反射及び屈折係数による displacement potential の表示

北大理, 地球物理 田 治 米 鏡 二

(昭和 37 年 3 月 7 日受理)

A Method for Expressing Displacement Potentials of Elastic Waves by the Use of Reflection and Refraction Coefficients

Kyozi TAZIME

Department of Geophysics, Faculty of Science, Hokkaido University

(Received March 7, 1962)

It has been found that all matrices expressing displacement potentials are already given by that determining reflection and refraction coefficients. Therefore, displacement potentials can be easily developed by reflection and refraction coefficients. Some results obtained here are compared with that obtained by the other method in the previous paper (TAZIME, 1958). The both methods have arrived at the same expression of displacement potential.

注意 この論文で使われる記号は (田治米鏡二, 1961) に準じている.

§ 1. 2 層構造の表層内に線状震源がある場合. 表層内の displacement potential.

先ず Fig. 1 の如き地下構造を考える. 反射及び屈折係数はすべて, displacement potential について考えることにすれば, $z = 0$ 面における PP, PS, SP 及び SS 反射係数は次の如く書ける.

$$A = (10A)/(10), B = (10B)/(10), C = (10C)/(10), \\ D = A, \quad (1.1)$$

但し,

$$\left. \begin{aligned} (10) &= \begin{pmatrix} n_1 & -2m_1 \\ 2l_1 & n_1 \end{pmatrix}, (10A) = -\begin{pmatrix} n_1 & 2m_1 \\ 2l_1 & n_1 \end{pmatrix}, \\ (10B) &= \begin{pmatrix} n_1 & n_1 \\ 2l_1 & 2l_1 \end{pmatrix}, (10C) = \begin{pmatrix} n_1 & n_1 \\ 2m & -2m_1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

Fig. 1. A line source exists in the superficial layer overling a half space.

また $z = H$ 面における反射及び屈折係数は (田治米鏡二, 1961) の第 2 節において次の如く書かれている.

$$\left. \begin{aligned} A' &= (12A)/(12), \quad B' = (12B)/(12), \quad C' = (12C)/(12), \quad D' = (12D)/(12), \\ E' &= (12E)/(12), \quad F' = (12F)/(12), \quad G' = (12G)/(12), \quad H' = (12H)/(12) \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

但し,

$$\left. \begin{aligned} (12) &= \begin{pmatrix} -1 & m_1 & 1 & m_2 \\ l_1 & 1 & l_2 & -1 \\ n_1 & 2m_1 & -\chi n_2 & 2\chi m_2 \\ 2l_1 & -n_1 & 2\chi l_2 & n_2 \end{pmatrix}, & (12A) &= \begin{pmatrix} 1 & m_1 & 1 & m_2 \\ l_1 & 1 & l_2 & -1 \\ -n_1 & 2m_1 & -\chi n_2 & 2\chi m_2 \\ 2l_1 & -n_1 & 2\chi l_2 & \chi n_2 \end{pmatrix}, \\ (12B) &= \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & m_2 \\ l_1 & l_1 & l_2 & -1 \\ n_1 & -n_1 & -\chi n_2 & 2\chi m_2 \\ 2l_1 & 2l_1 & 2\chi l_2 & \chi n_2 \end{pmatrix}, & (12C) &= \begin{pmatrix} m_1 & m_1 & 1 & m_2 \\ -1 & 1 & l_2 & -1 \\ 2m_1 & 2m_1 & -\chi n_2 & 2\chi m_2 \\ n_1 & -n_1 & 2\chi l_2 & \chi n_2 \end{pmatrix}, \\ (12D) &= \begin{pmatrix} -1 & m_1 & 1 & m_2 \\ l_1 & -1 & l_2 & -1 \\ n_1 & 2m_1 & -\chi n_2 & 2\chi m_2 \\ 2l_1 & n_1 & 2\chi l_2 & \chi n_2 \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

