球状震源からの弾性波の伝播 第 2 報

東京大学理学部地球物理学教室 平 沢 朋 郎

” 佐 藤 良 輔

(昭和 38 年 2 月 15 日受理)

Propagation of Elastic Waves from a Spherical Origin: Part II.

Tomowo HIRASAWA and Ryosuke SATO

Geophysical Institute, Faculty of Science, The University of Tokyo

(Received February 15, 1963)

Numerical calculations of the analytical expressions obtained in Part I are presented in this paper as Part II.

At first, several cases, where Q is infinite and a/r is finite are considered. Main results in these cases are that the smaller the ratio a/r is, the larger the amplitude ratio A_S/A_P becomes remarkably and the ratio of the apparent period τ_S/τ_P a little, where subscripts S and P refer to S and P waves, respectively.

Next, several cases, when a/r is very small compared with unity and parameter Q and S take various values, are studied. It is found that the amplitude ratio A_S/A_P lies between about 3.3 and 4.5 and the ratio of the apparent period τ_S/τ_P between about 1.5 and 2.3 except when the force given as the source oscillates extremely and then the ratio τ_S/τ_P becomes nearly unity.

§ 4. 数値計算による結果

第 1 報で得られた結果, (1-22-A, B), (1-28-A, B), (1-31-A, B) の各式は次のように簡単な形に書き表わされる.

$$\left. \begin{aligned} U_{11} &= \sum_{j=1}^3 \Phi_{j1} e^{-p_j T_1} \cdot \sin(q_j T_1 + \varphi_{j1}), & V_{11} &= - \sum_{j=1}^3 \Psi_{j1} e^{-p_j T_1} \cdot \sin(q_j T_1 + \psi_{j1}), \\ U_{31} &= - \sum_{j=1}^3 \Phi_{j2} e^{-p_j T_2} \cdot \sin(q_j T_2 + \varphi_{j2}), & V_{31} &= \sum_{j=1}^3 \Psi_{j2} e^{-p_j T_2} \cdot \sin(q_j T_2 + \psi_{j2}), \end{aligned} \right\} \quad (1-A)$$

$$\left. \begin{aligned} U'_{11} &= \sum_{j=1}^3 \Phi'_{j1} e^{-p_j T_1} \cdot \sin(q_j T_1 + \varphi'_{j1}), & V'_{11} &= - \sum_{j=1}^3 \Psi'_{j1} e^{-p_j T_1} \cdot \sin(q_j T_1 + \psi'_{j1}), \\ U'_{31} &= - \sum_{j=1}^3 \Phi'_{j2} e^{-p_j T_2} \cdot \sin(q_j T_2 + \varphi'_{j2}), & V'_{31} &= \sum_{j=1}^3 \Psi'_{j2} e^{-p_j T_2} \cdot \sin(q_j T_2 + \psi'_{j2}), \end{aligned} \right\} \quad (1-B)$$

$$\left. \begin{aligned} U_{12} &= a_1 + a_2 T_1 + a_3 T_1^2, & V_{12} &= -(b_1 + b_2 T_1 + b_3 T_1^2), \\ U_{12} + U_{32} &= a_0, & V_{12} + V_{32} &= b_0; \quad T_2 \geq 0, \end{aligned} \right\} \quad (2-A)$$

$$\left. \begin{aligned} U'_{12} &= a'_1 + a'_2 T_1 + a'_3 T_1^2, & V'_{12} &= -(b'_1 + b'_2 T_1 + b'_3 T_1^2), \\ U'_{12} + U'_{32} &= a'_0, & V'_{12} + V'_{32} &= b'_0; \quad T_2 \geq 0, \end{aligned} \right\} \quad (2-B)$$

$$\left. \begin{aligned} U_{13} &= \Phi_{41} e^{-p_4 T_1} \cdot \sin(q_4 T_1 + \varphi_{41}), & V_{13} &= -\Psi_{41} e^{-p_4 T_1} \cdot \sin(q_4 T_1 + \psi_{41}), \\ U_{33} &= -\Phi_{42} e^{-p_4 T_2} \cdot \sin(q_4 T_2 + \varphi_{42}), & V_{33} &= \Psi_{42} e^{-p_4 T_2} \cdot \sin(q_4 T_2 + \psi_{42}), \end{aligned} \right\} \quad (3-A)$$

$$\left. \begin{aligned} U'_{13} &= \Phi'_{41} e^{-p_4 T_1} \cdot \sin(q_4 T_1 + \varphi'_{41}), & V'_{13} &= -\Psi'_{41} e^{-p_4 T_1} \cdot \sin(q_4 T_1 + \psi'_{41}), \\ U'_{33} &= -\Phi'_{42} e^{-p_4 T_2} \cdot \sin(q_4 T_2 + \varphi'_{42}), & V'_{33} &= \Psi'_{42} e^{-p_4 T_2} \cdot \sin(q_4 T_2 + \psi'_{42}). \end{aligned} \right\} \quad (3-B)$$

