高速度層を有する構造を伝わる 表面波のモデル実験

北海道大学理学部地球物理学教室 吉井敏尅・鈴木孝吉
(昭和 44 年 6 月 23 日受理)

Model Experiments on Surface Waves Propagating in High Velocity Layer Models

Toshikatsu YOSHII and Kokichi SUZUKI

Department of Geophysics, Faculty of Science, Hokkaido University
(Received June 23, 1969)

Some surface waves propagating in the high velocity layer model were analyzed. Dispersion curves for the surface wave of this type have already been discussed by the present author. Two dimensional models used are Aluminum-Lamiverre and Aluminum-Plastics models. Observed phase and group velocities of leaking modes well fit the dispersion curves obtained by OLIVER and MAJOR's and SU and DORMAN's methods.

The attenuation coefficients of the leaking mode were calculated from the spectral analysis and were compared with the imaginary part of the complex root of the characteristic equation. The agreement was good.

The coupling of the body wave with the leaking mode was also investigated. Thus, OLIVER's hypothesis for the coupling could be confirmed.

§ 1. ま え が き

地表または地中に高速度層がある場合、表面波がどのような性質を持つかは、興味ぶかい問題である。吉井 (1969) はこの種の表面波の分散曲線を計算し、その一部あるいは大部分が leaking mode の領域に属することを示した。しかし、これら leaking mode の分散曲線は近似法によつて求めたものであり、実測による裏づけでもないかぎり信じられないような特異な形を持っている。今回は、特に表層が高速度である 2 種類の 2 次元モデルについて実験を行ない、表面波の分散および減衰について考察した。

§ 2. 実験方法

使用した 2 次元モデル (厚さ約 2 mm) は Aluminum-Lamiverre および Aluminum-Plastics の 2 種類 (以後簡単に AL-LAM モデル, AL-PL モデルと呼ぶ。) である。これら板の弾性定数を Table 1 に示す。表層の厚さは AL-LAM モデルの場合は 0.4 cm, 1 cm お

Table 1. Elastic constants of plates.

	α	β	ρ
Aluminum	5.35	3.06	2.70
Lamiverre	3.45	1.55	1.75
Plastics	1.89	1.07	1.40

α : compressional wave velocity (km/s)

β : shear wave velocity (km/s)

ρ : density (gr/cm³)

Fig. 1. Schematic diagram of the present model experiment.

よび 2 cm, AL-PL モデルの場合は 1 cm および 2 cm とした。

実験装置は斎藤 (1966) が試作し、森谷が改良したもので、森 (1968), 吉井 (1968) が以前使用したものと同一である。今回の実験では source には幅約 5~10 μ s のパルスをあてた。

Fig. 1 に実験方法を模式的に示す。モデルが約 85×85 cm² とあまり大きくないので、反射波等をできるだけ避ける目的で source は図に示すようにモデルの一番すみにあてた。モデルの角は一種の特異点であり、ここに source を置くことはあまり好ましくないと思われるが、波形を目で見るかぎりでは別に問題はなさそうである。

§ 3. 分散 (AL-LAM モデル)

AL-LAM モデルの分散曲線はすでに吉井 (1969) によつて計算されている。Fig. 2 に AL-LAM モデルについての位相速度および群速度を示す。 $c > \beta_2$ の部分は leaking mode であり、OLIVER and MAJOR (1960) および SU and DORMAN (1965) の方法により位相速度が計算された。群速度は位相速度を図式的に微分して求めたものである。位相速度が“逆分散”の形をしているため、群速度の方が大きくなっている。使用した実験装置はそう広い周波数にわたつて十分な利得は持っていないので、1つのモデルからだけでは観測結果が分散曲線の一部しかカバーできないおそれがある。この点を考慮して、表層の厚さが 0.4 cm, 1 cm および 2 cm の 3つのモデルを作り実験を行なつた。これによつて周波数特性を相対的に広げることができる。

Fig. 2. Dispersion curves for AL-LAM model which were obtained by OLIVER and MAJOR's and SU and DORMAN's methods.

Fig. 3. Observed records for AL-LAM model. (a) $H_1 = 2$ cm, (b) $H_1 = 1$ cm, (c) $H_1 = 0.4$ cm.

