寄 書

等方均質弾性体の運動
方程式の解について

東京大学地震研究所

丸 山 卓 男

(昭和 42 年 7 月 12 日受理)

Note on the Solutions of the Equation
of Motion in an Isotropic and
Homogeneous Elastic Body

Takuo MARUYAMA

Earthquake Research Institute
The University of Tokyo

(Received July 12, 1967)

1. ここでは次の問題を取りあげて整理してみたい。
すなわち I—等方均質の弾性体の運動方程式

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \text{grad div } \mathbf{u} - \mu \text{rot rot } \mathbf{u} \quad (1)$$

の解を平面波の重ね合わせとして表わすとき最も一般にはどのような重ね合わせ方となるか、II—球座標系および円柱座標系での方程式 (1) の基本解は平面波のたとえばどのような重ね合わせ方になるか。ただしここでいう平面波は、波数ベクトルの各成分を一般の複素数ととつたソ連邦の文献などという inhomogeneous plane wave (Brekhovskikh p. 4) である。

2. 問題 I. この問題の解はよく知られているが後の参照の便宜のために整理しておきたい。(1) の解として

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \bar{u}_x \\ \bar{u}_y \\ \bar{u}_z \end{pmatrix} e^{i(k_x x + k_y y + k_z z) - i\omega t} \quad (2)$$

という平面波を仮定する。ここに ω は実数、 k_x, k_y, k_z は一般の複素数、 $\bar{u}_x, \bar{u}_y, \bar{u}_z$ は k_x, k_y, k_z および ω の任意の関数でよいが x, y, z の関数ではないとする。

(2) を (1) に代入して、(2) が (1) の解になるための必要十分条件を連立一次方程式の理論によって調べることができる。その結果は、(2) が (1) の解となるためには

$$h^2 = h_x^2 + h_y^2 + h_z^2 = \frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \omega^2 \quad (3)$$

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{\rho}{\mu} \omega^2 \quad (4)$$

のいずれか一方が必ず成立しなくてはならず、(3) が成り立つときは

$$\frac{\bar{u}_x}{h_x} = \frac{\bar{u}_y}{h_y} = \frac{\bar{u}_z}{h_z}, \quad (5)$$

(4) が成り立つときは

$$k_x \bar{u}_x + k_y \bar{u}_y + k_z \bar{u}_z = 0 \quad (6)$$

となるということである。ただしここでは (3) と (4) とを区別するためには (3) の場合には (2) の k_x, k_y, k_z を h_x, h_y, h_z と書き換えてある。(5), (6) はそれぞれ普通の縦波、横波の条件と形式的に全く同一である。

ベクトル

$$\mathbf{h} = \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{pmatrix} \quad \mathbf{k} = \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{pmatrix} \quad (7)$$

を用いれば、 $\mathbf{p}$ を h_x, h_y, h_z および ω の任意の関数、ベクトル

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix} \quad (8)$$

の各成分 f_x, f_y, f_z を k_x, k_y, k_z および ω の任意の関数として、(5), (6) により

$$\begin{pmatrix} \bar{u}_x \\ \bar{u}_y \\ \bar{u}_z \end{pmatrix} = \mathbf{h} \mathbf{p}, \quad \begin{pmatrix} \bar{u}_x \\ \bar{u}_y \\ \bar{u}_z \end{pmatrix} = \mathbf{k} \times \mathbf{f} \quad (9)$$

と書くこともできる。

h_x, h_y, h_z は (3) を、 k_x, k_y, k_z は (4) を満たさなくてはならない。いずれの場合も未知数 3 個に対して条件が 1 個であるから一般に 2 つの互いに独立なパラメーター α, β を選んで

$$\begin{cases} h_x = h_x(\alpha, \beta), & h_y = h_y(\alpha, \beta), & h_z = h_z(\alpha, \beta) \\ k_x = k_x(\alpha, \beta), & k_y = k_y(\alpha, \beta), & k_z = k_z(\alpha, \beta) \end{cases} \quad (10)$$

