長周期表面波(チリー地震以後)

東京大学理学部 斎藤 正徳
地球物理学教室

(昭和 38 年 10 月 31 日受理)

A Review of the Study of Long Period Surface Waves (After 1960 Chilean Earthquake)

Masanori SAITO

Geophysical Institute, Faculty of Science, The University of Tokyo

(Received October 31, 1963)

§ 1.

1954 年に Ewing, Press [2, 3] によつて行なわれたマントル・レーリー波の研究は, 1959 年の竹内, Press, 小林 [9], および 1960 年の Dorman, Ewing, Oliver [43] らのマントル上部の低速層の確認という成果をあげた. この二つの研究を並べてみると新旧二つの研究方法の対比が鮮やかである. 前者は変分法という巧妙な方法をとることによつて卓上計算器のみの計算で済ませており, 後者は問題に真正面からとり組むことによつて電子計算機の威力をフルに発揮させている. これと似たような対比が, この 1960 年前後を境としていろいろな面であらわれているように思える. 1957 年から 1958 年にかけて行なわれた I. G. Y. によつて観測網が整備された. Pekeris [4, 1] によつて代表される地球振動の理論計算もその大部分がチリー地震以前に終わつていた. この経験を生かして長周期表面波のやや routine 的な計算が行なわれるようになった [35]. Press の研究 [5] にはじまる位相速度法による地下構造につながるものとして, Brune, Nafe, Oliver [28], Nafe, Brune [50] らの研究がある. 群速度の観測に比べて位相速度の観測は困難であつた. 一方理論と直接に比較できるものはむしろ位相速度であるから, 上記のような研究が望まれていたのであつた. 特に後者によるマントル・レーリー波の位相速度の分散曲線は Ewing, Press [2, 3] らの群速度の分散曲線と共に歴史的な意義を持つてであろうと考えられる. マントル・ラブ波はマントル・レーリー波に比べて観測が困難であるためか, 佐藤 [8] によるもの以外に今日の観測と比較できるものはあまりないように思える.

チリー地震以前の長周期表面波の研究を極く大雑把にとらえると以上のような工合にもなるであろうか. Fig. 1, 2 にマントル・レーリー波の位相速度, 群速度の分散曲線を掲げてある (Nafe, Brune [50], Ewing, Press [2, 3]). 理論曲線としては Gutenberg 模型によるも

Fig. 1. Phase velocities of mantle Rayleigh wave (after Nafe and Brune [50]).

Fig. 2. Group velocities of mantle Rayleigh wave (after Ewing and Press [2], [3])

の書き入れてある。理論と観測は驚くほどよく一致している。

§ 2. 地球の自由振動と長周期表面波

地球の自由振動を表わす解は

$$U_n(r) \begin{Bmatrix} P_n(\cos \theta) \\ Q_n(\cos \theta) \end{Bmatrix} e^{i\omega t}, \quad (1)$$

という形を含んでいる (例えば [1]). ここに r は地球の中心からの距離, θ は極からの角距離, ω は角振動数, P_n, Q_n は n 次の球函数. $U_n(r)$ は r のみによる函数である. 波数 n が非常に大きくなつたときを考えると, P_n, Q_n の漸近展開を用いて (1) が,

$$\sqrt{\frac{2}{\pi n \sin \theta}} U_n(r) \exp i \left\{ \omega t \pm \left(n + \frac{1}{2} \right) \theta \right\} \quad (2)$$

の形となる. すなわち地球の自由振動は波数 n が大きいときには, 地球の半径を a , 振動の周期を T とすると,

$$C = \frac{\omega a}{n+1/2} = \frac{2\pi a}{(n+1/2)T} \quad (3)$$

という位相速度をもつた互いに逆向きに進む二つの進行波の重ね合せと見ることができる. この進行波が半無限弾性体の表面を伝わる表面波に相当することは $U_n(r)$ の r に関する変化から知ることができる [18]. n がどれ位大きいところから上の解釈がなりたつかということは問題であるが, 以後は (3) によつて得られるものを位相速度と呼ぶことにする.

群速度 U も形式的に

$$U = \frac{d(\omega a)}{dn} = - \frac{2\pi a}{T^2} \frac{dT}{dn} \quad (4)$$

で与えられる.

$n \rightarrow \infty$ でレーリー波に近づく振動はのびぢみ (spheroidal) 振動と呼ばれ, 同じくラブ波に近づくものはねじれ (torsional) 振動と呼ばれる.

