自然地震の記録に見られる leaking mode について (その 1)

北海道大学理学部地球物理学教室 吉 井 敏 尅

(昭和 43 年 12 月 9 日受理)

Leaking Modes in Records of Earthquakes (Part 1)

Toshikatsu YOSHII

Department of Geophysics, Faculty of Science, Hokkaido University

(Received December 9, 1968)

Some PL modes in the records of four great earthquakes were analyzed. Theoretical dispersion curves for five crust-mantle models were computed by OLIVER and MAJOR'S and SU and DORMAN'S approximate methods. These models are composed of two crustal layers and the mantle. Observed group velocities of wave trains between P- and S-phases were compared with the theoretical group velocities of PL modes for a crustal model JW-1. Crustal thickness obtained are 24 km in North-eastern Japan, 32 km in Central Japan and 28 km in South-western Japan, respectively.

§ 1. ま え が き

Leaking mode の理論はいまだ確立されたものとは言えない。分散という現象を特性方程式 $A=0$ を解くことで説明しようとする限り、複素根を求めるというやつかいな仕事が必要となる。ところが、この特性方程式を 2 つの複素変数の関数と考えると、他に何か 1 つの条件を加えなければ根を得ることができない。そこで簡単に一方の変数が実数であるとして計算することが多い [GILBERT (1964); LASTER et al. (1965)].

田治米 (1966) および田治米・岡田 (1967, 1968) は、2 つの変数が複素数である一般の場合に、特性方程式 $A=0$ は等角写像で表わされることに着目し、ラブ波について数値計算を行なっている。この場合、上に述べたある 1 つの条件は写像面上での 1 つの曲線に対応し、これが“分散曲線”と呼ばれるべきものとなる。彼らの方法は特性方程式の表現としては最も完全なものであるが、その計算にははなはだ手数がかかり、特にレイリー波にこれを応用することは大変困難であろう。

簡単のために、2 つの変数の一方が実数であるとしても、特性方程式の複素根を計算することは極めて難しく、多層構造にいたつては現在全く計算例がないほどである。これに対し OLIVER and MAJOR (1960) は、変数を全て実数のまま特性関数 (特性方程式 $A=0$ の左辺 A

を以後こう呼ぶ)を計算し、その極小をたどつて分散曲線とする近似法を示した。また、SU and DORMAN (1965) は HASKELL (1962) の方法で計算した地動のスペクトルの極大をたどる新しい近似法を示した。

これら2つの近似法はマトリックス法を使うことにより多層構造についても容易に分散曲線を計算できるという利点がある。SU and DORMAN (1964) はこれらの近似法による結果が GILBERT (1964) による複素根の計算結果と良く一致することを2, 3の例で示している。また、いくつかのモデル実験の結果も近似法でうまく説明することができる [GILBERT and LASTER (1965); 吉井 (1968 a)].

最近、田治米・吉井 (1969) は、複素根の虚数部が小さい場合、これらの近似法が成り立つことを証明した。虚数部が小さいことは leaking mode の減衰が小さいことに対応するので、大きな振幅で観測されるような波群については近似法が大変有効であると言えよう。すでに筆者 (1968 a, 1968 c, 1969) はいろいろな形の leaking mode についてこれらの方法を応用し良い結果を得ている。

さて、自然地震で特に興味深い leaking mode はいわゆる PL mode であろう。本論文では2つの近似法を併用して、5つの地殻-マントル・モデルについて PL mode の分散曲線を計算した。実際の記録例としては昭和初年に起こつた大地震のうち、径路が主として陸的なものの4つを選び PL mode の群速度を求め、理論的な分散曲線と比較した。

§ 2. 地殻-マントル・モデルに対する PL mode の分散曲線

地殻-マントル・モデルに対する PL mode の分散曲線は、OLIVER and MAJOR (1960) が彼らの近似法で計算したのが最初である。このモデルは1層の地殻とマントルとから構成された簡単なもので、後に GILBERT (1964) は同じモデルについて複素根を計算し分散曲線を求め