なお、式の番号の中のAは (I) 法線応力が働く場合、Bは (II) 切線応力が働く場合を示す (1-7, 1-8 式を参照)。

数値計算を行なったのは次の各場合である。

$$(a) \begin{cases} S=0, \\ Q=\infty, \end{cases}$$

$$(i) R=1, \quad (ii) R=1/2, \quad (iii) R=1/4, \quad (iv) R=1/10, \quad (v) R=1/50, \quad (vi) R=0,$$

$$(b) \begin{cases} S=0, \\ Q=2, \\ R=0, \end{cases} \quad (c) \begin{cases} S=0, \\ Q=1, \\ R=0, \end{cases} \quad (d) \begin{cases} S=0, \\ Q=0.2, \\ R=0, \end{cases} \quad (e) \begin{cases} S=\pi/2, \\ Q=2, \\ R=0, \end{cases}$$

$$(f) \begin{cases} S=\pi/2, \\ Q=1, \\ R=0, \end{cases} \quad (g) \begin{cases} S=\pi/2, \\ Q=0.2, \\ R=0, \end{cases} \quad (h) \begin{cases} S=\pi, \\ Q=2, \\ R=0, \end{cases} \quad (i) \begin{cases} S=\pi, \\ Q=1, \\ R=0. \end{cases}$$

空洞の表面で与えられる力の時間変化は、

$$f(T) = \begin{cases} 1 - e^{-QT} \cos ST; & T \geq 0, \\ 0 & ; \quad T < 0, \end{cases} \quad (4)$$

で表わされるが、Fig. 1 なら述の (a)~(i) までの各場合の $f(T)$ の変化を示す。また、(a) の各場合における (1-A, B), (2-A, B), (3-A, B) の各係数の数値を Table 1 に、(b)~(i) までの各場合に対する数値を Table 2 に示してある。なお、(a) の場合の時間函数 $f(T)$ は階段函数であつて、第2種の forced wave, すなわち (3-A, B) 式による変位は 0 となる。また、(a) の (vi) および (b)~(i) の各場合は $R=0$ であつて、第1種の forced waves すなわち (2-A, B) 式による各変位成分, free wave すなわち (1-A, B) 式と、第2種の forced wave すなわち (3-A, B) 式による変位成分のうちP波の θ -, φ -成分とS波の r -成分は 0 となる、なお、 $p_j, q_j (j=1, 2, 3)$ の値は (1-21) 式に示されている。

(a)~(i) の各場合に対して計算された変位の時間変化が Fig. 2 と Fig. 3 に示されている。各場合とも横軸は $T \equiv t/(ac_2)$ を単位にとり、その原点は Fig. 2 の (i)~(v) はP波の始まる時刻であり、Fig. 2 の (vi) および Fig. 3 (すなわち $R \equiv a/r=0$ の場合) では、P波 ($U, U', (U+U')/2$) に対してはP波の、S波 ($V, V', (V+V')/2$) に対してはS波の始まる時刻が原点

Fig. 1. The time variation, $f(T)$, of the stress acting on the surface of the spherical cavity is expressed by

$$f(T) = \begin{cases} 1 - e^{-QT} \cos ST & \text{for } T \geq 0, \\ 0 & \text{for } T < 0, \end{cases} \quad (\text{cf. eq. (4)})$$

where $T = t/(ac_2)$, with a = the radius of the cavity and c_2 = the reciprocal of the velocity of S wave. Numerical calculations are carried out for the cases when

a): $S=0, Q=\infty$, b): $S=0, Q=2$, c): $S=0, Q=1$, d): $S=0, Q=0.2$, e): $S=\pi/2, Q=2$, f): $S=\pi/2, Q=1$, g): $S=\pi/2, Q=0.2$, h): $S=\pi, Q=2$, i): $S=\pi, Q=1$.

