不等方性が表面波の分散に及ぼす影響 (III-b)

——Love 波 の 表——

法政大学工学部 小 口 雄 康

東京大学理学部 竹 内 均

(昭和 44 年 10 月 20 日受理)

Effect of Transverse Isotropy on the Dispersion of Surface Waves, Part III-b

——Tables of Partial Derivatives of Love Wave Phase Velocity——

Yûkô OGUCHI

College of Engineering, Hosei University

Hitoshi TAKEUCHI

Geophysical Institute, Faculty of Science, The University of Tokyo

(Received October 20, 1969)

Predictions of Love wave phase velocity for the transversely isotropic CANSD and J-S-01 models are made by using the tables of partial derivatives in the previous paper III-a.

Departures of the predicted phase velocities from the exact ones are within 0.03 km/sec. So, these tables will be usefull for the calculation of Love wave phase velocity for any plausible continental models.

Corrections for the sphericity are considered in view of the linearity between phase velocities of plane and spherical Love waves.

§ 1. 計算例 (承前)

前報 [小口・竹内 (1969)] の偏微分表を用いて、位相速度の推定を試みよう。現在知られている Love 波の分散曲線のうち、最も速い位相速度を与えるモデルの 1 つである CANSD モデル [BRUNE and DORMAN (1962)] と、最も遅いものの 1 つである J-S-01 モデル [KAMINUMA (1966)] について計算してみる。これらのモデルの物理定数を Table 1 に示しておく。また、前報 Fig. 1 に図示してある。

偏微分表は、前報 Table 3, 4, 5 を用いるとして、CANSD モデルと Gutenberg モデルとの物理定数の差を Table 2 に示した。CANSD モデルは等方であるが、このとき、 ΔV_{SH-V}

昭和 43 年 6 月 27 日地震学会で発表

Table 1. Physical parameters for the models used in this paper.

CANSO				McEvelly			
Depth (km)	ρ (g/cm ³)	α (km/s)	β (km/s)	Depth (km)	ρ (g/cm ³)	α (km/s)	β (km/s)
0.0- 6.0	2.70	5.64	3.47	0- 11	2.7	6.1	3.5
6.0- 16.5	2.80	6.15	3.64	11- 20	2.8	6.2	3.5
16.5- 35.2	2.85	6.60	3.85	20- 38	2.9	6.4	3.7
35.2-115.2	3.30	8.10	4.72	38- 62	3.2	8.15	4.6
115.2-215.2	3.44	8.20	4.54	62-102	3.3	8.2	4.5
215.2-315.2	3.53	8.30	4.51	102-282	3.4	8.2	4.4
315.2-395.2	3.60	8.70	4.76	282-∞	3.6	8.7	4.8
395.2-∞	3.76	9.30	5.12	J-S-01			
				0-32	2.8	5.9	3.4
				32-∞	3.2	7.7	4.32

Table 2. Deviations of $\hat{\rho}$, V_{SH-H} and V_{SH-V} of the CANSO model from those of the Gutenberg model.

Depth	$\Delta\hat{\rho}$	ΔV_{SH-V}	ΔV_{SH-H}	
			$\xi=1.2$	$\xi=.8$
0 - 6	-.04	-.08	.2512	-.4463
6 - 16	.06	.09	.4374	-.2943
16 - 17	.085	.195	.5524	-.2004
17 - 19	.11	.3	.6675	-.1065
19 - 35	-.15	.05	.4175	-.3565
35 - 36	.21	.746	1.1799	.2661
36 - 38	.3	.92	1.3705	.4217
38 - 50	-.02	.07	.5205	-.4283
50 - 60	-.04	.1	.5505	-.3983
60 - 70	-.05	.15	.6005	-.3483
70 - 80	-.06	.21	.6605	-.2883
80 - 90	-.07	.26	.7105	-.2383
90 - 100	-.08	.31	.7605	-.1883
100 - 112.5	-.09	.35	.8005	-.1483
112.5- 125	.0198	.2089	.6459	-.2745
125 - 150	.03	.19	.6233	-.2893
150 - 175	.01	.18	.6133	-.2993
175 - 200	-.02	.16	.5933	-.3193
200 - 212.5	-.04	.12	.5533	-.3593
212.5- 225	.0306	.0965	.5276	-.3803
225 - 250	.03	.05	.4805	-.4261
250 - 300	.00	-.03	.4005	-.5061
300 - 325	-.0226	-.072	.3678	-.5585
325 - 350	.02	.08	.5343	-.4225
350 - 375	-.02	-.09	.3643	-.5925
375 - 400	.0107	-.0209	.4400	-.5307
400 - 450	.07	.08	.5687	-.4605
450 - 500	-.06	-.09	.3987	-.6305
500 - 600	-.25	-.33	.1587	-.8705
600 - 700	-.45	-.64	-.1513	-1.1805
700 - 800	-.64	-.91	-.4213	-1.4505
800 - 900	-.8	-1.11	-.6213	-1.6505
900 -1000	-.87	-1.2	-.7113	-1.7405
1000 -1200	-.98	-1.3	-.8113	-1.8405