Table 1. Elastic constants of five crust-mantle models.

model	α_3	β_3	ρ_3	H_1	H_2
JW-1	8.00	4.50	3.30	15.0	15.0
JW-1A	7.50	4.20	3.30	15.0	15.0
JW-1B	8.50	4.80	3.30	15.0	15.0
JW-2	8.00	4.50	3.30	10.0	20.0
JW-3	8.00	4.50	3.30	20.0	10.0

$\alpha_1 = 6.10$, $\beta_1 = 3.45$, $\rho_1 = 2.77$, $\alpha_2 = 6.60$, $\beta_2 = 3.80$, $\rho_2 = 2.90$ in all cases.

α : compressional wave velocity (km/s)

β : shear wave velocity (km/s)

ρ : density (gr/cm³)

H : thickness of layer (km)

Fig. 1. Velocity distributions with depth of the crust-mantle models.

ている。SU and DORMAN (1965) も同じモデルについて彼らの近似法で分散曲線を計算し、GILBERT の結果と良く一致することを示した。彼らは地殻を2層にしたモデルについても計算を行なっている。

本論文では地殻が2層から成る Table 1 および Fig. 1 のような5つのモデルについて分散曲線を計算した。地殻の厚さは仮りに 30 km とした。これらのモデルは JW-1 を中心に次の2つのグループに分けられる。

1) マントル速度の異なるもの (JW-1, JW-1A, JW-1B).

2) 第1層, 第2層の厚さの比の異なるもの (JW-1, JW-2, JW-3).

第1層および第2層の定数は主として人工地震の結果を参考にして, 筆者 (1968 b) がレイリー波の解析の際定めたものである。また, モデル JW-1A および JW-1B のマントルの定数は特に数値計算のために選んだものであり, 観測による裏づけがあるわけではない。

Fig. 2. Examples of characteristic functions and displacement spectra for Model JW-1. Phase velocities are 7.9 km/s, 5.4 km/s and 4.6 km/s, respectively.

Fig. 2 に JW-1 についての 2 つの近似法の 計算例を示す. 図中, $|A|$ は 特性関数の絶対値, Horizontal および Vertical はそれぞれ地表における水平動, 上下動のスペクトルを表わし, 縦軸は任意の直線目盛りとした.

上は位相速度がマントルの P 波速度 8.0 km/s に近い例で, PL_{21} 等の名前は GILBERT and LASTER (1962) に従ってつけた. 特性関数は PL_{21} , PL_{22} および PL_{23} に対応するところでいずれも極小になるが, スペクトルの方はやや複雑である. すなわち, Horizontal は PL_{21} および PL_{23} で極大になり PL_{22} の近くでゼロとなる (実はここで符号が逆となるのである.) のに対し, Vertical は全くその逆となつている. このことから PL_{2n} のシリーズは 1 つおきに異なつた性質を持つているらしいことが推測される.

中は位相速度が 5.4 km/s で PL_{12} が良く出ている例である. 一般に, PL_{1n} では特性関数のはつきりした極小を示さないのに対し, スペクトルは上下, 水平そろつて極大になることが多い. M_{1n} と M_{2n} が異なつた性質を持つと考えられているように, PL_{1n} と PL_{2n} との間にもはつきりした差があるようである. また, 特性関数の曲線は指数関数的に右上りとなつており, PL_{22} の極小がやや左寄りとなつている. 位相速度が小さくなるに従い, この傾向がますますはつきりしてくる.

下は位相速度がマントルの S 波速度 4.5 km/s に近い例である. 特性関数の右上の傾向がさらにひどくなり, 図の右の

Fig. 3. Dispersion curves of PL modes for Model JW-1.

Fig. 4. Comparison of phase velocity curves for three models JW-1, JW-1A and JW-1B.