1960 年 5 月のチリ地震の観測結果は 1961 年のはじめから続々と論文となつて発表された. チリ地震でまず注目されたのは地球の自由振動であつたから, Journ. Geophys. Res., Vol. 66, No. 2 に発表された報告はすべて自由振動に関するものであつた. のびぢみ振動は $n=0$ から $n=41$ までは観測された. これは周期にして約 200 秒から 3200 秒に相当する. これによつて Fig. 1 の長周期の部分全部埋つたわけである. 観測された $n \sim T$ 曲線から群速度を得ることもできる. 観測された固有周期から群速度を見積ると $T=420 \sim 450$ 秒で $U=4.5 \sim 4.6$ km/sec となる. この値は Fig. 2 の周期 400 秒以上の観測値と大幅に食い違ふが, これは以

前の観測に wave train の見誤りがあつたためと解釈された [40].

ねじれ振動は $n=2$ から $n=24$ まで観測された (例えば [13]). これはマントル・ラブ波の $T > 300$ 秒の分散曲線に対応する.

§ 3. Polar phase shift

地球の自由振動が観測され, これらの観測から長周期表面波の分散を論ずることができるようになると, 進行波と定常振動との間の関係に強い関心が持たれたのは当然であつた. その一つの成果が Brune, Nafe, Alsop [29] による polar phase shift の研究である.

先にも述べた通り球面上の運動は波数 n が十分大きいときには,

$$\sqrt{\frac{2}{\pi n \sin \theta}} \sin \left\{ \left(n + \frac{1}{2} \right) \theta + \frac{\pi}{4} \right\} \quad (5)$$

であらわされる. いいかえれば地球の表面で観測されるのは (5) のような運動であるということができる. $1/\sqrt{\sin \theta}$ を球面上を伝わるための幾何学的な減衰, $\sin$ の $\{ \}$ の中を伝播による位相の進みと解釈すれば, (5) は進行する正弦波であるともいえる.

いま極を通る大円上に極 P_1 を挟んで $\theta = \theta_1, \theta_2$ なる地点での運動を考える (Fig. 3). 位相のことだけを考慮するとしてそれぞれ,

$$\begin{aligned} \sin \left\{ \left(n + \frac{1}{2} \right) \theta_1 + \frac{\pi}{4} \right\} \\ \sin \left\{ \left(n + \frac{1}{2} \right) \theta_2 + \frac{\pi}{4} \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

である. ところで $\theta = \theta_2$ における運動を $\theta = \theta_1$ から anti-pode P_2 を通つて伝わつた波と解釈するときには,

$$\sin \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \{ \theta_1 + (2\pi - \theta_1 - \theta_2) \} + \frac{\pi}{4} \right] = \sin \left\{ \left(n + \frac{1}{2} \right) \theta_2 - \frac{\pi}{4} \right\} \quad (6)$$

でなければならない. したがつて実際に観測される波 (6) は期待される波 (7) よりも $\pi/2$ だけ位相が進んでいることになる. このことは $P_1(\cos \theta)$ (実線) と $P_1(\cos \theta)$ の展開 $\sqrt{2/7\pi} \sin \{ (15/(2)) \theta + \pi/4 \}$ (点線) を $\theta > \pi$ に延長した図 (Fig. 4) から明らかである. 実線と点線は $\theta > 180^\circ$ では約 $1/4$ 波長ずれていることが見える.

距離 x だけ離れた二つの観測点における観測から見掛けの位相速度 C_a は

$$C_a = \frac{x}{\Delta t - T \{ \Delta \varphi / 2\pi + N \}} \quad N = \text{整数}, \quad (8)$$

Fig. 3.

Fig. 4. Comparison of Legendre function with its asymptotic expansion.

で与えられる。ただし Δt は二つの観測の時間差、 $\Delta\varphi$ は各点での位相の差である。二点の間に pole や antipode があるときには第二の点で観測される位相は $\pi/2$ だけ進んでいるから真の位相速度を得るにはこの分だけ差引いて、

$$C = \frac{x}{\Delta t - T\{\Delta\varphi/2\pi + N - 1/4\}} = \frac{C_a}{1 + C_a T/4x}, \quad (9)$$

となる。二つの観測差の間に pole や antipode が合計 m 個ある場合には (9) の第二式の分母は $1 + m C_a T/4x$ となる。Table 1 に Nafe, Brune [50] の観測した Assam 地震のマントル・レーリー波の位相速度 C_a と、それに対する真の値 C を示す [29]。

周期 100 秒における補正量 0.02 km/sec はすでに観測誤差を越えようとしている。

(9) を $C_a = C/(1 - CT/4x)$ と書き直してみれば、 x の小さいところ、すなわち pole あるいは antipode に近い二点間では位相速度が異常に大きくなることが期待される。この現象

Table 1. Assam-Pasadena, R_5-R_2
Apparent phase velocities (C_a) and true phase velocities of
mantle Rayleigh wave (after Brune et al. [29]).