になっている。また簡単のために、縦軸はいずれの場合も 10^{-2} を単位に表わされている。

今までは、(1-1)式で表わされる境界条件を、(I)法線応力が働く場合、(II)切線応力が働く場合、の2つに分けて計算を進めてきた。(1-1)式で表わされる境界条件を満足する解は、単に(I)と(II)によつてそれぞれ得られた解を重ね合わせればよい。波形を同じ図で比較する便利さのために、境界条件(1-1)による解の1/2、すなわち、(I)と(II)による変位の和の1/2を(III)の場合として、(I)による変位 U, V 、および(II)による変位 U', V' と共に図示した。それらの変位は、(1-19-A, B)式で表わされているように、各種の波をすべて合成した合成変位である。なお、(1-18-A, B)式からわかるように、図に表わされた変位は実際の変位 u, v などから方位成分および共通の因子 $\{(a/r)$ と定数部分}を除いた U, V などであることは注意を要する。

Fig. 2 の (i)~(iv) によつて、空洞の半径 a と、その中心からの距離 r の比 $a/r \equiv R$ によ

Table 1. Numerical values of coefficients in eqs. (1-A, B)-(3-A, B), when $f(T)$ is given by the step function. ($Q=\infty$, $S=0$)

	$R=1$	$R=1/2$	$R=1/4$	$R=1/10$	$R=1/50$	$R=0$
Φ_{11}	0.850080	0.066960	0.021484	0.046227	0.060840	0.064905
Φ_{21}	0.074198	0.102335	0.145879	0.184658	0.210262	0.217272
Φ_{31}	0.019646	0.047969	0.058959	0.065147	0.068442	0.069273
Ψ_{11}	0.570344	0.052841	0.024070	0.013515	0.003260	
Ψ_{21}	0.040960	0.049051	0.034787	0.016928	0.003744	
Ψ_{31}	0.040788	0.021844	0.011873	0.005042	0.001044	
Φ_{12}	0.891416	0.274946	0.188519	0.092093	0.020550	
Φ_{22}	0.040914	0.030905	0.018709	0.008357	0.001771	
Φ_{32}	0.033739	0.018462	0.009760	0.004049	0.000826	
Ψ_{12}	0.587514	0.200046	0.317037	0.401351	0.450173	0.462949
Ψ_{22}	0.063514	0.083978	0.098751	0.109427	0.115754	0.117409
Ψ_{32}	0.044600	0.054488	0.058898	0.061430	0.062754	0.063083
φ_{11}	41°34'66	70°33'97	-13°49'09	6°08'23	24°01'93	28°46'33
φ_{21}	-53 32.75	-41 15.91	-35 53.83	-31 06.07	-28 13.53	-27 29.11
φ_{31}	-11 00.94	45 41.78	65 30.22	77 17.71	83 38.73	85 14.61
ϕ_{11}	46 11.49	110 41.47	-155 00.91	-118 17.66	-102 32.02	
ϕ_{21}	150 02.42	157 46.75	166 24.44	171 10.04	173 30.46	
ϕ_{31}	-99 07.40	-60 29.36	-43 37.49	-34 08.28	-29 15.00	
φ_{12}	58 04.47	161 09.11	-159 39.44	-141 26.03	-132 41.31	
φ_{22}	-31 37.42	-21 39.68	-16 57.82	-14 21.04	-13 01.56	
φ_{32}	70 56.11	90 48.63	100 03.34	105 24.74	108 12.79	
ϕ_{12}	21 17.16	-29 23.85	-25 03.24	-12 46.37	-4 59.25	-2 56.21
ϕ_{22}	134 37.27	138 54.54	141 59.60	144 10.38	145 25.32	145 44.54
ϕ_{32}	-169 38.83	-154 25.89	-146 17.17	-141 14.32	-138 29.69	-137 48.19
a_1		-0.029980	0.037013	0.026891	0.006643	
a_2		0.169440	0.063540	0.012200	0.0005314	
a_3		0.146739	0.018342	0.0011739	0.00000939	
b_1		-0.048972	0.010183	0.012130	0.003269	
b_2		0.112960	0.042360	0.0081331	0.0003542	
b_3		0.097826	0.012228	0.0007826	0.00000626	
a_0	0.266304	0.163723	0.085683	0.034701	0.006956	
b_0	0.141304	0.050272	0.022588	0.008750	0.001740	
Φ_{11}'	1.260343	0.099277	0.031852	0.068536	0.090203	0.096230
Φ_{21}'	0.074654	0.102963	0.146775	0.185792	0.211553	0.218607
Φ_{31}'	0.039783	0.097138	0.119392	0.131924	0.138597	0.140279
Ψ_{11}'	0.845603	0.078343	0.035686	0.020037	0.004834	
Ψ_{21}'	0.041212	0.049352	0.035000	0.017032	0.003767	
Ψ_{31}'	0.082595	0.044234	0.024043	0.010210	0.002114	
Φ_{12}'	1.321629	0.407640	0.279502	0.136539	0.030468	
Φ_{22}'	0.041166	0.031095	0.018824	0.008409	0.001781	
Φ_{32}'	0.068322	0.037385	0.019763	0.008199	0.001673	
Ψ_{12}'	0.871058	0.296591	0.470045	0.595050	0.667434	0.686376
Ψ_{22}'	0.063904	0.084494	0.099358	0.110099	0.116465	0.118130
Ψ_{32}'	0.090316	0.110339	0.119269	0.124396	0.127079	0.127744
φ_{11}'	38°37'85	67°37'15	-16°45'91	3°11'42	21°05'11	25°49'51
φ_{21}'	133 05.63	145 22.48	150 44.55	155 32.32	158 24.85	159 09.28
φ_{31}'	-154 50.41	-98 07.69	-78 19.25	-66 31.76	-60 10.74	-58 34.85
ϕ_{11}'	43 14.67	107 44.65	-157 57.73	-121 14.68	-105 28.83	
ϕ_{21}'	-23 19.20	-15 34.87	6 57.18	-2 11.57	0 08.85	
ϕ_{31}'	117 03.13	155 41.17	172 33.04	-177 57.75	-173 04.46	
φ_{12}'	55 07.66	158 12.29	-162 36.25	-144 22.85	-135 38.13	
φ_{22}'	155 00.97	164 58.71	169 40.56	172 17.35	173 36.83	
φ_{32}'	-72 53.36	-53 00.84	-43 46.13	-38 24.73	-35 36.68	
ϕ_{12}'	18 20.34	-32 20.67	-28 00.05	-15 43.18	-7 56.07	-5 53.03
ϕ_{22}'	-38 44.35	-34 27.08	-31 22.02	-29 11.23	-27 56.30	-27 37'07
ϕ_{32}'	46 31.70	61 44.64	69 53.37	74 56.22	77 40.84	78 22.35