方は 10 分の 1, および 100 分の 1 にして曲線が描かれている. このような場合には, 明らかに SU and DORMAN の方法がよりすぐれていると言える. また, Vertical に比べ Horizontal の振幅が全体に小さいことが注目される.

曲線の指数関数的な増加や, 近くにある他の極値による乱れに注意して, 特性関数の極小およびスペクトルの極大をたどって描いた JW-1 に対する PL mode の分散曲線を Fig. 3 に示す. 群速度は $U = c + k \cdot dc/dk$ の式から図式的に求めたものである.

Fig. 4 は 3 つのモデル JW-1, JW-1A および JW-1B の位相速度曲線を, 横軸周波数の図上で比較したものである. これらのモデルのマントルの P 波速度はそれぞれ 8.0, 7.5, 8.5 km/s であり, Fig. 4 にはこの違いの分散曲線におよぼす影響が良く表現されている.

Fig. 5 の (a) および (b) は, このうち PL₂₁ と PL₂₂ を横軸を周期として示したものである. PL₂₁ の場合, 周期 40 s 以下では 3 つの群速度がほとんど一致している. 一般に, PL mode は群速度のみが観測値として得られることが圧倒的に多く, しかも周期はあまり長くない. 従つて, 現実 PL mode の群速度のみからマントルの P 波速度を推定することは大変難しいと言わねばなるまい.

また, Fig. 5 (b) の PL₂₂ の場合も, 3 つの群速度はほとんど一致している. これらの図に見られるとおり, 一般に PL mode ではレイリー波やラブ波に比べて周期の変化に対する群速度の変化が大きいため, 地殻やマントルについてのくわしい情報を得るためには, 精度の良い位相速度も同時に求める必要がある.

Fig. 6 は第 1 層, 第 2 層の厚さの比を変えたモデル, JW-1, JW-2 および JW-3 の位相速度である. PL₂₁ にはわずかに系統的な差が認められるが, 他の mode ではかなり複雑な関係

Fig. 5. Phase and group velocity curves for three models JW-1, JW-1A and JW-1B: (a) PL₂₁ modes, (b) PL₂₂ modes.

Fig. 6. Comparison of phase velocity curves for three models JW-1, JW-2 and JW-3.

になつている。これらの差はほとんど観測誤差より小さいと思われるので、観測値をもとに2つの層の厚さを推定することはレイリー波やラブ波の場合と同様大変難しいであろう。

一般に、表面波の解析は人工地震、重力といった他の解析と組み合わせることではじめて良い結果が得られる。PL mode の分散には、レイリー波やラブ波とは逆に S 波より P 波が大きく寄与していると考えられるので、人工地震の結果とはより直接的に結びつけられる。今までの表面波と人工地震の解析の隙間を埋めるという意味で PL mode は大変重要であろう。

今回の数値計算は極めて簡単な地殻構造についてのみ行なわれた。この他、表面に海水や堆積層がある場合、分散曲線がどのような影響を受けるかも興味ある問題である。こういったやや複雑な構造における PL mode についてはまた改めて報告するつもりである。

§ 3. 古い大地震の記録に見られる PL mode

大地震の記録の初動部分に長周期の振動がふくまれることはしばしば指摘されてきた [MATUZAWA and SATO (1939)]. MATUZAWA (1964) は、この振動が OLIVER and MAJOR の言う leaking mode などではなく、実体波として説明されうるものであらうと述べている。しかし leaking mode の概念は分散波の積分表示における分岐線にそつての積分（これが実体波に対応する。）を留数におきかえることから生ずるものであり [ROSENBAUM (1960)], 実体波を別の方向から見たとも言えるわけである。例えば、KNOPOFF et al. (1960) はモデル実験で観測された PL mode に相当する波群を実体波の重ね合わせで説明することを試みている。

Table 2. List of the earthquakes.