及び

$$\left. \begin{aligned} (12E) &= \begin{pmatrix} -1 & m_1 & 1 & m_2 \\ l_1 & 1 & l_1 & -1 \\ n_1 & 2m_1 & -n_1 & 2\chi m_2 \\ 2l_1 & -n_1 & 2l_1 & \chi n_2 \end{pmatrix}, & (12F) &= \begin{pmatrix} -1 & m_1 & 1 & 1 \\ l_1 & 1 & l_2 & l_1 \\ n_1 & 2m_1 & -\chi n_2 & -n_1 \\ 2l_1 & -n_1 & 2\chi l_2 & 2l_1 \end{pmatrix}, \\ (12G) &= \begin{pmatrix} -1 & m_1 & m_1 & m_2 \\ l_1 & 1 & -1 & -1 \\ n_1 & 2m_1 & 2m_1 & 2\chi m_2 \\ 2l_1 & -n_1 & n_1 & \chi n_2 \end{pmatrix}, & (12H) &= \begin{pmatrix} -1 & m_1 & 1 & m_1 \\ l_1 & 1 & l_2 & -1 \\ n_1 & 2m_1 & -\chi n_2 & 2m_1 \\ 2l_1 & -n_1 & 2\chi l_2 & n_1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

行列 (12) の l_2 及び m_2 の符号を夫々逆にして作った行列を (12*) とすると,

$$(12^*) = \begin{pmatrix} 1 & m_1 & 1 & m_2 \\ l_1 & -1 & l_2 & -1 \\ -n_1 & 2m_1 & -\chi n_2 & 2\chi m_2 \\ 2l_1 & n_1 & 2\chi l_2 & \chi n_2 \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

であつて, (田治米鏡二, 1959) によれば, 次の関係がある.

$$A'D' - B'C' = (12^*)/(12). \quad (1.7)$$

次に,

$$\phi_0 = \exp \{ \pm i\alpha_1(z-E) \}, \quad 0 \leq E \leq H \quad (1.8)$$

なる P 波の線状震源がある場合を考えるに, $z=0$ 及び $z=H$ 面から 2 次的に生じる displacement potential は, 共通な係数 $\exp \{ i(\omega t - \xi x) \}$ を省略して, 次の如く書かれる.

$$\left. \begin{aligned} \phi_1 &= A_1 e^{i\alpha_1 z} + B_1 e^{-i\alpha_1 z}, & \phi_1 &= C_1 e^{i\beta_1 z} + D_1 e^{-i\beta_1 z}, \\ \phi_2 &= B_2 e^{-i\alpha_2 z}, & \phi_2 &= D_2 e^{-i\beta_2 z}. \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

(1.8) 及び (1.6) が $z=0$ で stress を 0 にし、かつ $z=H$ で stress 及び displacement を連続にさせるためには、行列記号で書いた次の連立方程式が満たされねばならぬ。

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ -B_1 \\ C_1 \\ -D_1 \\ B_2 e^{-i\alpha_2 H} \\ D_2 e^{-i\beta_2 H} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_1 & -n_1 & 2m_1 & 2m_1 & 0 & 0 \\ 2l_1 & 2l_1 & -n_1 & n_1 & 0 & 0 \\ \hline -1e^{i\alpha_1 H} & 1e^{-i\alpha_1 H} & m_1 e^{i\beta_1 H} & m_1 e^{-i\beta_1 H} & 1 & m_2 \\ l_1 e^{i\alpha_1 H} & l_1 e^{-i\alpha_1 H} & 1e^{i\beta_1 H} & -1e^{-i\beta_1 H} & l_2 & -1 \\ n_1 e^{i\alpha_1 H} & -n_1 e^{-i\alpha_1 H} & 2m_1 e^{i\beta_1 H} & 2m_1 e^{-i\beta_1 H} & -\chi n_2 & 2\chi m_2 \\ 2l_1 e^{i\alpha_1 H} & 2l_1 e^{-i\alpha_1 H} & -n_1 e^{i\beta_1 H} & n_1 e^{-i\beta_1 H} & 2\chi l_2 & \chi n_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -n_1 e^{-i\alpha_1 H} \\ -2l_1 e^{-i\alpha_1 H} \\ \hline 1e^{i\alpha_1 (H-H)} \\ l_1 e^{i\alpha_1 (H-H)} \\ -n_1 e^{i\alpha_1 (H-H)} \\ 2l_1 e^{i\alpha_1 (H-H)} \end{pmatrix} \quad (1.10)$$