(次頁へつづく)

(前頁より)

	$R=1$	$R=1/2$	$R=1/4$	$R=1/10$	$R=1/50$	$R=0$
a_1'		-0.054141	0.054374	0.040263	0.009964	
a_2'		0.254160	0.095310	0.018299	0.0007970	
a_3'		0.220109	0.027514	0.0017609	0.00001409	
b_1'		-0.079572	0.014510	0.018146	0.004903	
b_2'		0.169440	0.063540	0.012200	0.0005314	
b_3'		0.146739	0.018342	0.0011739	0.00000939	
a_0'	0.211957	0.222147	0.125594	0.051864	0.010432	
b_0'	0.336957	0.091033	0.035836	0.013250	0.002610	

る波形の変化の様子を知ることができる。この場合には、与えられる力の時間変化は階段函数 ($Q=\infty$) である (Fig. 1, a).

Fig. 2, (i) は $R=1$, すなわち空洞の表面における変位を表わしており、もちろんこの場合は縦波と横波は同時に始まり、図に示された変位は両者を合成したものである。 T が充分大きくなると各変位成分とも零でない有限な値に近づくが、その値が永久変位を表わす。Fig. 2 の (ii)~(v) においては、S波の始まりの時刻 (縦軸と平行な鎖線で示されている) 以後は縦波と横波を合成した変位が示されている。

a/r が小さくなるにつれ変位の r -成分の P 波部分に山が生ずること (Fig. 2, (iii), (iv)), (I) の場合は P 波 r -成分の立ち上りが, (II) の場合には S 波 θ, φ -成分の立ち上りが急であること (たとえば Fig. 2, (iv), このことは P 波と S 波の見かけの周期比に大きく影響する), a/r が小さくなるに従い変位の r -成分 (P 波) は小さく, θ, φ -成分 (S 波) は大きくなること (Fig. 2, (iv), (v)), さらに, $a/r=1/50$ の場合の永久変位は P 波最大振巾の 1 割程度の量であること (Fig. 2, (v)) などは注目される。

Fig. 2, (vi) において, (I) および (II) の場合の P 波にはかなり短周期成分が目立つけれども, 両者を合せた (III) の場合にはほとんど打ち消されてしまっていることも興味深い。