Name of the Earthquake	Date	Epicentre		Obs. pt.	Δ (km)	Instrument	
		N	E			Horiz.	Vert.
Tajima	May 23, 1925	35°35.5'	134°50'	Hongo	455	A	B
Tango	March 7, 1927	35.6°	135.1°	Hongo	427	A, C	B
				Kamakura	410	A'	B
				Hongo	450	D	E
E off Aomori Pref.	March 9, 1931	41.2	142.5	Hongo	817		F
Off Miyazaki Pref.	Nov. 6, 1931	32.2	132.1	Hongo			

Table 3. Characteristics of instruments.

	Magnification	Natural period (sec)	Damping ratio	Remarks
A	2	10	2.5	With oil damper
A'	2	10	2.0	With oil damper
B	2	5	2.0	With oil damper
C	1.5	30	1.6	
D	1.5	50	1.5	With oil damper
E	7.5	20	3.0	With magnetic damper
F	7.5	18	2.3	

ここでは、昭和初年に起こった4つの大地震の記録に見られる初動付近の振動を PL mode として解析することを試みた。4つの地震のデータは Table 2 に挙げられている。1925 年の 但馬地震については MATUZAWA (1928), 他の地震は気象庁の *Catalog of Major Earthquakes which occurred in and near Japan (1926~1956)* によった。記録はいずれもすでに論文として発表されているものから採用した。Table 2 中 A, B 等で表わされている計器の特性を Table 3 に示す*。また, Fig. 7 には震央と観測点の位置を示した。

Fig. 8 (a), (b) は 1925 年の但馬地震の東京における記録である。図中の P, P* $\bar{P}$ 等は MATUZAWA (1928) によるものである。(a)

* 主として Bull. Earthq. Res. Inst., 9, 1931 の Seismometrical Report (p. 374~386) によった。

Fig. 7. Observation points and the epicentres of the earthquakes.

Fig. 8. Seismograms of Tajima earthquake observed at Hongo in Tokyo.

図の東西成分および (b) 図の P^* と書かれたあたりから分散波とみなせるような波群が始つて
いる。

ここで注意すべき重大な問題に計器の特性がある。Table 3 に見られるとおり (a) 図の記録
(水平動) では振子の固有周期は 10 s 程度で、しかも減衰比があまり大きくない。一方、(b)
図の場合は 振子の固有周期が 12 s なのに対し、分散波と思われるものの周期は 7~8 s であ
り、(a) 図に見られる波の周期と良く一致している。

(a) 図の上下動の場合は振子の固有周期が短いため分散波は見られなかった。また、いずれ
の記録にも S 波以後にラブ波やレイリー波、およびそれらの高次の波が認められるが、今回
の解析の対象には加えなかった。

Fig. 9 (a), (b), (c) は 1927 年の丹後地震の東京および鎌倉における記録で、いずれも今村
式強震計によるものである [今村 (1928)]。 (a) 図の南北および東西成分の P 波・S 波間に周
期 7~8 s の振動が認められる。

(b) 図には (a) 図の東西成分と共に、固有周期 30 s の計器でとられた記録をならべた。P
波の直後から周期 24 s くらいの大きな振動が見られるが、振子の固有周期 30 s に近いうえ制
振も小さいので注意を要する。しかし、今村は、この“緩慢な波動についても特別な意味があ
るように思われる”と述べている。

(b) 図の 2 つの記録を比べてみると、下の記録に見られる 7~8 s の振動に対応する位相が上

Fig. 9. Seismograms of Tango earthquake observed at Hongo and Kamakura.

Fig. 10. Seismograms of earthquake of East off Aomori Pref. observed at Hongo.

Fig. 11. Seismogram of earthquake of off Miyazaki Pref. observed at Hongo. The trace of dotted line is true ground motion after Kawasumi.