観測された記録を Fig. 3 に示す. (a), (b), (c) はそれぞれ H_1 (表層の厚さ) が 2 cm, 1 cm および 0.4 cm の場合である.

位相速度および群速度の実測値は、波形の山谷の到着時刻をもとに算出した. ここには示さないが、山谷の到着時刻をプロットしてみると、分散が極めて大きいため走時がひどくわん曲する. そこで NAFE and BRUNE (1960) の方法を用いて位相速度を求めた.

Fig. 4 に実測値と理論曲線との比較を示す. 両者の一致はまず満足すべきものと言えよう. 一番表層のうすい 0.4 cm の場合は卓越した波群のほとんどが normal mode に属するらしいが、理論曲線より 0.1 km/s ばかり位相速度が小さい. この原因は、おそらく数値計算に用いた弾性定数 (特に β_2) の測定誤差であろう. Lamiverre はかなり異方性も持っているらしく、モデル実験の材料としてはあまり適当ではないようである.

Fig. 4. Comparison of observed and theoretical dispersions for AL-LAM model.

§ 4. 分散 (AL-PL モデル)

AL-LAM モデルよりももう少し表層一半無限のコントラストの大きなモデルではどのような表面波が伝わるかを見るために、次に AL-PL モデルを作り実験を行なった. Fig. 5 に記録を示す. 表層の厚さは 2 cm および 1 cm である. AL-LAM モデルの場合と同様に、逆分散の波群が卓越している.

(a)

(b)

Fig. 5. Observed records for AL-PL model.
(a) $H_1 = 2$ cm, (b) $H_1 = 1$ cm.

(a)

(b)

Fig. 6. Comparison of observed and theoretical dispersions for AL-PL model. (a) $H_1 = 2$ cm, (b) $H_1 = 1$ cm.

Fig. 6 に理論分散曲線と実測値との比較を示す。理論曲線はやはり OLIVER and MAJOR および SU and DORMAN の方法で計算した。群速度の実測値は前と同様に山谷の到着時刻から算出したが、位相速度はフーリエ解析の位相を利用して求めた。実測と理論の一致は極めて良い。Fig. 6 に見られるように、 $c = \alpha_2$ を境にして位相速度にギャップがあることは、吉井 (1969) が指摘している。今回の実験では $c > \alpha_2$ についてははつきりした波形が観測されなかった。

§ 5. 減衰 (AL-PL モデル)

Fig. 5 および Fig. 6 に見られるように, AL-PL モデルは卓越した波群の大部分が **leaking mode** という, 全く特異なモデルである. 従つて, このモデルを利用すれば **leaking mode** の様々な性質を比較的たやすく調べることができるであろう. 一例として, ここでは減衰について考察する.

leaking mode の特徴は, その位相速度が半無限媒質の **S 波** の速度よりも大きいことであり, その名が示すように, エネルギーの一部を **S 波** あるいは **S 波**, **P 波** 両方の形で半無限媒質に放出しながら伝播して行く. これによつて生ずる減衰は **leaking mode** 独特のものであり, 当然 **normal mode** では考えられない.

Fig. 7 に Fig. 5 に見られる分散波のスペクトラムの距離による変化を示す. 距離が大きくなつて波群の終わりごろが明らかに反射波で乱されているようなものは, 解析には加えなかつた.

一般にモデル実験では **source** や **receiver** のあて方や圧力によつて観測される波の振幅がはなはだしく変化するため, 減衰係数の絶対値を定めることはなかなか難しい. しかし, 今考えている減衰は **normal mode** の領域ではゼロとなるたぐいのものであることを考慮し, Fig. 7 に示すように **normal mode-leaking mode** の境界付近の点で全てのスペクトラムを重ね合

Fig. 7. Relative amplitude spectra and attenuation coefficients of surface waves for AL-PL models. (a) $H_1 = 2$ cm, (b) $H_1 = 1$ cm.