今までは $A_1, B_1, \dots, D_2$ を求める際に、(1.10) から得られる各行列を最後まで展開しておつた。しかるに、(1.10)の行列を仮りに点線で示した如く、上下に分けて眺めると、点線の上の列だけを組合せて得られる 2 行 2 列の独立な行列は 4 種だけあり、これらは (1.2) に既に示されている各行列に他ならぬ。

一方 (1.10) の最後の 2 列を固定させておくと、点線の下の方だけを組合せて得られる 4 行 4 列の独立な行列は 6 種だけあり、これらは (1.4) と (1.6) に既に示されている各行列に他ならぬ。

故に、(1.10)から得られる各行列を最後まで展開せず、(1.2), (1.4) 及び (1.6) で展開すると計算は極めて容易になる。

$$A_1 = A_{A1}/\Delta, \quad B_1 = A_{B1}/\Delta, \quad C_1 = A_{C1}/\Delta, \quad D_1 = A_{D1}/\Delta \quad (1.11)$$

とおけば

$$\begin{aligned} \Delta &= -(10B)(12C) + (10)(12^*)e^{-i(\alpha_1+\beta_1)H} - (10A)(12A)e^{-i(\alpha_1-\beta_1)H} \\ &\quad - (10A)(12D)e^{i(\alpha_1-\beta_1)H} + (10)(12)e^{i(\alpha_1+\beta_1)H} - (10C)(12B) \\ &= (10)(12)e^{i(\alpha_1+\beta_1)H} \{1 + (A'D' - B'C')e^{-2i(\alpha_1+\beta_1)H} - AA'e^{-2i\alpha_1 H} \\ &\quad - DD'e^{-2i\beta_1 H} - 2BC'e^{-i(\alpha_1+\beta_1)H}\}, \end{aligned} \quad (1.12)$$

$$\begin{aligned} A_{A1} &= e^{i\alpha_1 H} \{-(10A)(12^*)e^{-i(\alpha_1+\beta_1)H} + (10)(12A)e^{-i(\alpha_1-\beta_1)H}\} \\ &\quad + e^{-i\alpha_1 H} \{(10B)(12C) - (10)(12^*)e^{-i(\alpha_1+\beta_1)H} + (10A)(12A)e^{-i(\alpha_1-\beta_1)H}\} \\ &= (10)(12)e^{i(\alpha_1+\beta_1)H} \{A'e^{-2i\alpha_1 H} - A(A'D' - B'C')e^{-2i(\alpha_1+\beta_1)H}\} e^{i\alpha_1 H} \\ &\quad + \{AA'e^{-2i\alpha_1 H} - (A'D' - B'C')e^{-2i(\alpha_1+\beta_1)H} + BC'e^{-i(\alpha_1+\beta_1)H}\} e^{-i\alpha_1 H}. \end{aligned} \quad (1.13)$$

(1.11), (1.12) 及び (1.13) から得られる A_1 は (TAZIME, 1958) の (1.23) にこれとは別の方法で求めた A_1 と全く一致している。

同様にして、

$$\begin{aligned}
\Delta_{B1} &= -e^{i\alpha_1 H} \{ (10)(12^*) e^{-i(\alpha_1 + \beta_1) H} - (10A)(12A) e^{-i(\alpha_1 - \beta_1) H} - (10C)(12B) \} \\
&\quad - e^{-i\alpha_1 H} \{ (10)(12D) e^{i(\alpha_1 - \beta_1) H} - (10A)(12) e^{i(\alpha_1 + \beta_1) H} \}, \\
\Delta_{C1} &= e^{i\alpha_1 H} \{ (10B)(12^*) e^{-i(\alpha_1 + \beta_1) H} + (10)(12B) \} \\
&\quad + e^{-i\alpha_1 H} \{ (10B)(12D) e^{i(\alpha_1 - \beta_1) H} + (10A)(12B) \}, \\
\Delta_{D1} &= -e^{i\alpha_1 H} \{ - (10B)(12A) e^{-i(\alpha_1 - \beta_1) H} - (10A)(12B) \} \\
&\quad - e^{-i\alpha_1 H} \{ - (10B)(12) e^{i(\alpha_1 + \beta_1) H} - (10)(12B) \}.
\end{aligned}$$

再び (1.1) から (1.12) までの記号を参照すれば, A_1 のみならず, B_1, C_1 及び D_1 も以前別の方法で求めたものと全く一致することが判る.