T (sec)	C_a (km/sec)	C (km/sec)	T (sec)	C_a (km/sec)	C (km/sec)
100	4.074	4.054	222	4.797	4.717
111	4.126	4.102	250	5.018	4.940
125	4.192	4.164	286	5.281	5.183
143	4.279	4.246	333	5.632	5.503
167	4.421	4.380	400	6.170	5.985
200	4.620	4.568			

も遠からず観測されるであろう。

§ 4. 長周期表面波と自由振動

完全に定常的な場合には定常波と進行波とは同一の結果を与えるはずである。しかし現実の地球の場合のように減衰や水平方向の不均一がある場合にもそのようなことが保証されるかどうかは自明ではない。このような場合にはすべての周波数領域にわたって自由振動が励起されるとは考えにくい。このことはチリ地震の際に観測された自由振動が周期 200 秒どまりで、これより短い振動が観測されなかつたということでもうかがえる [19]。進行波として取り扱う場合に有利な点は、各波群（レーリー波とかラブ波、あるいは G_1 と R_2 といつたような）を別々に扱うことによって能率が上ること、および各波群の間の比較を行なうことによってさらに多くの情報（媒質の不均一とか震源の不均一とか）を得ることができることである。

Brune, Benioff, Ewing [41] らの研究はチリー地震の進行波としての観測である。彼らは地球振動を記録した Ñaña, Isabella, Ogdensburg にある Benioff の歪計の記録を解析した。記録の山・谷の到着時刻から群速度を計算し、Brune ら [28] の stationary phase 法を応用した計算法で位相速度を計算した。上記の記録からマントル・レーリー波の周期 450 秒から 550 秒までの位相速度、450 秒から約 1000 秒までの群速度が得られた。マントル・ラブ波については周期 200 秒から 700 秒までの位相速度、100 秒から 700 秒までの群速度が得られた。これらの分散は自由振動から得られたものとよく一致していた。

表面波の位相速度の分散曲線が得られれば、(3) と逆の過程で自由振動の固有周期が得られる。自由振動の波長 λ は、

$$\lambda = \frac{2\pi a}{n+1/2} \quad (10)$$

であるから、位相速度の分散期線から、

$$n = \frac{2\pi a}{CT} - \frac{1}{2} \quad (11)$$

を計算すれば整数の n に対応する周期 T が波数 n に対応する自由振動の周期である。

自由振動をとらえるために長周期地震計や歪計の記録を用いたときの困難はのびちみ振動とねじれ振動の分離ができないという点である。 n が大きくなると固有周期の間隔が狭くなり、のびちみ振動とねじれ振動の固有周期が近づくからこの困難は一層大きくなる。これを分離する一つの手段は同時に重力計で記録された記録と比較することである。もう一つの方法は上にあげたように位相速度から得られる固有周期と比較することである。

Table 2 に波数 n に対応するのびちみ振動 (S_n) とねじれ振動 (T_n) の固有周期の理論

値 (Pekeris 他 [17]) およびマントル・ラブ波の分散曲線から得られた固有周期 (Brune 他 [41]), Palisades にある水平動地震計に記録されたチリー地震の記録のスペクトルの山に対応する周期 (Alsop 他 [10]) を並べてある. T_n の欄と Phase の欄は良い一致を示しているといえる. 最後の欄の周期の中にはねじれ振動の固有周期の他にのびちみ振動のそれや, たまたま現われた見掛け上のスペクトルの山があつて, これからだけではどれがねじれ振動の固有周期であるかを見分けるのは難しい. 長周期表面波が自由振動の固有周期を調べるのに有効であることがこれで分るであろう.

§ 5. 発震機構

表面波を用いて発震機構を調べることは活発に行なわれるようになったのは安芸 [20, 21, 22, 23] の一連の研究からといつてよいであろう.