として (3) および (4) を満たすようにすることができよう。(9) を (2) 代入したものを α, β の任意の値にわたつて重ね合わせ、また角振動数 ω について重ね合わせれば (1) の一般の解として次のように

書くことができる。

$$\mathbf{u} = \frac{1}{2\pi} \int a(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \cdot \iint (i\mathbf{h}p e^{i\varphi} + i\mathbf{k} \times \mathbf{f} e^{i\varphi}) d\alpha d\beta \quad (11)$$

ここに

$$\begin{cases} \Phi = h_x x + h_y y + h_z z \\ \Psi = k_x x + k_y y + k_z z \end{cases} \quad (12)$$

また $a(\omega)$ は ω の任意の関数である。

もし $\phi, \mathbf{A}$ を

$$\begin{cases} \phi = \frac{1}{2\pi} \int a(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \iint p e^{i\varphi} d\alpha d\beta \\ \mathbf{A} = \frac{1}{2\pi} \int a(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \iint \mathbf{f} e^{i\varphi} d\alpha d\beta \end{cases} \quad (13)$$

によつて定義すれば (11) の代りに

$$\mathbf{u} = \text{grad } \phi + \text{rot } \mathbf{A} \quad (14)$$

と書くこともできる。

3. 問題 II 球座標系の場合 球座標系 (r, θ, φ) ; $x = r \sin \theta \cos \varphi$, $y = r \sin \theta \sin \varphi$, $z = r \cos \theta$ における方程式 (1) の基本解は、時間因数を $e^{-i\omega t}$ としてこれを省略して考えるとき、 h, k をそれぞれ (3), (4) によつて定義するならば

$$\nabla^2 \phi + h^2 \phi = 0, \quad \nabla^2 \psi + k^2 \psi = 0 \quad (15)$$

の解

$$\phi = h_n(hr) P_n^m(\cos \theta) \frac{\cos}{\sin} m\varphi, \quad (16)$$

$$\psi = h_n(kr) P_n^m(\cos \theta) \frac{\cos}{\sin} m\varphi$$

より、ベクトル $\mathbf{A}$ を

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \phi = \mathbf{r} \phi \quad (17)$$

として

$$\mathbf{u}_1 = \text{grad } \phi, \quad \mathbf{u}_2 = \text{rot } \mathbf{A}, \quad \mathbf{u}_3 = \text{rot rot } \mathbf{A} \quad (18)$$

によつて与えられる (たとえば竹内 (1957), 宇佐美 (1961), 宇佐美・狩野・佐藤 (1962)). (16) の h_n は球ベッセル関数である。(18) は妹沢によつて求められた解に一致する。

(15) の ϕ, ψ を平面波の重ね合わせとして考えることは容易であるので (18) の $\mathbf{u}_1$ も平面波の重ね合わせとして容易に表わし得る。しかし (17) のベクトル $\mathbf{A}$ の成分には座標 x, y, z が乗数として現われているので (18) の $\mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ を平面波の重ね合

わせとして表わすには多少工夫がいる。

次数 n に対する (16) の ϕ は $h_0(hr)$ を x, y, z に関して合計 n 回微分したものの組み合わせによつて表わされるものである。たとえば

$$\begin{cases} h_1(hr) P_1^0(\cos \theta) = -\frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial z} h_0(hr) \\ h_1(hr) P_1^1(\cos \theta) \cos \varphi = -\frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x} h_0(hr) \\ h_1(hr) P_1^1(\cos \theta) \sin \varphi = -\frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial y} h_0(hr) \\ h_2(hr) P_2^0(\cos \theta) = \frac{1}{h^2} \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \right] h_0(hr) \\ h_2(hr) P_2^1(\cos \theta) \cos \varphi = \frac{3}{h^2} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial z} h_0(hr) \\ h_2(hr) P_2^1(\cos \theta) \sin \varphi = \frac{3}{h^2} \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial z} h_0(hr) \\ h_2(hr) P_2^2(\cos \theta) \cos 2\varphi = \frac{3}{h^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) h_0(hr) \\ h_2(hr) P_2^2(\cos \theta) \sin 2\varphi = \frac{6}{h^2} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} h_0(hr) \end{cases}$$