§ 2. 2層構造の表層内に線状震源がある場合. 下層内の displacement potential.

$$B_2 = \Delta_{B2}/\Delta, \quad D_2 = \Delta_{D2}/\Delta \quad (2.1)$$

とおけば,

$$\begin{aligned}
\Delta_{B2} e^{-i\alpha_2 H} &= e^{i\alpha_1 H} \{ e^{-i\alpha_1 H} (10B)(p) + e^{i\beta_1 H} (10)(12E) - e^{-i\beta_1 H} (10A)(q) \} \\
&\quad + e^{-i\alpha_1 H} \{ e^{i\alpha_1 H} (10B)(12G) + e^{i\beta_1 H} (10A)(12E) - e^{-i\beta_1 H} (10)(q) \} \quad (2.2)
\end{aligned}$$

但し,

$$(p) = \begin{pmatrix} m_1 & m_1 & 1 & m_2 \\ 1 & -1 & l_1 & -1 \\ 2m_1 & 2m_1 & -n_1 & 2\chi m_2 \\ -n_1 & n_1 & 2l_1 & \chi n_2 \end{pmatrix}, \quad (q) = \begin{pmatrix} -1 & m_1 & 1 & m_2 \\ l_1 & -1 & l_1 & -1 \\ n_1 & 2m_1 & -n_1 & 2\chi m_2 \\ 2l_1 & n_1 & 2l_1 & \chi n_2 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

ところで,

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} c_1 & d_1 \\ c_2 & d_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1 & d_1 \\ a_2 & d_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b_1 & d_1 \\ b_2 & d_2 \end{vmatrix} \quad (2.4)$$

であるが, 更に

$$\begin{aligned}
&\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} c_1 & d_1 \\ c_3 & d_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} c_2 & d_2 \\ c_3 & d_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_2 & d_2 \\ a_3 & d_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1 & d_1 \\ a_3 & d_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} \\
&= \begin{vmatrix} a_2 & c_3 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b_1 & d_1 \\ b_3 & d_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b_2 & d_2 \\ b_3 & d_3 \end{vmatrix} \quad (2.5)
\end{aligned}$$

なる関係を使うと, (2.4) に似た次の等式を証明することができる.

$$\begin{aligned}
&\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & a_1 & b_1 \\ x_2 & y_2 & a_2 & b_2 \\ x_3 & y_3 & a_3 & b_3 \\ x_4 & y_4 & a_4 & b_4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & c_1 & d_1 \\ x_2 & y_2 & c_2 & d_2 \\ x_3 & y_3 & c_3 & d_3 \\ x_4 & y_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & a_1 & d_1 \\ x_2 & y_2 & a_2 & d_2 \\ x_3 & y_3 & a_3 & d_3 \\ x_4 & y_4 & a_4 & d_4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & b_1 & c_1 \\ x_2 & y_2 & b_2 & c_2 \\ x_3 & y_3 & b_3 & c_3 \\ x_4 & y_4 & b_4 & c_4 \end{vmatrix} \\
&= \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & a_1 & c_1 \\ x_2 & y_2 & a_2 & c_2 \\ x_3 & y_3 & a_3 & c_3 \\ x_4 & y_4 & a_4 & c_4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & b_1 & d_1 \\ x_2 & y_2 & b_2 & d_2 \\ x_3 & y_3 & b_3 & d_3 \\ x_4 & y_4 & b_4 & d_4 \end{vmatrix} \quad (2.6)
\end{aligned}$$

故に, (2.1), (2.2) 及び (2.6) を使つて, (2.3) は次の如く表わされる.

$$\left. \begin{aligned} (12)(p) &= (12A)(12G) - (12C)(12E), \\ (12)(q) &= (12D)(12E) - (12B)(12G). \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

(1.12), (2.2) 及び (2.7) を (2.1) に代入すれば,

$$\begin{aligned} B_2 e^{-i\alpha_2 H} &= [e^{-i\alpha_1(H-B)} \{E' + B(A'G' - C'E')e^{-i(\alpha_1+\beta_1)H} + D(B'G' - D'E')e^{-2i\beta_1 H}\} \\ &\quad + e^{-i\alpha_1 B} \{AE'e^{-i\alpha_1 H} + BG'e^{-i\beta_1 H} + (B'G' - D'E')e^{-i\alpha_1 H} e^{-2i\beta_1 H}\}]/M. \end{aligned} \quad (2.8)$$