表面波による運動を簡単に

$$x(t; r) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \exp \left\{ i \left(\omega t - \frac{\omega r}{C} + \phi_0 \right) \right\} d\omega \quad (12)$$

と仮定しよう. r は震央距離である. 震源に関する情報は $x(t; 0)$ (これは震源の運動そのものを示しているわけではない) あるいは, $X(\omega)$, $\phi_0(\omega)$, および 観測点の方向によるそれらの変化から得られる. $X(\omega)$ や $\phi_0(\omega)$ は r によるであろうがそれは考えないことにする.

(12) の正攻法は佐藤 [6, 7] の方法によつて示される. 記録 $x(t; r)$ を Fourier 分析すれば

$$x(t; r) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \exp i(\omega t + \phi) d\omega \quad (13)$$

が得られるから, 位相速度の分散曲線が与えられておれば

$$\phi + 2N\pi = -\frac{\omega r}{C} + \phi_0 \quad N = \text{整数} \quad (14)$$

Table 2.

Theoretical periods of free socillation of the earth, periods of torsional oscillations derived from phase velocities of mantle Love wave, and periods of spectral peaks recorded on horizontal seismographs at Palisades (after Brune et al. [41]).

n	S_n	T_n	Phase	E-W I	E-W II
9	632.4	669.0	673	673	667
10	579.0	616.8	621	633	632
11	537.0	573.0	574	578	580
12	502.8	535.8	537	537	537
13	474.0	503.4	504	515,497	502
14	448.8	475.8	474	476	475
15	426.6	450.6	449	461	
16	406.8	429.0	426		435
17	389.4	408.6	406	416	
18	373.8	391.2	390	382	389
19	360.0	374.4	375.2	374	373
20	346.8	359.4	360.0	363,355	361,355
21	335.4	346.2	347.6	347	345
22	324.0	333.0	335.7	335	
23	314.4	321.6	324.1	324	326
24	304.8	310.8	312.8	316	315
25	296.4	300.6	303.8	306	306
26	288.6	291.0	292.8	298	

より ϕ_0 が分り, これを用いれば任意の点の運動を再合成できる (佐藤 [33]). 記録が十分に分散していれば上の操作は stationary phase 法を用いて簡便に行える (Brune 他 [28]).

安芸は別の方法で $x(t; r)$ および ϕ_0 を求めている. Fourier 分析を行なう代りに媒質の impulse response

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ i \left(\omega t - \frac{\omega r}{C} \right) \right\} d\omega \quad (15)$$

を作り, $g(t)$ と記録 $x(t; r)$ との cross-correlation $y(t)$ を作ると,

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) x(\tau + t; r) d\tau \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \exp \{ i(\omega t + \phi_0) \} d\omega = x(t; 0) \end{aligned} \quad (16)$$

となる. (15) の r として $r_2 - r_1$ をとり, $x(\tau + t, r_2)$ と $g(\tau)$ との cross-correlation をつくれば $y(t) = x(t; r_1)$ となり, $r = r_2$ の記録から $r = r_1$ の記録が得られることになる. さらに一般的な場合でも $y(t)$ は位相に関する限り $x(t; 0)$ に一致することが示される. 安芸によつて示された一例を Fig. 5 に掲げてある. (16) をさらに簡単化し X, ϕ_0 を一定とし, ω を ω_1 から ω_2 の間に限れば $y(t)$ は

$$y(t) \sim \Delta\omega \frac{\sin(\Delta\omega t/2)}{(\Delta\omega t/2)} \cos(\omega_0 t + \phi_0) \quad (17)$$

Fig. 5. Comparison of the Resolute Bay record of Love waves from a Nevada shock with that from a Kern County aftershock which is equalized to Nevada source (after Aki [21]).

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1, \omega_0 = (\omega_2 + \omega_1)/2$$

と書けるから $y(t)$ の形だけから ϕ_0 を推定することができる。

安芸はこの方法を用いて成果をあげたが、安芸のいつている通り上にあげた二つの方法で問題となるのは精度である (安芸 [24])。震央距離, 位相速度, 群速度に誤差があつたとしよう。 ϕ_0 に与える誤差は (14) より,

$$\delta\phi_0 = \omega\delta\left(\frac{r}{C}\right) = \omega\left(\frac{1}{C}\delta r - \frac{r}{C^2}\delta c\right) \quad (18)$$