Fig. 3 の (i), (ii), (iii) は振動性のない $S=0$ の場合で対応する力の時間変化は Fig. 1 の b, c, d である。 $f(T)$ の立ち上りがゆるやかになるにつれ, 振巾が小さく, また振動性が失なわれていく有様がみられる。次に $S=\pi/2$ の振動性を与えた場合 (e, f, g) は, $f(T)$ の振動性と共に発生する波の振動性も増し, 見かけの周期が短かく, 振巾が大きくなる (Fig. 3, (iv), (v), (vi)). 特に Fig. 3, (vi) の場合は, 第 2 種の forced wave が卓越し, 最初の一山以後はその forced wave の周期 ($f(T)$ の周期に等しい) で振動するから, P 波と S 波の周期比は 1 に近くなる。さらに短周期の振動性, $S=\pi$ を与えた場合 (h, i) の Fig. 3, (vii), (viii) のうち (viii) では, S 波の振動性に較べて P 波の振動性は明らかに著しい, この事実から, 場合によつては与えた力の振動性が P 波に特に強く影響することもあり得ることがわかる。

Table 2. Numerical values of coefficients in eqs. (1-A, B)–(3-A, B), when $f(T)$ is given by eq. (4) for various values of Q and S . ($R=0$)

	$S=q_4=0$ $Q=p_4=2$	$S=0$ $Q=1$	$S=0$ $Q=0.2$	$S=\pi/2$ $Q=2$	$S=\pi/2$ $Q=1$	$S=\pi/2$ $Q=0.2$	$S=\pi$ $Q=2$	$S=\pi$ $Q=1$
ϕ_{11}	0.081850	0.061282	0.010792	0.091277	0.125361	0.071043	0.076756	0.074347
ϕ_{21}	0.198496	0.072070	0.011628	0.114803	0.029678	0.024771	0.135227	0.096059
ϕ_{31}	0.033067	0.016256	0.003092	0.040584	0.019636	0.008715	0.117851	0.071333
ψ_{12}	0.583810	0.437108	0.076974	0.651049	0.894164	0.506728	0.547478	0.530295
ψ_{22}	0.107262	0.038945	0.006284	0.062037	0.016386	0.013386	0.073074	0.051908
ψ_{32}	0.030112	0.014804	0.002815	0.036958	0.017881	0.007936	0.107320	0.064959
ϕ_{11}	–12°14′.25	–50°31′.28	–91°19′.62	10°27′.83	34°03′.25	69°31′.50	24°42′.35	32°01′.06
ϕ_{21}	–166°19′.09	–178°55′.81	175°11′.80	135°22′.02	115°31′.89	20°42′.34	20°30′.65	11°04′.23
ϕ_{31}	–2°02′.49	–15°35′.89	–25°41′.79	–17°19′.88	–51°25′.98	–120°29′.85	–43°14′.79	–113°45′.02
ϕ_{12}	–43°56′.78	–82°13′.84	–123°02′.15	–21°14′.71	2°20′.72	37°48′.97	–7°00′.19	0°18′.52
ϕ_{22}	6°54′.57	–5°42′.15	–11°34′.55	–51°24′.33	–71°14′.46	–166°04′.01	–166°15′.70	–175°42′.12
ϕ_{32}	134°54′.71	121°21′.31	111°15′.41	119°37′.32	85°31′.22	16°27′.35	93°42′.41	23°12′.19
ϕ_{41}	0.065478	0.053018	0.011156	0.086323	0.102006	0.068721	0.177826	0.030354
ψ_{42}	0.370927	0.424323	0.063166	0.365182	0.622679	0.348161	0.130680	0.229703
ϕ_{41}	90°00′.00	90°00′.00	90°00′.00	–99°28′.99	–126°50′.94	–80°37′.68	179°35′.22	165°49′.91
ϕ_{42}	90°00′.00	90°00′.00	90°00′.00	136°18′.33	–176°23′.26	–117°10′.83	–169°52′.01	–173°51′.73
ϕ_{11}'	0.121352	0.090858	0.016000	0.135329	0.185863	0.105330	0.113800	0.110228
ϕ_{21}'	0.199715	0.072513	0.011699	0.115508	0.129861	0.024923	0.136058	0.096649
ϕ_{31}'	0.066960	0.032920	0.006261	0.082183	0.039762	0.017648	0.238649	0.144451
ψ_{12}'	0.865568	0.648064	0.114123	0.965256	1.325703	0.751284	0.811700	0.786224
ψ_{22}'	0.107921	0.039184	0.006322	0.062418	0.016136	0.013468	0.073523	0.052227
ψ_{32}'	0.060977	0.029978	0.005701	0.074840	0.036209	0.016071	0.217325	0.131544
ϕ_{11}'	–15°11′.06	–53°28′.10	–94°16′.43	7°31′.01	31°06′.44	66°34′.68	21°45′.53	29°04′.24
ϕ_{21}'	20°19′.30	7°42′.58	1°50′.19	–37°59′.60	–57°49′.73	–152°39′.28	–152°50′.97	–162°17′.38
ϕ_{31}'	–145°51′.95	–159°25′.36	–169°31.26	–161°09′.35	164°44′.55	95°40′.69	172°55′.74	102°25′.52
ϕ_{12}'	–46°53′.60	–85°10′.63	–125°58′.97	–24°11′.53	–2°36′.10	34°52′.15	–9°57′.00	–2°38′.30
ϕ_{22}'	–166°27′.05	–179°03′.77	175°03′.84	135°14′.06	115°23′.93	20°34′.37	20°22′.68	10°56′.27
ϕ_{32}'	–8°54′.75	–22°28′.16	–32°34′.06	–24°12′.15	58°18′.25	–127°22′.14	–50°07′.06	–120°37′.28
ϕ_{41}'	0.000000	0.074850	0.016719	0.094239	0.105351	0.106280	0.285691	0.175639
ψ_{42}'	0.666667	0.657868	0.094872	0.534244	0.912496	0.480933	0.492931	0.254346
ϕ_{41}'	90°00′.00	90°00′.00	90°00′.00	121°58′.24	–129°34′.04	–75°13′.15	–1°54′.04	–70°10′.27
ϕ_{42}'	90°00′.00	90°00′.00	90°00′.00	134°18′.63	178°06′.38	–118°47′.59	145°11′.18	146°44′.60