すなわち $F(x, y, z)$ を x, y, z に関する 3 元 n 次の同次関数とすると (16) の ϕ, ψ は

$$\phi = F\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) h_0(hr) \quad (19)$$

という形に表わされる。(注 1)

$h_0(hr)$ として第 1 種球ハンケル関数 $h_0^{(1)}(hr)$ をとり、平面波の重ね合わせを表わすものとして次の 2 重積分をとる (たとえば Brekhovskikh p. 238).

$$h_0^{(1)}(hr) = -i \frac{e^{ihr}}{hr} = \pm \frac{1}{2\pi h} \iint_{-\infty}^{\infty} e^{i\varphi} \frac{dh_x dh_y}{h_z} \quad (20)$$

ここに複号 $\pm$ はそれぞれ $z \geq 0$ に対応し、また h_z は

$$h_z = \pm \sqrt{h^2 - (h_x^2 + h_y^2)} \quad (21)$$

で、この根号の符号は $z \geq 0$ に従つて h_z が実数ならば $h_z \geq 0$, 純虚数ならば $\text{Im}(h_z) \geq 0$ となるようにとる。(このように (20) の場合座標 z が関係しているのは Φ だけではない。しかし半空間 $z \geq 0$ か $z \leq 0$ では座標 x, y, z はいずれも Φ の中だけにしか現われない。)

(19), (20) により ϕ は

$$\phi = \pm \frac{1}{2\pi\hbar} \iint_{-\infty}^{\infty} F(i\hbar_x, i\hbar_y, i\hbar_z) e^{i\phi} \frac{d\hbar_x d\hbar_y}{\hbar_z} \quad (22)$$

と表わすことができる。 $F(i\hbar_x, i\hbar_y, i\hbar_z)$ は (19) における演算子 $\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z$ をそれぞれ $i\hbar_x, i\hbar_y, i\hbar_z$ によつて置き換えたものである。

この ϕ より (18) の $\mathbf{u}_1$ は (22) においてこの被積分関数にベクトル $i\mathbf{h}$ を掛けたものの積分によつて表わすことができよう。

次に (18) の $\mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ について考える。まず (16) の ϕ は ϕ と同様にして

$$\phi = \pm \frac{1}{2\pi k} \iint_{-\infty}^{\infty} F(ik_x, ik_y, ik_z) e^{i\psi} \frac{dk_x dk_y}{k_z} \quad (23)$$

と表わされる。

いま q を k_x, k_y, k_z のある関数として、 $\xi = qe^{i\psi}$ とおき、独立変数を k_x, k_y として ξ を k_x で偏微分すれば

$$\left[\frac{\partial \xi}{\partial k_x} \right] = \left(\frac{\partial q}{\partial k_x} + \frac{\partial q}{\partial k_z} \left[\frac{\partial k_z}{\partial k_x} \right] + ixq + izq \left[\frac{\partial k_z}{\partial k_x} \right] \right) e^{i\psi}$$

[] は k_z を k_x, k_y の従属変数として微分して示すものとする。この式を k_x, k_y について $(-\infty, \infty)$ で積分するときこれが収束するものとすれば $\xi|_{k_x=\infty} = \xi|_{k_x=-\infty} = 0$ であるから左辺は 0 になる。 $\partial k_z / \partial k_x = -k_x / k_z$ を代入すれば次の等式をうる。

$$\iint_{-\infty}^{\infty} \left\{ \left(k_z \frac{\partial}{\partial k_x} - k_x \frac{\partial}{\partial k_z} \right) q + i(xk_z - zk_x) q \right\} e^{i\psi} \frac{dk_x dk_y}{k_z} = 0 \quad (24)$$