である。しかし安芸の方法の場合には, (r/C) を周期 T_0 を中心に展開した場合,

$$\frac{r}{C} = \frac{r}{U_0} + \frac{T}{T_0}\left(\frac{r}{C_0} - \frac{r}{U_0}\right)$$

の第一項からくる誤差は (16) において時間軸をずらすだけだから $y(t)$ の形には影響しない。したがって,

$$\delta\phi_0 = \omega\left\{\left(\frac{1}{C} - \frac{1}{U}\right)\delta r - \frac{r}{C^2}\delta c + \frac{r}{U^2}\delta U\right\} \quad (19)$$

となる。8099 の分散曲線を使つて $\delta\phi_0 = \pi/4$ となる $\delta r, \delta c, \delta U$ を求めると次のようになる。

$$T = 150 \text{ sec}, \quad C = 4.30, \quad U = 3.64 \text{ km/sec}, \quad r = 40,000 \text{ km}$$

(18) 式

(19) 式

$$\delta r = 81$$

$$-482 \text{ km}$$

$$\delta c = -0.0086$$

$$-0.0086 \text{ km/sec}$$

$$\delta U =$$

$$0.0062 \text{ km/sec}$$

上の値から分るように分散曲線に対する要求は非常に厳しいものとなる。さらに Fourier 分析による場合には震央距離に対する制限も厳しく, 地球の扁平度も考慮に入れなければならない。Bolt, Dorman ら [39] によれば, 曲率を考慮したときとしないときではマントル・レーリー波の分散曲線は周期 150 秒附近で, 位相速度は 0.1 km/sec, 群速度は 0.02 km/sec の差があるから, 平面近似の分散曲線を用いて得た安芸の結論は球面の場合には逆になるおそれがある。

Pasadena の一派は移動震源に関心をもっている。振動数 ω の成分だけを考えることにし震源が $r=0$ から $r=b$ まで速度 V で動いたとしよう (Fig. 6)。このとき点 P_1 で観測される運動は,

Fig. 6.

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{b} \int_0^b \exp \left[i\omega \left\{ \left(t - \frac{\xi}{V} \right) - \frac{1}{C} (r - \xi \cos \theta_0) \right\} \right] d\xi \\
&= \frac{\sin X}{X} \exp \left\{ i \left(\omega t - \frac{\omega r}{C} - X \right) \right\} \\
& X = \frac{\omega b}{2C} \left(\frac{C}{V} - \cos \theta_0 \right)
\end{aligned} \tag{20}$$

である (Ben-Menahem [25]). 震源が移動することの影響が振幅と位相にあらわれている.
 $\theta = \theta_0 + \pi$, すなわち上と反対の方向の点 P_2 で観測したときには, X として,

$$X = \frac{\omega b}{2C} \left(\frac{C}{V} + \cos \theta_0 \right)$$

をとればよい. 実際に観測され得る量は二方向における振幅の比 D (directivity) および位相差 $\partial\varphi$ (differential phase) で,

$$D = \frac{\left(\frac{C}{V} + \cos \theta_0 \right) \sin \left\{ \frac{\omega b}{2C} \left(\frac{C}{V} - \cos \theta_0 \right) \right\}}{\left(\frac{C}{V} - \cos \theta_0 \right) \sin \left\{ \frac{\omega b}{2C} \left(\frac{C}{V} + \cos \theta_0 \right) \right\}} \tag{21}$$

$$\partial\varphi = \frac{\omega b}{C} + (\text{震央距離の差による位相差})$$

によつて与えられる.

Brune, Benioff, Ewing ら [41] はチリー地震のマントル・レーリー波の記録から initial phase $\varphi_0 (= \phi_0 - \pi/4)$ を計算した (Fig. 7). これを見ると φ_0 は第一近似的には周期によらな

Fig. 7. Initial phases of vertical displacement for Rayleigh waves from the Chilean earthquake (after Brune et al. [41]). The solid line indicates the predicted variation of initial phases for a moving source.

Fig. 8. Experimental and theoretical directivity function for Pasadena R_2/R_1 from Chilean earthquake (after Press et al. [32]).