Fig. 2, (i) $r=a$.

Fig. 2, (ii) $r=2a$.

Fig. 2, (iii) $r=4a$.

Fig. 2, (iv) $r=10a$.

Fig. 2, (v) $r=50a$.

Fig. 2, (vi) $a/r=0$. Fig. 3, (i) $S=0$, $Q=2$. Fig. 3, (ii) $S=0$, $Q=1$. Fig. 3, (iii) $S=0$, $Q=0.2$.

Fig. 3, (iv) $S=\pi/2, Q=2$.

Fig. 3, (v)
 $S=\pi/2,$
 $Q=1.$

Fig. 3, (vi) $S=\pi/2, Q=0.2.$

Fig. 3, (vii)
 $S=\pi,$
 $Q=2.$

Fig. 3, (viii) $S=\pi$, $Q=1$.

Fig. 2. The resultant displacements at various distances from the origin for the case when $S=0$, $Q=\infty$.

U and V are radial and transverse components of the displacements, respectively, omitting the azimuthal factor and the common factor (a/r) , for the case (I) when only the normal stress acts on the surface of the cavity. U' and V' are those for the case (II) when only the tangential stress acts. $(U+U')/2$ and $(V+V')/2$ represent the displacements for the case (III) when both normal and tangential stresses act simultaneously on the surface of the cavity.

(i) Displacements at $r=a$ ($R=a/r=1$).

In Fig. 2, (i) to (v), the origin of the abscissa (T) is taken as the onset of P wave.

(ii) Displacements at $r=2a$ ($R=1/2$).

The chain line parallel to the ordinate shows the onset of S wave.

(iii) Displacements at $r=4a$ ($R=1/4$).

(iv) Displacements at $r=10a$ ($R=1/10$).

(v) Displacements at $r=50a$ ($R=1/50$).

(vi) Displacements at $r=\infty$ ($R=0$).

The origin of T -axis is taken as the onset of P wave for radial components and that of S wave for transverse components.

Fig. 3. Displacements at $r=\infty$ ($R=0$), when the stresses acting on the surface of the cavity are given by various functions as shown in Fig. 1. In these cases, U , U' and $(U+U')/2$ can be regarded as P wave and V , V' and $(V+V')/2$ as S wave. The abscissa T is taken as the same as in Fig. 2, (vi).

(i) Displacements when $S=0$, $Q=2$.

(ii) Displacements when $S=0$, $Q=1$.

(iii) Displacements when $S=0$, $Q=0.2$.