の記録にも 24 s の振動に重なって明瞭に認められることがわかる。従つて、この周期 7~8 s の振動は振子の制振が小さいために機械的に生じたものではなく、確かに波動として伝わつたものと考えて良からう。

(c) 図の鎌倉における記録でも、南北成分にはやはり周期 7~8s の波動が見られるが、東西成分はやや形が異なる。Fig. 8 および Fig. 9 の他の記録に共通に認められる周期 7~8s の波動が、ここでは何らかの原因で乱されてしまったのであろう。

Fig. 10 は 1931 年、青森県東方沖の地震の東京における記録である*。上下動および南北成分に振幅は小さいが分散波らしいものが認められる。これらの振動の周期は 6s 前後であり、振子の固有周期は 20s および 50s であるから、まちがいになく地動を表わしていると考えて良からう。

Fig. 11 は 1931 年の宮崎県沖の地震の記録である。点線は河角 (1933) が数値積分を行なつて得た真の地動であるが、原記録にも真の地動にも周期 20~30s の分散波が見られる。

ところで、昭和初年の地震観測では、時間の精度も良くなく震源時もわかつていないので、記録から群速度を直接求めることはできない。ここでは、震央距離を基にして WADATI, SAGISAKA and MASUDA (1933) の走時表を使つて P 波初動の到着時間を決め、これに対する相対的な時間を用いて群速度を算出した。この方法では、初動の到着時間を $\pm 2s$ 程度の精度で決めることができるので、得られた群速度の精度は $\pm 3\%$ 程度であらう。

Fig. 12 は但馬地震、丹後地震の記録に見られる分散波から求めた群速度である。2つの地震の観測点への径路がほとんど同一なため、群速度はかなり良く集中している。この図には、JW-1 に対する PL₂₂ の理論的分散曲線も同時に示した。地殻の厚さを 30~35 km にすると、実測値と最も良く一致する。これは、レイリー波の分散 [AKI (1961)] や重力 [KANAMORI (1963)] の解析から推定されたこの地方の地殻の厚さとも良く一致する。

Fig. 13 には青森県東方沖および宮崎県沖の地震の群速度を示す。後者については原記録と河角による真の地動の両方から群速度を求めたがほとんど差はない。同じく JW-1 の理論曲線と比べてみると、それぞれ PL₂₂ で地殻の厚さ約 24 km, PL₂₁ で地殻の厚さ約 28 km の

Fig. 12. Observed group velocities from the records of Tajima and Tango earthquakes. Solid lines are theoretical dispersion curves of PL₂₂ mode for Model JW-1.

* Bull. Earthq. Res. Inst., 9, 1931 の Seismometrical Report (p. 374~386) の Fig. 1 による。

Fig. 13. Observed group velocities of four earthquakes and the theoretical dispersion curves of PL₂₁ mode and PL₂₂ mode for Model JW-1.

理論曲線が実測値と最も良く合う。

§ 4. あとがき

PL mode を良い条件で記録するには次のようなことが大切である。

1) なるべく均一な構造を伝わってくること。これは他の表面波についても言えることで、例えば、海と陸の径路が混り合っているような場合、振幅も大きく一見分散もきれいでありながら良い解析結果が得られないことが多い。

2) 震央距離が適当であること。特に PL₂₁ は長周期なので、P 波・S 波間で数サイクルの振動を観測するためには、500 km 以上の震央距離が必要となり、これ以下では得られた群速度の精度は極めて悪くなってしまう。しかも PL mode は相当減衰が大きいから、マグニチュードの大きな地震でなければならない。日本のようなせまい国で 1), 2) の条件を両立させることはなかなか難しい。

3) 適当な特性を持った計器で記録されること。今回解析した記録のように、振子の制振が小さな場合は特に注意が必要である。また現在広く使われている長周期地震計ではその特性がしばしば高感度・長周期すぎる。むしろやや長周期といった程度の特徴が最適と言えるかもしれない。