いことがいえる。Brune [30] が調べたアラスカ地震の場合にもこのことがいえた。(20) から分るように移動震源であれば initial phase は周期によつて変わるはずであるから上の二つの地震は移動震源ではないように思われる。

しかし一方 Press, Ben-Menahem, Toksöz [32] は同じチリ地震のマントル・レーリー、ラブ波の D から $V = 4.5$ km/sec, $b = 750$ km を出している (Fig. 8)。Ben-Menahem, Toksöz [27] の調べたモンゴル地震の場合にも initial phase の変化は観測された D から期待されるものより小さかつた。

このように表面波から発震機構を決める問題にはいろいろの困難と矛盾を抱えている。しかし非常に興味のある問題でさらに多くの観測が行われることが期待される。

§ 6. 分散曲線

長周期表面波の分散曲線の観測はそれほど沢山はない。ここでは一番新しい観測として Toksöz, Ben-Menahem [57] の観測を Fig. 9, 10 に掲げる。この図からも明らかのように、観測の精度はマントル上部の構造の不均一を論ずることができるような段階にまで上つている。しかし window や filter による誤差の問題、レーリー波、ラブ波間の contamination、

Fig. 9. Phase velocities of mantle Rayleigh wave (after Toksöz and Men-Menahem [57]).

Fig. 10. Phase velocities of mantle Love wave (after Toksöz and Ben-Menahem [57]).

Fig. 11. Comparison of Love wave dispersion on a flat earth with that on a spherical earth (after Kovach and Anderson [48]).

あるいは higher mode の fundamental mode に対する contamination など誤差の解析はまだ不十分であるように思われる。特に higher mode の観測はほとんどいつてよい位行なわれていないことは, higher mode が構造に敏感であると思われるだけに残念である。

長周期表面波の計算は自由振動の場合と全く同じである。周期が 400 秒より短いときには重力の影響はほとんどないと思われるからマントル・レーリー波の計算はのびちみ振動の計算よりずっと簡単になる。

Bolt, Dorman [39] は重力, 曲率を考慮した場合のマントル・レーリー波の分散曲線を計算した。Gutenberg-Bullen A という模型について彼らは平面近似の場合の位相速度 C_h と真の値 C とがおおよそ

$$C = C_h (1 + 0.00016 T) \quad (22)$$

$$100 < T < 300$$

であることを実験的に求めた。Sykes, Landisman, Satô [54] によればこの関係は Dorman らの 8099 模型についてもなりたつから, かなり一般的な関係であるらしい。ところがラブ波の場合には事情が異つている。Kovach, Anderson [48] によると低速層をもつた CIT 6 という模型では周期 70 秒から 300 秒まで二つの分散曲線はほとんど平行している (Fig. 11)。低速層のない Jeffreys-Bullen A 模型では (22) と同じ式がなりたつから曲率の影響は低速層のある模型の場合特に著しいと考えられる。一般にラブ波の速度はレーリー波を説明する模型から期待されるよりも大きく観測されるといわれている。この gap の一部は低速層を持つた模

型で曲率を考慮したラブ波を考えることによつて狭められるのではないかと考えられる。

終わりに当つて終始御指導を抱いた竹内教授、および原稿に目を通して下さつた東京大学金森博雄氏に感謝する。また会場での会員の諸氏との議論に負うところも多かつた。非力の筆者を助けて下さつた皆様に感謝する。