(iv) Displacements when $S=\pi/2$, $Q=2$.

(v) Displacements when $S=\pi/2$, $Q=1$.

(vi) Displacements when $S=\pi/2$, $Q=0.2$.

(vii) Displacements when $S=\pi$, $Q=2$.

(viii) Displacements when $S=\pi$, $Q=1$.

さて以上の事柄を量的に理解するために、見かけの周期に相当する量と、初動振巾を定義する必要がある。たとえば、Fig. 2, (iv) における変位 U のような場合、通常取扱われる見かけの周期に相当する量を定義することは甚だ困難である。従つてここでは、周期という一般概念にとらわれずに、次のように定義する。すなわち、P波あるいはS波の始まりの時刻より最初の山の到達する時刻（変位の時間微分が0となる時刻）までの時間を τ_P, τ_S とし、見かけの周期に代用する量と考える。また、その山の高さを初動振巾と呼び A_P, A_S と表わす。た

Table 3. Values of amplitudes and apparent periods.

S	Q	R	case	$10^2 A_P$	$10^2 A_S$	A_S/A_P	τ_P	τ_S	τ_S/τ_P
0	∞	1/10	I	5.84	14.79	2.53	0.27	1.00	3.70
			II	11.34	20.41	1.80	0.61	1.26	2.07
			III	8.01	17.33	2.16	0.55	1.19	2.16
0	∞	1/50	I	5.34	17.52	3.28	0.24	0.94	3.92
			II	9.52	23.35	2.45	0.53	1.18	2.23
			III	6.57	20.10	3.06	0.46	1.10	2.39
0	∞	0	I	5.21	18.32	3.50	0.22	0.90	4.09
			II	9.08	24.20	2.67	0.52	1.15	2.21
			III	6.30	20.89	3.32	0.45	1.05	2.33
0	2	0	I	2.71	14.61	5.39	0.60	1.42	2.37
			II	5.66	20.78	3.67	0.85	1.55	1.82
			III	4.16	17.68	4.25	0.82	1.50	1.83
0	1	0	I	2.28	11.41	5.00	1.46	1.69	1.16
			II	3.91	16.72	4.28	0.98	1.79	1.83
			III	2.98	14.07	4.72	1.05	1.72	1.64
0	0.2	0	I	0.87	4.29	4.93	1.88	2.40	1.28
			II	1.25	6.36	5.11	2.02	2.40	1.19
			III	1.05	5.33	5.07	1.95	2.40	1.23
$\pi/2$	2	0	I	3.22	16.92	5.25	0.64	1.33	2.08
			II	6.37	23.32	3.47	0.88	1.47	1.67
			III	4.91	20.07	4.09	0.82	1.44	1.76
$\pi/2$	1	0	I	3.42	17.88	5.23	1.28	1.60	1.25
			II	6.37	25.13	3.95	1.05	1.65	1.57
			III	4.88	21.49	4.40	1.09	1.64	1.50
$\pi/2$	0.2	0	I	4.95	24.73	5.00	1.60	2.00	1.25
			II	8.35	34.85	4.17	1.58	2.00	1.27
			III	6.56	29.78	4.54	1.58	2.00	1.27
π	2	0	I	4.37	20.08	4.59	0.60	1.20	2.00
			II	8.91	25.53	2.87	0.82	1.33	1.62
			III	6.39	22.70	3.55	0.79	1.23	1.56
π	1	0	I	5.02	23.34	4.65	0.72	1.25	1.74
			II	10.24	28.92	2.82	0.94	1.29	1.37
			III	7.45	26.16	3.51	0.88	1.28	1.45

Remarks: τ_P, τ_S : The time interval between the time of the onset of P wave or S wave and the time when the first peak appears.

A_P, A_S : The amplitude of the first peak of P wave or S wave. This amplitude generally equals to the maximum amplitude.

だし、 R が $1/10$ より大きい場合を除いて、初動振巾はまた最大振巾でもあり、さらに、 $R=0$ においては、 P 波の θ -, φ - 成分と S 波の r - 成分が 0 であるから、 $R \neq 0$ の場合も含めて、 A_P, τ_P は P 波の r - 成分、 A_S, τ_S は S 波の θ -, φ - 成分に対する量である。なお、 τ は $T = t/(ac_2)$ を尺度としている。従つて時間の dimension を持つ周期は、空洞の半径に比例していることは特に注意を要する。

Table 3 は、(I), (II), (III) の各場合について、 A_P, A_S, τ_P, τ_S およびその比 $A_S/A_P, \tau_S/\tau_P$ の値が示されている。