終りに、北海道大学地球物理学数室、田治米鏡二教授、田 望助教授をはじめ、有益な助言をいただいた同教室の諸氏に感謝する。

数値計算には、北海道大学計算センター NEAC 2203 G および 東京大学大型計算機センター HITAC 5020 を使用した。

文 献

- AKI, K., 1961, Crustal structure in Japan from the Phase Velocity of Rayleigh Waves (Part 1). *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **39**, 255~283.
- GILBERT, F., 1964, Propagation of Transient Leaking Modes in a Stratified Elastic Waveguide. *Rev. of Geophys.*, **2**, 123~153.
- GILBERT, F. and S. J. LASTER, 1962, Experimental Investigation of PL Modes in a Single Layer. *Bull. Seism. Soc. Amer.*, **52**, 59~66.
- HASKELL, N. A., 1962, Crustal Reflection of Plane P and S Waves. *J. Geophys. Res.* **67**, 4751~4767.
- 今村明恒, 1928, 丹後大地震調査報告. 地震研究所彙報, **4**, 179~202.
- KANAMORI, H., 1963, Study on the Crust-mantle Structure in Japan. *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **41**, 761~776.
- 河角 広, 1933, 地震動と地震記象. 地震 **1**, **4**, 71~94.
- KNOPOFF, L. et al., 1960, Wave Propagation in a Medium with a Single Layer. *J. Geophys. Res.*, **65**, 265~278.
- LASTER, S. J. et al., 1965, Theoretical Investigation of Model Seismograms for a Layer over a Half-Space. *Geophysics*, **30**, 571~596.
- MATUZAWA, T., 1928, Observation of Some of Recent Earthquakes and Their Time-Distance Curves (Part 1). *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **5**, 1~28.
- MATUZAWA, T., 1964, Study of Earthquake, Uno Shoten, 206~207.
- MATUZAWA, T. and K. SATO, 1939, Bestätigung der Existanz der Langperiodischen Schwingungen bei Grossen Erdbeben. *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **17**, 624~626.
- OLIVER, J. and M. MAJOR, 1960, Leaking Modes and the PL Phase. *Bull. Seism. Soc. Amer.*, **50**, 165~180.
- ROSENBAUM, J. H., 1960, The Long-time Response of a Layered Elastic Medium to Explosive Sound. *J. Geophys. Res.*, **65**, 1577~1614.
- SU, S. S. and J. DORMAN, 1965, The Use of Leaking Modes in Seismogram Interpretation and in Studies of Crust-Mantle Structure. *Bull. Seism. Soc. Amer.*, **55**, 989~1021.
- 田治米鏡二, 1966, ラブ波の特性方程式を等角写像で表わす方法. 地震, **19**, 135~146.
- 田治米鏡二・岡田 広, 1967, ラブ波の特性方程式を等角写像で表わす方法 (2). 地震, **20**, 153~163.
- 田治米鏡二・岡田 広, 1968, ラブ波の特性方程式を等角写像で表わす方法 (3). 地震, **21**, 1~13.
- 田治米鏡二・吉井敏尠, 1969, ラブ波の特性方程式を等角写像で表わす方法 (4). 地震, **22**, 20~28.
- WADATI, K., K. SAGISAKA and K. MASUDA, 1933, On the Travel Time of Earthquaks Waves (Part 1). *Geophys. Mag.*, **7**, 87~99.
- 吉井敏尠, 1968 a, モデル実験による PL mode の観測. 北大地球物理学研究報告, **19**, 65~71.
- 吉井敏尠, 1968 b, 短周期表面波より求めた東北地方の地殻構造. 北大地球物理学研究報告, **19**, 73~79.
- 吉井敏尠, 1968 c, 東シナ海で観測された水中分散波について. 北大地球物理学研究報告, **20**, 77~89.
- 吉井敏尠, 1969, いくつかの形の leaking mode の性質. 北大地球物理学研究報告, **21**, 117~131.