Rayleigh 型分散波の Particle Motion

名古屋大学理学部 太 田 裕
地球科学教室

(昭和 39 年 5 月 16 日受理)

Particle Motion of Rayleigh Type Dispersive Waves

Yutaka OHTA

Institute of Earth Sciences, Faculty of Science, Nagoya University

(Received May 16, 1964)

The particle motion of the Rayleigh type dispersive waves was investigated at the earth's surface.

It was found that both M_{11} and M_{21} waves have complex features, contrary to the particle motion which might be inferred from the previous calculations. The sense of the particle motion of the M_{11} waves, in some cases, change twice in accordance with increase in wave length, while the M_{21} waves change three times as the case may be. This fact shows that the sense of the ground motion is not always a definite factor to distinguish the M waves.

Final results are summarized in Figs. 7 and 8.

§ 1. 緒 言

Sezawa & Kanai (1934, 1938, 1940) によつて Rayleigh 型分散波の自由表面における Particle motion は、波動の伝播方向に対して、 M_{11} 波では逆転運動、 M_{21} 波では順転運動のごとく M 波の種類に固有の性質として理解され、かつ、表面波識別上において最も重要な性質の1つと見做されていた。しかるに Nagamune (1956), Oliver & Ewing (1957) らは理論的に、あるいは観測を通じて上述の関係の成立しない場合の存在し得ることを証明した。一方小林 (1958, 1959) は下層が完全剛体からなる2層構造の媒質においては M_{11} , M_{21} 波は $L = 4.6H$ (L : 波長, H : 表層の厚さ) を境にしてお互いの性質を全く交換すること、いい換えれば、 $L < 4.6H$ の波長領域において逆転運動をする M_{11} 波は $L > 4.6H$ にあつては順転運動をすること、また、 M_{21} 波ではこれと全く反対の関係にあることを明らかにした。

しかしながら、現在のところこれら全ての事柄を矛盾なく統一した結論は得られていないようである。われわれは、 M_{11} 波についてはこの問題をほぼ満足し得る程度まで調べておいたが(太田1963 a), M_{21} 波についてはほとんど触れることができなかった。

今回、 M_{11} 波に限らず M_{21} 波をも含めて、これをやや組織的に調べたところ、 M_{11} 波、 M_{21} 波の自由表面における Particle motion についてかなり一般的な結論が得られたのでこ

昭和 38 年 4 月 30 日地震学会で発表。

こに報告する.

§ 2. 計算方法および結果

計算の対象とした構造を Fig. 1 に示す. 媒質の条件としては $\rho' = \rho$ (density) とし, かつ, $\sigma' = \sigma$ (Poisson's ratio) = 0.25, 0.40 のそれぞれにおいて, U_{-H}/V_{-H} (自由表面 $y = -H$ における振幅の水平成分と鉛直成分との割合) と L/H (表層の厚さを単位とした波長) の関係を調べた. この際, 上下両層の剛性率比 μ/μ' は $2 \leq \mu/\mu' \leq \infty$

の範囲にまで拡張することによつて Fig. 1 の solid-solid の場合から下層が完全剛体からなる solid-rigid の場合への転移の様子をも併せ知ることを試みた. このように $U_{-H}/V_{-H} \sim L/H$ の関係を調べるのは U_{-H}/V_{-H} の符号の正負と Particle の回転の向きとの関係が Fig. 2 によつて与えられ, また $|U_{-H}/V_{-H}|$ の値が橢円運動をする Particle orbit の水平・垂直方向の軸比を与えるからである. なお, 計算手続の詳細はすでに報告してあるので (太田 1963 b), ここでは一切省略し, 直ちに得られた結果を示すことにする.

Figs. 3~7 がそれである. このうち Figs. 3, 5 は $\sigma' = \sigma = 0.25$ におけるもの, また, Figs. 4, 6 は $\sigma' = \sigma = 0.40$ に対するものである. 図中の 2, 3, 5, 10, ... などの数字は上下層の剛性率比 μ/μ' を表わしている. M_{11} 波のうち $\sigma' = \sigma = 0.25$ の場合を Fig. 3(a), 3(b) のごとく 2 つに分けたのは, μ/μ' の大きいときの U_{-H}/V_{-H} の変化は極めて著しく, このため同一図中に示し得なかつたためである. なお, $U_{-H}/V_{-H} \sim L/H$ 曲線のうち太実線は $\mu/\mu' \rightarrow \infty$ の極限, つまり下層が剛体の場合の結果である.

Fig. 2 を参照しながらここに得られた結果から M_{11} 波, M_{21} 波の自由表面での Particle motion の回転方向と波長, 媒質の弾性の間の関係を考えてみよう.

I. M_{11} 波

(i) $\sigma' = \sigma = 0.25$ の場合

Fig. 3 の 1 部 ($\mu/\mu' \leq 20$) は Suzuki (1933), Sezawa (1934) による結果とほとんど同等

Fig. 1. Space-coordinates: elastic layer over elastic substratum.