同様にして $[\partial \xi / \partial k_y]$ の計算から

$$\iint_{-\infty}^{\infty} \left\{ \left(k_z \frac{\partial}{\partial k_y} - k_y \frac{\partial}{\partial k_z} \right) q + i(yk_z - zk_y) q \right\} e^{i\psi} \frac{dk_x dk_y}{k_z} = 0 \quad (25)$$

をうる。

(18) の $\mathbf{u}_2 = \text{rot } \mathbf{r}\phi$ の x 成分については (23) により

$$\left(z \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial z} \right) \phi = \pm \frac{1}{2\pi k} \iint_{-\infty}^{\infty} i(zk_y - yk_z) \times F(ik_x, ik_y, ik_z) e^{i\psi} \frac{dk_x dk_y}{k_z}$$

したがつて (25) において $q = F(ik_x, ik_y, ik_z)$ とすることにより

$$(\mathbf{u}_2)_x = \pm \frac{1}{2\pi k} \times \iint_{-\infty}^{\infty} \left(k_z \frac{\partial F}{\partial k_y} - k_y \frac{\partial F}{\partial k_z} \right) e^{i\psi} \frac{dk_x dk_y}{k_z} \quad (26)$$

y 成分については同様にして (24) を用いて

$$(\mathbf{u}_2)_y = \pm \frac{1}{2\pi k} \times \iint_{-\infty}^{\infty} \left(k_x \frac{\partial F}{\partial k_z} - k_z \frac{\partial F}{\partial k_x} \right) e^{i\psi} \frac{dk_x dk_y}{k_z} \quad (27)$$

z 成分については (25) において $q = (k_y/k_z)F$, (24) において $q = (k_x/k_z)F$ として引算することによつて

$$(\mathbf{u}_2)_z = \pm \frac{1}{2\pi k} \iint_{-\infty}^{\infty} \left(k_y \frac{\partial F}{\partial k_x} - k_x \frac{\partial F}{\partial k_y} \right) e^{i\psi} \frac{dk_x dk_y}{k_z} \quad (28)$$

をうる。こうして $\mathbf{u}_2$ の各成分が平面波の重ね合わせとして表わされた。

(26), (27), (28) をもつと見やすくするために $F(ik_x, ik_y, ik_z)$ を ik_x, ik_y, ik_z で偏微分したものをそれぞれ x 成分, y 成分, z 成分とするベクトルを

$$\text{grad}^* F = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial ik_x} \\ \frac{\partial}{\partial ik_y} \\ \frac{\partial}{\partial ik_z} \end{pmatrix} F(ik_x, ik_y, ik_z) \quad (29)$$

と定義し、またベクトル $\bar{\mathbf{A}}$ を

$$\bar{A} = \pm \frac{1}{2\pi k} \iint_{-\infty}^{\infty} -(\text{grad} * F) e^{i\psi} \frac{dk_x dk_y}{k_z} \quad (30)$$

とする。ベクトル $\bar{A}$ の x, y, z 成分は平面波の重ね合わせとして表わされている。ここで (26), (27), (28) で表わされるベクトル u_2 を見るとこれは (30) の積分記号内に左からベクトル ik を掛けたものになつている。

したがつて (18) の u_2 は A として (30) の $\bar{A}$ をとつて $u_2 = \text{rot } \bar{A}$ と表わされるものと考えることができる。また (18) の u_3 は u_2 を表わす積分の積分記号内でもう一度ベクトル ik を左から掛けた形によつて表わされる。