$= \Delta V_{SH \cdot H}$ である。また、異方性があるとして、異方係数 $\xi = 1.2, .8$ を与えたとき、 $\Delta V_{SH \cdot H}$ は表の最右欄となる。また、層の境の深さが一致しないときは、物理定数を層厚で比例配分して差を求めている。こうして、各深さに対して $\Delta \rho$, $\Delta V_{SH \cdot H}$, $\Delta V_{SH \cdot V}$ が決められる。

前報 (2.4) 式から Δc を求めた結果を Table 3 に示した。ここで、 T は周期、 c_G , c_E は積分法によつて求めた Gutenberg モデル、CANSND モデルの位相速度、 $\Delta c_E = c_E - c_G$ でこの値を推定するのがここでの目的である、 $\Sigma \hat{\rho}$, ΣSH , ΣSV は、 $\Delta \hat{\rho}$, $\Delta V_{SH \cdot H}$, $\Delta V_{SH \cdot V}$ から得られる位相速度の変化分で、この3つの和が Δc となる。 $c_P (= c_G + \Delta c)$ は位相速度の推定値、 $\delta (= \Delta c - \Delta c_E)$ は絶対誤差、 $\epsilon (= \delta / \Delta c_E \times 100)$ は相対誤差を示す。 $|\delta|$ は大きいもので 0.004 km/sec, $|\epsilon|$ が約 2% 以内であるから、非常によい精度である。Fig. 1 に分散曲線を示してある。実線が分散曲線で、○印が推定値を表わす。非常によい一致がみられる。

J-S-01 モデルについては、等方の場合、異方の場合 (表層で $\xi = 1.04$, 半無限弾性体内で $\xi = 1.14$) について推定した。この結果も、Table 3 に示してある。CANSND モデルの推定よ

Table 3. Deviations of phase velocities for the CANSND and J-S-01 models from those for the Gutenberg model, calculated by eq. (2.4) and tables 3, 4 and 5 in paper III-a.

CANSND Model

	T	c_G	c_E	Δc_E	$\Sigma \hat{\rho}$	ΣSH	ΣSV	Δc	c_P	δ	ϵ
$\xi = 1.0$	20	3.9180	4.0071	.0891	-.0042	.0724	.0199	.0881	4.0061	-.0010	-1.1
	30	4.1240	4.2506	.1266	-.0036	.1063	.0220	.1247	4.2487	-.0019	-1.5
	40	4.2476	4.4021	.1545	-.0022	.1386	.0154	.1518	4.3994	-.0027	-1.7
	50	4.3148	4.4786	.1638	-.0012	.1537	.0107	.1632	4.4780	-.0006	-.4
	60	4.3589	4.5222	.1633	-.0006	.1577	.0082	.1652	4.5241	.0019	1.2
$\xi = 1.2$	20		4.3895	.4715		.4533		.4690	4.3870	-.0025	-.5
	30		4.6563	.5323		.5101		.5285	4.6525	-.0038	-.7
	40		4.8222	.5746		.5573		.5705	4.8181	-.0041	-.7
	50		4.9060	.5912		.5802		.5879	4.9045	-.0015	-.3
	60		4.9539	.5950		.5888		.5963	4.9552	.0013	.2
$\xi = .8$	20		3.5841	-.3339		-.3489		-.3332	3.5849	.0007	-.2
	30		3.8018	-.3222		-.3403		-.3219	3.8021	.0003	-.1
	40		3.9373	-.3103		-.3245		-.3113	3.9363	-.0010	.3
	50		4.0058	-.3090		-.3180		-.3086	4.0062	.0004	-.1
	60		4.0448	-.3141		-.3191		-.3116	4.0473	.0025	-.8