文 献

1. Alterman, Z., H. Jarosch, and C. L. Pekeris 1959, Oscillations of the Earth. *Proc. Roy. Soc. London A*, **252**, 80~95.
2. Ewing, M., and F. Press 1954, An Investigation of Mantle Rayleigh Waves. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **44**, 127~147.
3. Ewing, M., and F. Press 1954, Mantle Rayleigh Waves from the Kamchatka Earthquake of November 4, 1952. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **44**, 471~479.
4. Pekeris, C. L., and H. Jarosch 1958, The Free Oscillations of the Earth. *Contributions in Geophysics*, **1**, 171~192.
5. Press, F. 1956, Determination of Crustal Structure from Phase Velocity of Rayleigh Waves, Part I, *Bull. Geol. Soc. Am.*, **67**, 1647~1658.
6. Satô, Y. 1956, Analysis of Dispersed Surface Waves by Means of Fourier Transform I. *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **33**, 33~48.
7. Satô, Y. 1956, Analysis of Dispersed Surface Waves by Means of Fourier Transform II. *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **34**, 9~18.
8. Satô, Y. 1958, Attenuation, Dispersion and the Wave Guide of the G wave. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **48**, 231~251.
9. Takeuchi, H., F. Press, and N. Kobayashi 1959, Rayleigh-Wave Evidence for the Low-Velocity Zone in the Mantle. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **49**, 355~364.
10. Alsop, L. E., G. H. Sutton, and M. Ewing 1961, Free Oscillations of the Earth Observed on Strain and Pendulum Seismographs. *J. Geophys. Res.*, **66**, 631~641.
11. Benioff, H., F. Press, and S. Smith 1961, Excitation of the Free Oscillation of the Earth by Earthquakes. *J. Geophys. Res.*, **66**, 605~619.
12. Bogert, B. P. 1961, An Observation of Free Oscillation of the Earth. *J. Geophys. Res.*, **66**, 643~646.
13. Bolt, B., and A. Marussi 1962, Eigenvibrations of the Earth Observed at Trieste, *Geophys. J.*, **6**, 299~311.
14. Buchheim, W., and S. W. Smith 1961, The Earth's Free Oscillations Observed on Earth Tide Instrument at Tiefenort, East Germany. *J. Geophys. Res.*, **66**, 3608~3610.
15. Connes, J., P. A. Blum, and N. Jobert 1962, Observation des Oscillations Propres de la Terre. *Ann. Géophys.*, **18**, 260~268.
16. Ness, N. F., J. C. Harrison, and L. B. Slichter 1961, Observation of the Free Oscillation of the Earth. *J. Geophys. Res.*, **66**, 621~629.
17. Pekeris, C. L., Z. Alterman, and H. Jarosch 1961, Comparison of Theoretical with Observed Values of the Periods of Free Oscillation of the Earth. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, **47**, 91~98.
18. Takeuchi, H., M. Saito, and N. Kobayashi 1962, Statical Deformation and Free Oscillation of a Model Earth. *J. Geophys. Res.*, **67**, 1141~1154.
19. Takeuchi, H., H. Kanamori, and M. Saito 1963, Absence of Spectral Peaks in Seort-Period Oscillations from the Chilean Earthquake. *J. Geophys. Res.*, **68**, 4884.
20. Aki, K. 1960, The Use of Love Waves for the Study of Earthquake Mechanism. *J. Geophys. Res.*, **65**, 323~331.
21. Aki, K. 1960, Study of Earthquake Mechanism by a Method of Phase Equalization Applied to Rayleigh and Love Waves. *J. Geophys. Res.*, **65**, 729~740.