今と同様にして,

$$(r) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & m_1 \\ l_1 & l_2 & l_1 & -1 \\ n_1 & -\chi n_2 & -n_1 & 2m_1 \\ 2l_1 & 2\chi l_2 & 2l_1 & n_1 \end{pmatrix}, \quad (s) = \begin{pmatrix} m_1 & 1 & 1 & m_1 \\ 1 & l_2 & l_1 & -1 \\ 2m_1 & -\chi n_2 & -n_1 & 2m_1 \\ -n_1 & 2\chi l_2 & 2l_1 & n_1 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

とおくと,

$$\left. \begin{aligned} (12)(r) &= (12D)(12F) - (12B)(12H), \\ (12)(s) &= (12A)(12H) - (12C)(12F). \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

この関係を使つて,

$$\begin{aligned} D_2 e^{-i\beta_2 H} &= [e^{-i\alpha_1(H-B)} \{F' + B(A'H' - C'F')e^{-i(\alpha_1+\beta_1)H} + D(B'H' - D'F')e^{-2i\beta_1 H}\} \\ &\quad + e^{-i\alpha_1 B} \{AF'e^{-i\alpha_1 H} + BH'e^{-i\beta_1 H} + (B'H' - D'F')e^{-i\alpha_1 H} e^{-2i\beta_1 H}\}]/M. \end{aligned} \quad (2.11)$$

B^2 , D_2 は実は次の如き ray theoretical な考察から一層簡単に求めることもできる.

$$\left. \begin{aligned} B_2 e^{-i\alpha_2 H} &= E' \{e^{i\alpha_1(B-H)} + B_1 e^{-i\alpha_1 H}\} + G' D_1 e^{-i\beta_1 H}, \\ D_2 e^{-i\beta_2 H} &= F' \{e^{i\alpha_1(B-H)} + B_1 e^{-i\alpha_1 H}\} + H' D_1 e^{-i\beta_1 H}. \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

既に知っている B_1 及び D_1 を (2.12) に代入すると, (2.8) 及び (2.11) は (2.12) と全く一致していることが判る.

§ 3. 2 層構造の下層内に線状震源がある場合.

地下構造と震源の位置との関係は Fig. 2 に示す如くである.

Fig. 2. A line source exists in the half space below a superficial layer.

$z=H$ の境界面において, 媒質 2 の側から見た反射及び屈折係数は, 以前の考察

(田治米鏡二, 1961) に従つて次の如く書かれる.

$$(21) = \begin{vmatrix} -1 & m_2 & 1 & m_1 \\ l_2 & 1 & l_1 & -1 \\ n_2 & 2m_2 & -\chi^{-1}n_1 & 2\chi^{-1}m_1 \\ 2l_2 & -n_2 & 2\chi^{-1}l_1 & \chi^{-1}n_1 \end{vmatrix} = \chi^{-2} \begin{vmatrix} -1 & m_1 & 1 & m_2 \\ l_1 & 1 & l_2 & -1 \\ n_1 & 2m_1 & -\chi n_2 & 2\chi m_2 \\ 2l_1 & -n_1 & 2\chi l_2 & \chi n_2 \end{vmatrix} = \chi^{-2}(12),$$

$$(21A) = \chi^{-2} \begin{vmatrix} -1 & m_1 & -1 & m_2 \\ l_1 & 1 & l_2 & -1 \\ n_1 & 2m_1 & \chi n_2 & 2\chi m_2 \\ 2l_1 & -n_1 & 2\chi l_2 & \chi n_2 \end{vmatrix}, \quad (21B) = \chi^{-2} \begin{vmatrix} 1 & m_1 & 1 & -1 \\ l_1 & -1 & l_2 & l_2 \\ -n_1 & 2m_1 & -n_2 & n_2 \\ 2l_1 & n_1 & 2l_2 & 2l_2 \end{vmatrix},$$