4. 問題 II 円柱座標系の場合 この場合方程式 (1) の基本解は方程式 (15) の円柱座標系 $(r, \theta, z; x = r \cos \theta, y = r \sin \theta)$ における解

$$\phi = H_m(h_r r) \frac{\cos}{\sin} m\theta e^{ik_z z}, \quad (31)$$

$$\phi = H_m(k_r r) \frac{\cos}{\sin} m\theta e^{ik_z z}$$

より、ベクトル A を

$$A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \phi \quad (32)$$

として (18) によつて与えられる (たとえば竹内 (1957)). (31) の H_m は円柱関数, $h_r, h_z; k_r, k_z$ は

$$h_r^2 + h_z^2 = h^2, \quad k_r^2 + k_z^2 = k^2 \quad (33)$$

を満たさなければならない。

(31) の r, θ に関する部分は 0 次の円柱関数から x, y に関する m 回の偏微分によつて得られるものである。たとえば

$$H_1(hr) \cos \theta = -\frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x} H_0(hr)$$

$$H_1(hr) \sin \theta = -\frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial y} H_0(hr)$$

$$H_2(hr) \cos 2\theta = \frac{1}{h^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) H_0(hr)$$

$$H_2(hr) \sin 2\theta = \frac{2}{h^2} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} H_0(hr)$$

すなわち一般に $G(x, y)$ を x, y に関する m 次の同次関数とするととき (31) の ϕ は

$$\phi = G \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right) H_0(h_r r) e^{ik_z z} \quad (34)$$

という形に表わされる。(注 2)

$H_m(h_r r)$ としてたとえば第 1 種 Hankel 関数 $H_m^{(1)}(h_r r)$ をとるとき, $H_0^{(1)}(h_r r) e^{ik_z z}$ を平面波の重ね合わせとして表わすことは容易であるから, u_1 の各成分も平面波の重ね合わせとして表わすことができる。また (32) に見るように ϕ に掛けるベクトルは定ベクトルであるから u_2, u_3 の各成分を平面波の重ね合わせとして表わすことも容易である。

(注 1) $\{n, m, \cos m\varphi \text{ または } \sin m\varphi\}$ という組み合わせによつて定まる (16) の形の ϕ に応ずる (19) の $F(\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$ を簡単な形に表現することは困難なようである。 $\cos m\varphi, \sin m\varphi$ の代りに指数形 $e^{im\varphi}, e^{-im\varphi}$ を用い便宜上 $\zeta_n^{m+}, \zeta_n^{m-}$ という記号を

$$\begin{cases} \zeta_n^{m+} = h_n(r) P_n^m(\cos \theta) e^{im\varphi} \\ \zeta_n^{m-} = h_n(r) P_n^m(\cos \theta) e^{-im\varphi} \end{cases} \quad (35)$$

と定めれば (簡単のためにここでは r の係数を 1 ととつていることに注意), 次の式を証明することができる。

$$\begin{cases} \zeta_n^{m+} = -\frac{n+m}{n-m} \frac{\partial}{\partial z} \zeta_{n-1}^{m+} \\ \quad + \frac{1}{n-m} \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) \zeta_{n-1}^{(m+1)+} \\ \zeta_n^{(m+1)+} = -(n+m) \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right) \zeta_{n-1}^{m+} \\ \quad - \frac{\partial}{\partial z} \zeta_{n-1}^{(m+1)+} \end{cases} \quad (36)$$

$$\begin{cases} \zeta_n^{m-} = -\frac{n+m}{n-m} \frac{\partial}{\partial z} \zeta_{n-1}^{m-} \\ \quad + \frac{1}{n-m} \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right) \zeta_{n-1}^{(m+1)-} \\ \zeta_n^{(m+1)-} = -(n+m) \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) \zeta_{n-1}^{m-} \\ \quad - \frac{\partial}{\partial z} \zeta_{n-1}^{(m+1)-} \end{cases} \quad (37)$$