§ 5. 結 論

前節で得られた結果を、(特に断わらない限り、(III) の場合、すなわち法線応力と切線応力が同時に働く場合について)、要約すると次の通りである。なお、これらの議論は U, V 等を対象にしている。従つて、実際の変位は、その U, V 等に方向を表わす量 (θ, φ) 、および各変位成分に共通な因子 (a/r と定数) がさらにかかることは留意しなければならない。

1). すべての場合、 S 波の初動振巾 A_S (最大振巾と言つても同じことである) は P 波の A_P よりもかなり大きく、 A_S/A_P はほぼ 2 と 5 の間に入る。また、 S 波の見かけの周期は P 波のそれよりも長い。(*)

2). a/r が有限の場合、実際の変位から a/r を除いた量 (たとえば U, V など) については、 a/r が小さくなる程 A_P は小さくなり、 A_S は大きくなる。従つて A_S/A_P は大となる。また、見かけの周期に代用する最初の山が到達するまでの時間 (τ) については、振巾ほど著しくはないが、 a/r が小さくなるに従い τ_S/τ_P は大きくなる傾向である。

3). 空洞の表面 ($a/r=1$) においては、法線応力を与えたとき、 r - 成分 U の永久変位は θ -, φ - 成分 V のそれより大で、切線応力を与えたとき、 V' が U' より大であるのに反し、 $a/r \leq 1/2$ では、法線応力を与えた場合も切線応力を与えた場合も、永久変位の r - 成分は θ -, φ - 成分の 4 倍近くの値を示す。

4). 永久変位は、他の振動性の変位に比し、 a/r だけ次数が低いのににもかかわらず、 $a/r=1/50$ の場合でも、 r - 成分の永久変位は $a/r=1$ のときのその約 $1/20$ であつて、期待されるようには小さくならない。しかし、振動性の波形としては、 $a/r=1/50$ の場合は $a/r=0$ のときと近似的に同じとみられる。

5). 与える力の時間変化を非振動的で、かつ、立ち上りをゆるやかにする ($S=0, Q \rightarrow 0$) と、振巾は小さく、見かけの周期は長くなる。また、 A_S/A_P は大きく、 τ_S/τ_P は小さくなる (1 に

(*) 震源として与えられる応力の時間函数が最も簡単な階段函数で、 $a/r=0$ の場合には、同様な事実が、金井 (1951), 本多 (1959) 等によつても指摘されている。

近くなる).

6). 与える力の時間変化の振動性を増すと振巾は大きくなり, 見かけの周期は与えた力の周期は近づく傾向がある. そして S 波と P 波の見かけの周期比は 1 に近くなる.

7). P 波の周期が S 波のそれよりも短いと考えるのが常識であるとする, 5) と 6) から震源に甚だしい振動性や, ゆるやかな立ち上りを与えることは不適当であることが知られる. このことは, この種の問題を *periodic solution* で議論する際に特に注意すべきである.

8). 7) で適当と考えられるような Q, S の組み合わせを与えた場合に, S 波と P 波の振巾比は 5.20 より小さく, $3.3 \leq A_S/A_P \leq 4.5$ 程度になる. なお, 5.20 なる値は, *double couple* の *point source* を与えた場合, あるいは, この論文で与えたような応力分布を空洞の表面で与えたときの *periodic solution* で, 発生する波の波長が空洞の半径に較べて充分長い場合に期待される S 波と P 波の振巾比である (本多, 1957).

9). A_S/A_P は一般に切線応力を与えた場合よりも法線応力を与えた場合の方が大きいことは注意される.

なお, 数値計算の一部は NEAC-2203 によつて行なわれた. その際, プログラミングその他について種々御指導下さった竹内均助教授, ならびに斎藤正徳氏に謹んで謝意を表する. また, 終始御指導賜った本多教授, および御討議下さった本多研究室の皆様心から感謝する.

参 考 文 献

- Honda, H.: 1957, The Mechanism of the Earthquakes. Sci. Reports Tohoku Univ., Ser. 5, Geophys., **9**, 1-46.
Honda, H.: 1959, The Elastic Waves Generated from a Spherical Source. Sci. Reports Tohoku Univ., Ser. 5, Geophys., **11**, 178-183.
Kanai, K.: 1951, Possibility of the Period of P-Waves Becoming Smaller than Those of S-Waves. Bull. Earthq. Res. Inst., **29**, 529-537.