22. Aki, K. 1960, Interpretation of Source Functions of Circum-Pacific Earthquakes Obtained from Long-Period Rayleigh Waves. *J. Geophys. Res.*, **65**, 2405~2417.
23. Aki, K. 1960, Further Study of the Mechanism of Circum-Pacific Earthquakes from Rayleigh Waves. *J. Geophys. Res.*, **95**, 4165~4172.
24. Aki, K. 1962, Accuracy of the Rayleigh Wave Method for Studying the Earthquake Mechanism. *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **40**, 91~105.
25. Ben-Menahem, A., 1961, Radiation of Seismic Surface-Waves from Finite Moving Sources. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **51**, 401~435.
26. Ben-Menahem, A. 1962, Radiation of Seismic Body Waves from a Finite Moving Source in the Earth. *J. Geophys. Res.*, **67**, 345~350.
27. Ben-Menahem, A., and M. N. Toksöz 1962, Source-Mechanism from Spectra of Long-Period Seismic Surface-Waves 1. The Mongolian Earthquake of December 4, 1957. *J. Geophys. Res.*, **67**, 1943~1955.
28. Brune, J. N., J. E. Nafe, and J. E. Oliver 1960, A Simplified Method for the Analysis and Synthesis of Dispersed Wave Trains. *J. Geophys. Res.*, **65**, 287~303.
29. Brune, J. N., J. E. Nafe, and L. E. Alsop 1961, The Polar Phase Shift of Surface Waves on a Sphere. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **51**, 247~257.
30. Brune, J. N. 1961, Radiation Pattern of Rayleigh Waves from the Southeast Alaska Earthquake of July 10, 1958. *Publ. Dominion Obs.*, **24**, 373~383.
31. Brune, J. N. 1962, Attenuation of Dispersed Wave Trains. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **52**, 109~112.
32. Press, F., A. Ben-Menahem, and M. N. Toksöz 1961, Experimental Determination of Earthquake Fault Length and Rupture Velocity. *J. Geophys. Res.*, **66**, 3471~3485.
33. Satō, Y. 1960, Synthesis of Dispersed Surface Waves by Means of Fourier Transform. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **50**, 417~426.
34. Satō, Y. 1962, A note on the Relation between the Initial Motion and the Azimuthal Characteristic of a Focus from a View Point of the Phase Shift near the Origin. *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **40**, 653~655.
35. Alterman, Z., H. Jarsoch, and C. L. Pekeris 1961, Propagation of Rayleigh Waves in the Earth. *Geophys. J.*, **4**, 219~241.
36. Anderson, D. L. 1961, Elastic Wave Propagation in Layered Anisotropic Media. *J. Geophys. Res.*, **66**, 2953~2963.
37. Anderson, D. L., and M. N. Toksöz 1963, Surface Waves on a Spherical Earth 1. Upper Mantle Structure from Love Waves. *J. Geophys. Res.*, **68**, 3482~3500.
38. Båth, M., and A. L. Arroyo 1962, Attenuation and Dispersion of G waves. *J. Geophys. Res.*, **67**, 1933~1942.
39. Bolt, B. A., and J. Dorman 1961, Phase and Group Velocities of Rayleigh Waves in a Spherical Gravitating Earth. *J. Geophys. Res.*, **66**, 2965~2981.
40. Brune, J., M. Ewing, and J. Kuo 1961, Group and Phase Velocities for Rayleigh Waves of Period Greater than 380 Seconds. *Science*, **133**, 757~758.
41. Brune, J. N., H. Benioff, and M. Ewing 1961, Long-Period Surface Waves from the Chilean Earthquake of May 22, 1960, Recorded on Linear Strain Seismographs. *J. Geophys. Res.*, **69**, 2895~2910.
42. Brune, J., and J. Dorman 1963, Seismic Waves and Earth Structure in the Canadian Shield. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **53**, 167~210.
43. Dorman, J., M. Ewing, and J. Oliver 1960, Study of Shear-Velocity Distribution in the Upper Mantle by Mantle Rayleigh Waves. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **50**, 87~115.
44. Dorman, J., and D. Prentiss 1960, Particle Amplitude Profile for Rayleigh Waves on a Heterogeneous Earth. *J. Geophys. Res.*, **65**, 3805~3816.
45. Dorman, J., and M. Ewing 1962, Numerical Inversion of Surface Wave Dispersion Data and Crust-Mantle Structure in the New-York-Pennsylvania Area. *J. Geophys. Res.*, **67**, 5227~5241.

46. Harkrider, D. G., A. L. Hales, and F. Press 1963, On Detecting Soft Layers in the Mantle with Rayleigh Waves. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **53**, 539~548.
47. Jobert, N. 1960, Calcul de la Dispersion des Ondes de Love de Grande Période à la Surface de la Terre. *Ann. Geophys.*, **16**, 393~413.
48. Kovach, R. L., and D. L. Anderson 1962, Long-Period Love Waves in a Heterogeneous, Spherical Earth. *J. Geophys. Res.*, **67**, 5243~5255.
49. Kuo, J., J. Brune, and M. Major 1962, Rayleigh Wave Dispersion in the Pacific Ocean for the Period Range 20 to 140 Seconds. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **52**, 333~357.
50. Nafe, J. E., and J. N. Brune 1960, Observation of Phase Velocity for Rayleigh Waves in the Period Range 100 to 400 Seconds. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **50**, 427~439.
51. Oliver, J. 1962, A Summary of Observed Seismic Surface Wave Dispersion. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **52**, 81~86.
52. Press, F., D. Harkrider, and C. A. Seafeld 1961, A Fast, Convenient Program for Computation of Surface-Wave Dispersion Curves in Multilayered Media. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **51**, 495~502.
53. 佐藤泰夫 1960, 分散性表面波の解析. 地震 2, **13**, 163~192.
54. Sykes, L., M. Landisman, and Y. Sato 1962, Mantle Shear Wave Velocities Determined from Oceanic Love and Rayleigh Wave Dispersion. *J. Geophys. Res.*, **67**, 5257~5271.
55. 竹内 均, 斎藤正徳, 小林直太 1961, 非均質弾性球の振動問題その他を計算するためのプログラム. 地震 2, **14**, 217~226.
56. Takeuchi, H., M. Saito, and N. Kobayashi 1962, Study of Shear Velocity Distribution in the Upper Mantle by Mantle Rayleigh and Love Waves. *J. Geophys. Res.*, **67**, 2831~2839.
57. Toksöz, M. N., and A. Ben-Menahem 1963, Velocities of Mantle Love and Rayleigh Waves over Multiple Paths. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **53**, 741~764.