Fig. 2. Relation of the sign of the amplitude ratio to the directional motion of particle orbit.

であつて*, Fig. 2 を参照すれば, $\mu/\mu' \leq 20$ の範囲内では波長の大小に関係なく逆転運動をすることが判る. この際, Particle の楕円軌道の軸比が波長との関連において変化することは勿論である.

ところが $\mu/\mu' > 20$ では U_{-H}/V_{-H} の値は $L/H = 4.6$ (これは μ/μ' によつてほとんど変わらない) の附近で急激に変動し, この前後で負→正へとその符号を転換する (Fig. 3 (b)). しかるに, $L > 4.6H$ のある波長において再び正→負へと符号は元へ戻つている. つまり $L \leq 4.6H$ で逆転運動をなす M_{11} 波は $L \sim 4.6H$ を境として不連続的に順転運動に転換し, $L > 4.6H$ のある波長において再び元の逆転運動に戻る事が判る. しかも順転→逆転の転換点の波長は μ/μ' の大小と相対応する関係にあるといえる. この関係を一般化すれば, $\mu/\mu' \rightarrow \infty$, すなわち下層が剛体となつた場合の Particle motion は μ/μ' の増加に伴つて順転→逆転の転換点の波長が著しく増大した結果の極限として $L = 4.6H$ に只 1 つの転換点 (逆転→順転) をもつものと思ふされる. これはわれわれが先に得た結論と全く同じである (太田 1963 a).

従来 M_{11} 波が逆転運動として理解されていた主な原因は 計算の対象とする媒質の弾性が, solid-solid の場合には $\mu/\mu' \leq 20$ に限定されていたことにあると考えられる.

(ii) $\sigma' = \sigma = 0.40$ の場合

一般的傾向は (i) の場合と極めてよく似ているが, (a) 逆転→順転の転換点の波長が $L = 3.3H \sim 4.2H$ となり μ/μ' の値によつてかなり変わる事, (b) $U_{-H}/V_{-H} \sim L/H$ の変化が連続的である事, (c) $\mu/\mu' \sim 7$ 程度ですでに Particle motion の転換が現われる事……の点で (i) とは若干異つている. つまり $U_{-H}/V_{-H} \sim L/H$ に見る不連続は Poisson 条件下の M 波に特有の現象であるといえる. $\mu/\mu' = \infty$ の曲線への収斂の様子は (i) と同様に解釈できる.

II. M_{21} 波

(i) $\sigma' = \sigma = 0.25$ の場合

Fig. 5 にこれを示す. $U_{-H}/V_{-H} \sim L/H$ の曲線が限定されているのは, それぞれの曲線の左端に対応する波長が cut-off wave length に相当するためである. この図によれば, M_{21} 波の Particle motion は μ/μ' の大小に著しく影響されることが判る. 例えば $\mu/\mu' < 2$ では M_{21} 波の存在しうほとんど全波長領域において逆転運動をなす. また, $2 \leq \mu/\mu' \leq 20$ では波長の増加に伴う回転方向の転移は逆転→順転のみの変化であるが, $\mu/\mu' > 20$ では逆転→順

* 彼等の計算では $L/H \sim 2$ 附近に $|U_{-H}/V_{-H}|$ の極大が見られるが, 恐らくは間違いであろう.

Fig. 3 (a)

Fig. 3 (b)

Fig. 4

Fig. 5

Fig. 6

Figs. 3~6. Ratios of the horizontal surface amplitude to the vertical.
Thick full line is for elastic layer over rigid substratum.

転→逆転→順転のごとく極めて複雑な変化をする。Fig. 5 を見れば μ/μ' の増大につれて、 $\mu/\mu' = \infty$, すなわち下層が剛体の場合の既知の曲線に収斂する様子を理解することは容易である。

従来 M_{21} 波の Particle motion が順転運動として理解されていたのは、従来の取り扱いが、 M_{11} 波におけると同様に、 $2 \leq \mu/\mu' \leq 20$, かつ $2 \leq L/H \leq 20$ の範囲に限られていたためと考えられる。事実、われわれの計算においても上述の範囲内では M_{21} 波は順転運動のみを示す。

(ii) $\sigma' = \sigma = 0.40$ の場合 (Fig. 6)

$\mu/\mu' = \infty$ 曲線への漸近の様子, Particle motion の転移の関係など $\sigma' = \sigma = 0.25$ の場合と非常によく似た傾向にある。ただ前者において順転→逆転の転換の際の U_{-H}/V_{-H} が連続的 (μ/μ' に関係なく) であるのに対して, この場合には $\mu/\mu' \sim 8$ 以外ではほとんど不連続的に変わること, また, $\mu/\mu' > 7$ において既に3回に及ぶ回転方向の移り変わりの見られることなどの相違がある。

Fig. 7

Fig. 8

Figs. 7~8. Direction of particle motion at the free surface.