(36), (37) に見る通り (36) は ζ_n^{m+} の形のもののだけに, (37) は ζ_n^{m-} の形のもののだけに關係している。(36) から ζ_n^{m+} は次のような行列の積の形に書かれた演算子により $h_0(r)$ から求めることが

導かれる。

$$\zeta_n^{m+} = \left(-\frac{n+m}{n-m} \frac{\partial}{\partial z} \quad \frac{1}{n-m} \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) \right) \begin{pmatrix} -\frac{n+m-1}{n-m-1} \frac{\partial}{\partial z} & \frac{1}{n-m-1} \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) \\ -(n+m-1) \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right) & -\frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \\ \dots \dots \dots \begin{pmatrix} -\frac{2m+2}{2} \frac{\partial}{\partial z} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) \\ -(2m+2) \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right) & -\frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -(2m+1) \frac{\partial}{\partial z} \\ -(2m+1) \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right) \end{pmatrix} \\ \cdot (-1)^m (2m-1)!! \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right)^m h_0(r) \quad (38)$$

ただし (38) で, $(n-m)$ 個の行列の積の形に書かれた部分は $n-m=2$ ならば始めの 1 行 2 列の行列と最後の 2 行 1 列の行列だけになり, $n-m=1$ ならば 1 つの演算子 $-(2m+1)\partial/\partial z$ だけになり, $n-m=0$ ならば定数 1 になるものとする。また $h_0(r)$ の前の m 個の演算子の積の形に書かれた部分は $m=0$ ときは定数 1 になるものとする。

ζ_n^{m-} に対しては, (36) と (37) との比較からわかるように, (38) において演算子 $(\partial/\partial x + i \partial/\partial y)$ と演算子 $(\partial/\partial x - i \partial/\partial y)$ とを互いに交換すればよい。

(注 2) 演算子 $G(\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ を簡単な形に表現することは容易である。(注 1) と同じく簡単のために r の係数を 1 とし, $\cos m\theta, \sin m\theta$ の代りに $e^{im\theta}, e^{-im\theta}$ を用いれば

$$\begin{cases} H_m(r) e^{im\theta} = (-1)^m \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right)^m H_0(r) \\ H_m(r) e^{-im\theta} = (-1)^m \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right)^m H_0(r) \end{cases} \quad (39)$$

となるからこれを利用すればよい。

おわりに, 草稿について有益な助言をいただいた東京大学地震研究所佐藤泰夫教授に感謝する。

文 献

- Baekhovskikh, L. M., 1960, Waves in Layered Media, translated by D. Lieberman, Academic Press.
竹内 均 1957, 地球物理学的興味のある 2, 3 の方程式の一般解, 地震 2, 9, 190~199.
宇佐美竜夫 1961, 等方等質弾性体の運動方程式の解についての注意, 地震 2, 14, 18~28.
宇佐美竜夫, 狩野京一, 佐藤泰夫 1962, 等質等方

弾性体の運動方程式の解についての注意(続報), 地震 2, 15, 261~269.

地 震 第 2 輯
第 20 卷 (1967) 202-203 頁

地震体積と地震の頻度

国土地理院

藤 井 陽 一 郎

(昭和 42 年 7 月 28 日受理)

Earthquake Volume and Frequency
of Earthquakes

Yoichiro FUJII

Geographical Survey Institute

(Received July 28, 1967)

1966 年, 檀原毅は, 日本国内の地殻変動の調べのついている地震 19 個につき, 地震体積を地表に投影してそれを半径 r の円で近似し, このような r とその地震のマグニチュード M との関係を最小自乗法で決定して, 次式を得た。

$$\log r^3 = 1.53 M + 8.18$$

すなわち

$$\log r = 0.51 M + 2.73 \quad (1)$$

坪井忠二は, この式を使つて, 1955 年の宇津徳治・関 彰の, 余震域の面積 A とマグニチュード M との式が導き出せることを示している。

さて, 地震のマグニチュード M と地震の頻度 N との間には,