$$(21C) = \chi^{-2} \begin{vmatrix} 1 & m_1 & m_2 & m_2 \\ l_1 & -1 & 1 & -1 \\ -n_1 & 2m_1 & 2\chi m_2 & 2\chi m_2 \\ 2l_1 & n_1 & -\chi n_2 & \chi n_2 \end{vmatrix}, \quad (21D) = \chi^{-2} \begin{vmatrix} 1 & m_1 & -1 & m_2 \\ l_1 & -1 & l_2 & -1 \\ -n_1 & 2m_1 & \chi n_2 & 2\chi m_2 \\ 2l_1 & n_1 & 2\chi l_2 & \chi n_2 \end{vmatrix},$$

$$(21E) = \chi^{-2} \begin{vmatrix} -1 & m_1 & 1 & m_2 \\ l_2 & 1 & l_2 & -1 \\ \chi n_2 & 2m_1 & -\chi n_2 & 2\chi m_2 \\ 2\chi l_2 & -n_1 & 2\chi l_2 & \chi n_2 \end{vmatrix}, \quad (21F) = \chi^{-2} \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 & m_2 \\ l_1 & l_2 & l_2 & -1 \\ n_1 & \chi n_2 & -\chi n_2 & 2\chi m_2 \\ 2l_1 & 2\chi l_2 & 2\chi l_2 & \chi n_2 \end{vmatrix},$$

$$(21G) = \chi^{-2} \begin{vmatrix} -m_1 & m_2 & 1 & m_2 \\ l_1 & 1 & l_2 & -1 \\ -2m_1 & 2\chi m_2 & -\chi n_2 & 2\chi m_2 \\ n_1 & -\chi n_2 & 2\chi l_2 & \chi n_2 \end{vmatrix}, \quad (21H) = \chi^{-2} \begin{vmatrix} -1 & m_2 & 1 & m_2 \\ l_1 & 1 & l_2 & -1 \\ n_1 & 2\chi m_2 & -\chi n_2 & 2\chi m_2 \\ 2l_1 & -\chi n_2 & 2\chi l_2 & \chi n_2 \end{vmatrix}.$$

次に $z=E$ に

$$\phi_0 = \exp \{ \pm i\alpha_2(z-E) \} \quad z \leq E \quad (3.1)$$

なる線状震源を考えると, 境界条件から次の連立方程式が得られる.

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ -B_1 \\ C_1 \\ -D_1 \\ B_2 e^{-i\alpha_2 H} \\ D_2 e^{-i\beta_2 H} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_1 & -n_1 & 2m_1 & 2m_1 & 0 & 0 \\ 2l_1 & 2l_1 & -n_1 & n_1 & 0 & 0 \\ -e^{i\alpha_1 H} & e^{-i\alpha_1 H} & m_1 e^{i\beta_1 H} & m_1 e^{-i\beta_1 H} & 1 & m_2 \\ l_1 e^{i\alpha_1 H} & l_1 e^{-i\alpha_1 H} & e^{i\beta_1 H} & -e^{-i\beta_1 H} & l_2 & -1 \\ n_1 e^{i\alpha_1 H} & -n_1 e^{-i\alpha_1 H} & 2m_1 e^{i\beta_1 H} & 2m_1 e^{-i\beta_1 H} & -\chi n_2 & 2\chi m_2 \\ 2l_1 e^{i\alpha_1 H} & 2l_1 e^{-i\alpha_1 H} & -n_1 e^{i\beta_1 H} & n_1 e^{-i\beta_1 H} & 2\chi l_2 & \chi n_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -e^{i\alpha_2(H-E)} \\ l_2 e^{i\alpha_2(H-E)} \\ \chi n_2 e^{i\alpha_2(H-E)} \\ 2\chi l_2 e^{i\alpha_2(H-E)} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

$$\therefore \Delta_{A_1} = e^{-i\alpha_2(H-E)} e^{i\beta_1 H} \{ -(10A)(x) e^{-2i\beta_1 H} + (10)(21E) \chi^2 \\ - (10C)(y) e^{-i(\alpha_1+\beta_1)H} \}, \quad (3.3)$$