わせてみた。このようにして求めた減衰係数が、Fig. 7 下図に○印で示してある。

ところで、表面波の減衰にはほか
に吸収によるものが考えられるので、
この分をさし引いて考える必要があ
る。幸い、われわれの使用した観測
装置では、有限長正弦波を source
にあたえることができるので、これ
を用いて半無限レイリー波の吸収を
調べてみると、Aluminum 板の場
合は無視できるほど小さいが、
Plastics 板では $Q \approx 28$ に相当する
吸収がある。普通のレイリー波なら
ば深さに関する振幅分布から、吸収
による減衰を周波数の関数として計
算することができるが【例えば
ANDERSON (1965)], leaking mode
では振幅分布が計算できないのでこ
の方法は使えない。いずれにしても、
今考えている leaking mode の吸収
は、Plastic 板だけの場合より小さ
いことは明らかである。そこで、全
周波数にわたり $Q=28$ に相当する
吸収があるとすると、その吸収係数
は Fig. 7 下図の点線のようになる。
この曲線も normal mode-leaking
mode の境界でゼロになるよう描い
てある。先にスペクトラムの変化か
ら求めた減衰 (○印) からこの吸収
による分を引くと●印のようになる。

Fig. 8. Complex root on (+, -) sheet for AL-PL model.

Open circles indicate the solutions by two approximate methods.

Fig. 9. Comparison of observed and theoretical attenuation for AL-PL model.

前述のような仮定から、求めたい leaking mode の減衰はこの○印と●印の間に存在すると考えられる。

さて、leaking mode の分散のみに着目すれば近似法が大変有効であることは前に述べたが、減衰を考慮したい場合にはどうしても複素根を計算する必要がある。Fig. 8 には GILBERT (1964) にならつて k (波数) が実数、 f (周波数) が複素数 ($f = \bar{f} + i\hat{f}$) とした時の複素根の計算結果が示してある。 $\hat{f}$ は $\bar{f}$ に比べ大変小さいので、縦軸を 10 倍にして曲線を描いた。この図には近似法による分散曲線の結果も○印で描いてあるが、 $c < \alpha_2$ の領域では $\bar{f}$ の曲線と良く一致する。ここに示した複素根は、GILBERT の Riemann 面の分類に従えば (+, -) 面に属するものである。 $c > \alpha_2$ の領域の近似解には (-, -) 面の複素根が対応するのかもしれないが、まだ計算は行なっていない。

ところで、分散波の表現式の中には、振動の項 $\exp(i\omega t)$ のがふくまれている。ここで $\omega = 2\pi f = 2\pi(\bar{f} + i\hat{f})$ から $\exp(i\omega t) = \exp(2\pi i\bar{f}t) \cdot \exp(-2\pi\hat{f}t)$ となる。この右辺の 2 項目は時間に関する減衰を表わし、 $t = x/U$ (U は群速度) から $\exp(-2\pi\hat{f}U^{-1}x)$ となるため、先に求めた減衰係数 α とは $\alpha = 2\pi\hat{f}U^{-1}$ の関係で結びつけられる。すなわち

$$\hat{f} = \alpha U / 2\pi \quad (1)$$

(1) 式を用いて観測された減衰係数 α と $\hat{f}$ とを比べてみると Fig. 9 のようになる。絶対値および変化のしかたとも、理論的に計算した $\hat{f}$ によりかなり良く leaking mode の減衰を説明できる。

なお、有限長正弦波を用いてくりかえし観測を行なうことにより減衰係数を直接、相当正確に求めることができるので、この方法で今回の leaking mode の減衰を調べてみたところ、スペクトラムが得られた結果と大差なかつたことをつけ加えておく。

§ 6. 実体波と leaking mode とのカップリングについて

OLIVER (1961) は、マントルから地殻へ入射した S 波がその見かけ速度と等しい位相速度を持った PL mode とカップリングするという仮説を示し、遠地地震の S 波付近の振動を説明することを試みた。この種の研究はその後 SU and DORMAN (1965) および CHANDER et al. (1968) によつてうけつがれている。

ここでは AL-PL モデルを使つて実体波と leaking mode とのカップリングについて実験を行なつた。前述のように、このモデルは最も大きな振幅で観測される波群が leaking mode であるという全く特異なモデルなので、この種の実験には最適であらう。

Fig. 10 に実験の方法を示す。モデルが小さいこともあつて水平距離 L は 85 cm に固定

Fig. 10. Schematic diagram of the experiment on coupling of body waves and leaking modes.

