる.

$$(1 + A'e^{-2i\alpha_1 H})(1 + e^{-2i\beta_1 H}) = 0. \quad (4.7)$$

ゆえに $v_{s2} > c > v_{p1}$ では

$$\left. \begin{aligned} \bar{\alpha}_1 H &= -\text{Tan}^{-1} \left[\left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \left(\frac{\bar{\alpha}_1}{\hat{\alpha}_2} \right) \left\{ \left(1 - 2 \frac{v_{s1}}{c^2} \right)^2 - 4 \frac{\hat{\alpha}_2}{\xi} \frac{\hat{\beta}_2}{\xi} \left(\frac{v_{s2}}{c} \right)^4 \right\} \right] + l\pi, \\ \bar{\beta}_1 H &= \frac{1}{2} \pi + m\pi. \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

(4.8) は $v_{s2} \rightarrow \infty$ とすれば (3.5) に帰着するので, (4.8) の両曲線を (4.4) の基準曲線と考え, それぞれ l および m 曲線と名付けると, 再び (3.6) と同じ対応が得られる.

実際に (4.4) を解き $M^{(1)}$ 部分を太実線で、 $M^{(2)}$ 部分を太点線で画いてみると、 v_{p2}/v_{p1} や Poisson 比のいかんに関せず、性格的には Fig. 5 と同じ結果が得られた。 $\rho_2/\rho_1 = 1$, $v_{p2}/v_{p1} = 4$, $\sigma_1 = 0.48$, $\sigma_2 = 0.25$ の場合の分散曲線の一部を拡大して示すと、Fig. 7 のごとくである。

Fig. 7. A part of dispersion curves when $\rho_2/\rho_1 = 1$, $v_{p2}/v_{p1} = 4$, $\sigma_1 = 0.48$ and $\sigma_2 = 0.25$.

Fig. 7 は Fig. 6 と全く同じ傾向を示していて、 l 曲線を通過するさいに [2] は太点線から太実線に変わるのである。plate の場合は Fig. 2 に示したごとく位相速度の上限から下限まで実線のまま、または点線のままであつた。これに反し、Fig. 6 とか Fig. 7 では一本の分散曲線上で、点線になつたり実線になつたりしているのである。

§5 M 波の分枝の命名法

(2.1) の形式にあうように (3.7) および (4.4) のごとき分類を行なつてみた。しかし (3.7), (4.4) では 1 本の連続した分散曲線上で $M^{(1)}$ 部と $M^{(2)}$ 部とが入り混じることになつた。また plate の場合以外は分散曲線は交叉しないことも判つた。

未だ振巾については調べていないので、粒子の回転の向き、層内の振巾分布および上下と水平成分との振巾比といった物理的性格から分類法を考えるに至つていない。

ただし名前を決めておかぬと不便なので、分類法に関し、結局何らの手がかりも得られなかつたにもかかわらず、いくつかの命名法を挙げてみることにする。

(i) 全く白紙の立場に立てば、(1.1) の解を ξH の小さいものから順に並べるより致し方ない。

$$M_n, \quad (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (5.1)$$

(ii) (1.2) を強調するならば次のごとくなる。

$$M^{(1)}, M_n^{(2)}, \quad (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (5.2)$$

(iii) TOLSTOY and USDIN の慣例により, ξH の小さいものから交互に

$$M_{1n}, M_{2n}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (5.3)$$

と書く.

(iv) $c \rightarrow v_{s1}$ では (3.5), (4.8) の基準曲線 m への所属が決まるので, (3.6) に従つて分類し,

$$M_n^{(1)}, M_n^{(2)}, \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (5.4)$$

と書く.

(5.3) と (5.4) とは実際上も思想的にも大差ない. 以上は連続した一本ごとの分散曲線についての命名法である.

ゆえにもしも波としての性格が (3.7) および (4.4) のごとく分類されるものとすれば, Fig. 7 で見たごとく, 一本の分散曲線が $M^{(1)}$ 部と $M^{(2)}$ 部とから成り立っていることになる.

KANAI (1951) は表層内の振巾分布を調べた結果, (5.4) の命名法によれば, $M_0^{(2)}$ は $M_0^{(1)}$ の高次の波とはみなせぬと述べている. しかし $n \neq 0$ については未だ判っていないので, KANAI の主張を認めても未だ (5.2) とすべきか (5.4) と書くべきかの決め手は得られていない.

$M_0^{(1)}$ も $M_0^{(2)}$ も分散曲線の途中で粒子の回転の向きが逆転する. しかし (3.7), (4.4) の分類法では $n = 0$ のときは Fig. 5 に示したごとく $M^{(1)}$, $M^{(2)}$ の所属を変えることはない.

いまの段階では (5.3), (5.4) はあまり意味がない. むしろ誤まつた先入観を持たせる危険がある. もつと多くの物理性が将来明らかにされるまでは, 強いて分類にとらわれることなく (5.1) の記号を使っているのが無難であろう. もつとも (5.3) がいま程度普及している現在では, 混乱を避けるために, (1.1) の根と波とを区別して, (5.1) の代わりに

$$R_n \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (5.5)$$

を用いたほうがよいかも知れぬ.

参 考 文 献

- KANAI, K. 1951: On the M_2 -waves, Bull. Earthq. Res. Inst., **29**, 39—48.
 SEZAWA, K. and KANAI, K. 1935: The M_2 -Seismic Waves, Bull. Earthq. Res. Inst., **13**, 471—475.
 TAZIME, K. 1958 a: Ray-theoretical Construction of Dispersive RAYLEIGH Waves, Journ. Phys. Earth, **6**, 81—89.
 1958b: Transition from Solid to Liquid Superficial Waves in a Plate. Journ. Phys. Earth, **6**, 91—99.
 1959: Transition from Dispersive RAYLEIGH Waves to Sound Waves in a Layer over a Half Space Absolutely Rigid, Journ. Fac. Sci. Geophys. **1**, 163—179.
 TOLSTOY, I. and USDIN, E. 1953: Dispersive Properties of Stratified Elastic and Liquid Media, Geophysics, **18**, 844—870.