但し

$$-(x) = \begin{vmatrix} m_1 & -1 & 1 & m_2 \\ -1 & l_2 & l_2 & -1 \\ 2m_1 & \chi n_2 & -\chi n_2 & 2\chi m_2 \\ n_1 & 2\chi l_2 & 2\chi l_2 & \chi n_2 \end{vmatrix}, \quad -(y) = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & m_2 \\ l_1 & l_2 & l_2 & -1 \\ -n_1 & \chi n_2 & -\chi n_2 & 2\chi m_2 \\ 2l_1 & 2\chi l_2 & 2\chi l_2 & \chi n_2 \end{vmatrix}.$$

しかるに, (2.6) を参照すると,

$$\left. \begin{aligned} (21)(x) &= (21E)(12D) - (21F)(12C), \\ (21)(y) &= (21E)(12B) - (21F)(12A). \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

故に (3.4) を (3.3) に代入し、結局次の結果を得る.

$$\begin{aligned} A_1 &= e^{-i\alpha_2(B-H)} e^{-i\alpha_1 H} [E'' \{1 - DD' e^{-2i\beta_1 H} - BC' e^{-i(\alpha_1+\beta_1)H}\} \\ &\quad + F'' e^{-i\beta_1 H} (AC' e^{-i\beta_1 H} + CA' e^{-i\alpha_1 H})] / M. \end{aligned}$$

同様にして,

$$B_1 = e^{-i\alpha_2(B-H)} [E'' e^{-i\alpha_1 H} (D - D' e^{-2i\beta_1 H}) + F'' e^{-i\beta_1 H} \{C + C' e^{-i(\alpha_1+\beta_1)H}\}] / M,$$

$$\begin{aligned} C_1 &= e^{-i\alpha_2(B-H)} e^{-i\beta_1 H} [E'' e^{-i\alpha_1 H} (BD' e^{-i\beta_1 H} + DB' e^{-i\alpha_1 H}) \\ &\quad + F'' \{1 - AA' e^{-2i\alpha_1 H} - BC' e^{-i(\alpha_1+\beta_1)H}\}] / M, \end{aligned}$$

$$D_1 = e^{-i\alpha_2(B-H)} [E'' e^{-i\alpha_1 H} \{B - B' e^{-i(\alpha_1+\beta_1)H}\} + F'' e^{-i\beta_1 H} (A + A' e^{-2i\alpha_1 H})] / M.$$

E'' , F'' は媒質 2 の側から見た反射係数であつて,

$$E'' = (21E)/(21), \quad F'' = (21F)/(21).$$

B_2 及び D_2 は (3.2) から直接求めるよりも ray theory 的な考察に依つた方が簡単である.

$$\left. \begin{aligned} B_2 &= A'' e^{-i\alpha_2(B-H)} + E' B_1 e^{-i\alpha_1 H} + G' D_1 e^{-i\beta_1 H}, \\ D_2 &= B'' e^{-i\alpha_2(B-H)} + F' B_1 e^{-i\alpha_1 H} + H' D_1 e^{-i\beta_1 H}. \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

(3.5) の B_1 , D_1 は今求めたばかりであるから、これらを代入すればよい.

また

$$A'' = (21A)/(21), \quad B'' = (21B)/(21).$$

は媒質 2 の側から見た PP, PS 反射係数である.

反射及び屈折係数表を利用する場合には,

§ 4. 結 び

$(A', B', \dots, H')$ と $(A'', B'', \dots, H'')$ とを区別する必要はない. ゆえに反射及び屈折係数表が完備しておれば, すべての displacement potential の振巾の数値が容易に判る.

また以上の方法は更に多層構造の場合にも拡張できる. 計算は勿論面倒になるが, $(A', B', \dots, H')$ の代りに見掛けの反射及び屈折係数 $(\mathfrak{A}', \mathfrak{B}', \dots, \mathfrak{H}')$ を用いれば, 形式的には § 1 の結果をそのまま採用することができる. ゆえに任意の多層構造へ拡張するためには, 見掛けの反射及び屈折係数の一般的表現法を求めておくべきである.

参 考 文 献

TAZIME, Kyozi 1958, Ray-theoretical Construction of Dispersive RAYLEIGH Waves, J. Phys. Earth **6**, 81-89.

田治米鏡二 1959, 成層構造に対する ray theory の適用 (14) 地震 **12**, 137-140.

1961, 弾性波の反射及び屈折係数, 地震 **14**, 77-88.