し、横からあてた source の深さを 20 cm, 30 cm, 40 cm および 50 cm に変化させ記録をとった。なお、モデルの横面には図に示すような切れ目を入れ、まわりこんでくる表面波をできるだけ防ぐようにした。

AL-PL モデルでは Fig. 6 に見られるように $c > \alpha_2$ の領域にも leaking mode があるので、S 波のみならず P 波とのカップリングも考えられる。OLIVER の仮説から、ある周波数 f をもった波の到着時刻 $t(f)$ を計算してみると次のようになる。

$$t(f) = \frac{c(f) \cdot z}{V \sqrt{c(f)^2 - V^2}} + \frac{d - \frac{z}{\sqrt{c(f)^2 - V^2}}}{U(f)} \quad (2)$$

ここで V は半無限媒質における P 波または S 波の速度を表す。

Fig. 11 は実際の観測波形である。a および b で示した 2 種類の分散波形から周波数対到着時刻の関係を求め、(2) 式と比べてみたのが Fig. 12 である。z = 40 cm および 50 cm については波群 a の波数があまり多くないので、実測値は計算しなかつた。Fig. 12

から明らかなように、波群 a および b は (2) 式から計算した P-coupled および S-coupled leaking mode の分散と良く一致し、OLIVER の仮説が確かなものらしいことを示している。source を表面に置いた時にはほとんど認められなかつた $c > \alpha_2$ の領域の leaking mode が、ここでは相当大きな振幅を持っていることが注目される。また、source と receiver の位置を

Fig. 11. Observed records. Brackets a and b indicate P-coupled and S-coupled leaking modes respectively.

Fig. 12. Comparison of observed and theoretical arrival times of P-coupled and S-coupled leaking modes. Theoretical arrival times are computed from eq. (2).

入れかえても全く同じ波形が得られることから、このカップリングの現象は相反的なものと考えられる。

§ 7. あとがき

今回使用した高速度層モデル（特に AL-PL モデル）では leaking mode が大きな振幅で観測されるので、leaking mode の一般的な性質を調べるには最適のモデルと言えよう。

ここでも OLIVER and MAJOR および SU and DORMAN の方法が極めて有効であることが実証された。また、leaking mode の減衰が複素根の虚数部によつてほぼ完全に説明できること、および実体波とのカップリングが確かに存在することは共に重要な結論で、今回の実験の大きな収めと言えよう。

終わりにいろいろな助言をいただいた田治米鏡二教授に感謝します。なお、数値計算には北大計算センター NEAC 2203 G および 東大大型計算機センター HITAC 5020 E（課題番号 1001 DQ 0003）を使用した。

文 献

- ANDERSON, D. L., 1965, Recent Evidence Concerning the Structure and Composition of the Earth's Mantle. *Physics and Chemistry of the Earth*, **6**, Pergamon Press, 1~131.
- CHANDER, R. et al., 1968, On the Synthesis of Shear-Coupled PL waves. *Bull. Seism. Soc. Amer.*, **58**, 1849~1877.
- GILBERT, F., 1964, Propagation of Transient Leaking Modes in a Stratified Elastic Waveguide. *Rev. of Geophys.*, **2**, 123~153.
- 森 明巨, 1968, 階段構造を有する弾性体内を伝播する表面波の模型実験, 北大地球物理学研究報告, **20**, 101~109.
- NAFE, J. E. and J. N. BRUNE, 1960, Observations of Phase Velocity for Rayleigh Waves in the Period Range 100 to 400 Seconds. *Bull. Seism. Soc. Amer.*, **50**, 427~439.
- OLIVER, J., 1961, On the Long Period Character of Shear Waves. *Bull. Seism. Soc. Amer.*, **51**, 1~12.
- OLIVER, J. and M. MAJOR, 1960, Leaking Modes and the PL Phase. *Bull. Seism. Soc. Amer.*, **50**, 165~180.
- 斎藤竜亀, 1966, 弾性波模型実験装置の改良, 北大地球物理学研究報告, **16**, 1~10.
- SU, S. S. and J. DORMAN, 1965, The Use of Leaking Modes in Seismogram Interpretation and in Studies of Crust-Mantle Structure. *Bull. Seism. Soc. Amer.*, **55**, 986~1021.
- 吉井敏尅, 1968, モデル実験による PL mode の観測, 北大地球物理学研究報告, **19**, 65~71.
- 吉井敏尅, 1969, いくつかの形の leaking mode の性質, 北大地球物理学研究報告, **21**, 117~131.