以上の事柄を総合し、かつ Particle motion の回転方向にのみ注目してこれをまとめた結果が Figs. 7, 8 である。

Fig. 7 の M_{11} 波に対するものを見れば、 $\mu/\mu' \sim L/H$ で決まる全平面が Particle motion の回転方向によつて 2 分されること、 $\sigma' = \sigma = 0.25$ の場合に比して $\sigma' = \sigma = 0.40$ の場合は μ/μ' のそれ程大きくない部分にまで順転領域が拡がっている様子がよく判る。

ところが、 M_{21} 波の場合にはいささか様子が異つている。まず図中の cut-off の点線の右側では M_{21} 波は存在しないし、残りの M_{21} 波の存在領域が図のように逆転、順転、逆転

領域のごとく3分されている。また、Poisson 比の増大に伴って広がる領域が、 M_{11} 波では順転領域であつたのに対して、ここでは逆転領域である。

一般的な形でいえば、 M_{11} 波、 M_{21} 波の Particle motion の回転方向は M 波の種類に固有の性質ではあり得ず媒質の弾性、波長に密接に関連して変化する性質のものである。すなわち M_{11} 波では

- (1) 波長に関係なく逆転運動をする場合—— μ/μ' の比較的小さい領域
 - (2) 波長の増加と共に逆転→順転→逆転となる場合—— μ/μ' の大きい領域
- の2つの場合がある。また (2) で $\mu/\mu' \rightarrow \infty$ の極限として下層が剛体の場合には
- (2)' 波長の増加に伴って逆転→順転のみの変化に移行する。

一方 M_{21} 波では

- (1) 逆転運動のみの場合—— μ/μ' が1またはそれに近い領域
 - (2) 逆転→順転の変化をする場合—— μ/μ' がそれ程大きくない領域
 - (3) 逆転→順転→逆転→順転の変化をする場合—— μ/μ' のかなり大きい領域
- の3つの場合がある。特に下層が剛体となれば、波長の増加に伴う Particle motion の転換は逆転→順転→逆転と変化する。

§ 3. 今後の問題

以上の結論から M 波のより高次の分散波においても M_{11} 波、 M_{21} 波におけると同様な、だが一層複雑な関係の存在し得ることが予想される。下層が完全剛体からなる場合の M 波については、われわれはこれを肯定的に調べておいた (太田 1963 c)。

ところで以上のような Particle motion の転換が実際に充分観測し得るものか否かは現在のところ必ずしも明らかではない。 M 波の振幅対周期特性に関する研究が進んだ後にはおのずから明らかになるものと考えられる。

しかしながら Poisson 比が 0.25 より大きい程、 M_{11} 波では順転領域が、 M_{21} 波では逆転領域が一段と増大することと、現実には地表面近傍の物質の弾性が $\lambda \gg \mu$ の関係にある場合の珍らしくないことを考え併わせれば、順転する M_{11} 波、逆転する M_{21} 波を観測し得る可能性は充分ある。

われわれの計算では上下両層の density contrast は1にとつてあるが、Oliver & Ewing のようにこれを1以上に考えれば一層転換が実現しやすくなるかも知れない。

いずれにせよ M 波観測記録の整理の際には上述の事柄を念頭に入れてなされることが望まれる。

なお, Figs. 7, 8 を得るための計算はかなり大がかりなものである. この計算の過程において分散曲線, 層内の振幅分布などの多くの結果を得ている. 機会を得て報告する積りである.

これら一連の研究に際しては当大学飯田教授の熱心な御指導をいただいている. ここに感謝の意を表します.

文 献

- 小林直太, 1959: Rayleigh 型分散波の変位の鉛直分布. 地震, 2, 12, 101-114.
小林直太, 1960: Rayleigh 型分散波の変位の鉛直分布 (続報). 地震, 2, 13, 241-258.
Nagamune, T., 1956: M_2 waves in medium with double surface layers. Geophys. Mag., 27, 345-352.
Oliver, J. E. and Ewing, M., 1957: Higher modes continental Rayleigh waves. Bull. Seism. Soc. Amer., 47, 187-204.
太田 裕, 1963a: 2層構造における Rayleigh 波の位相速度と振幅分布 ($\lambda \approx \mu$ の場合). 地震, 2, 16, 12-26.
太田 裕, 1963b: 水平 2 層構造における表面波の計算. 地震, 2, 16, 78-80.
太田 裕, 1963c: 2層構造における分散性 Rayleigh 波 II. 地震, 2, 17, 89-100.
Sezawa, K. and Kanai, K., 1934: Amplitude of dispersive Rayleigh-waves at different depth of a body. Bull. Earthq. Res. Inst., 12, 641-649.
Sezawa, K. and Kanai, K., 1938: Amplitudes of Rayleigh-waves with discontinuities in their dispersion curves. Bull. Earthq. Res. Inst., 16, 1-6.
Sezawa, K. and Kanai, K., 1940: Dispersive Rayleigh waves of positive and negative orbital motion, and allied problems. Bull. Earthq. Res. Inst., 18, 1-10.
Suzuki, T., 1933: Amplitude of Rayleigh waves on the surface of a stratified medium. Bull. Earthq. Res. Inst., 11, 187-195.