J-S-01 Model

$\xi = 1.0$	20	3.9180	3.6929	-.2251	-.0101	-.2010	-.0162	-.2273	3.6903	-.0022	1.0
	25	4.0300	3.7987	-.2313	-.0120	-.2036	-.0176	-.2332	3.7968	-.0019	.8
	30	4.1240	3.8940	-.2300	-.0132	-.2010	-.0168	-.2311	3.8929	-.0011	.5
	35	4.1956	3.9738	-.2218	-.0133	-.1931	-.0138	-.2202	3.9754	.0016	-.7
	40	4.2476	4.0377	-.2099	-.0127	-.1822	-.0111	-.2059	4.0417	.0040	-1.9
$\xi = 1.04$ $\xi = 1.14$	20		3.7882	-.1298		-.0979		-.1241	3.7939	.0057	-4.5
	25		3.9140	-.1160		-.0763		-.1058	3.9242	.0102	-8.8
	30		4.0325	-.0915		-.0459		-.0759	4.0481	.0156	-17
	35		4.1356	-.0600		-.0112		-.0383	4.1573	.0217	-36
	40		4.2207	-.0269		-.0236		-.0023	4.2453	.0246	-91

Fig. 1. Departures of predicted phase velocities from exact ones.

りやや精度が悪いが、 $|\delta|$ で 0.03 km/sec 以下であるから観測値のばらつきと比べて十分よい精度を与えるといえよう。なお、 $|\epsilon|$ の大きいものは、 ΔC_B が小さいことに帰因し、 δ が特に大きい訳ではない。この分散曲線を Fig. 1 に示してある。推定値が分散曲線によくのつていることがわかるであろう。

前報の Table 3, 4, 5 の代りに、Table 6, 7, 8 を用いて同様の計算を行なった結果を Table 4 に示した。一般に、誤差は大きくなるが、周期 30 sec 以上では十分よい精度が得られている。従つて、長周期の推定では、Table 6, 7, 8 を用いた方が、計算はずつと簡単になる。

§ 2. 球面の影響

等方体の球面 Love 波の分散曲線は求められるが、異方体では求められていない。

等方の場合について、平面及び球面 Love 波の位相速度の関係を調べてみよう。Gutenberg モデルにおける球面 Love 波の位相速度 c_{sph} は TAKEUCHI 他 (1964) が求めている。これと同じ周期の平面 Love 波の位相速度 c_{plane} を求め、これらを図示したのが Fig. 2 である。周期 20 sec から 140 sec の間で、この両者に直線関係があることがみられ、次の式が得

Table 4. Deviations of phase velocities for the CANSD and J-S-01 models from those for the Gutenberg model, calculated by eq. (2.4) and tables 6, 7 and 8 in paper III-a.

CANSD Model								
	T	$\Sigma\delta$	ΣSH	ΣSV	Δc	c_P	δ	ε
$\xi=1.0$	20	-.0064	.1045	.0162	.1144	4.0324	.0253	28.4
	30	-.0061	.1242	.0180	.1362	4.2602	.0096	7.6
	40	-.0037	.1466	.0130	.1558	4.4034	.0013	.9
	50	-.0021	.1574	.0093	.1647	4.4795	.0009	.6
	60	-.0011	.1598	.0074	.1660	4.5249	.0027	1.7
$\xi=1.2$	20		.4885		.4983	4.4164	.0268	5.7
	30		.5296		.5416	4.6656	.0093	1.7
	40		.5660		.5753	4.8229	.0007	.1
	50		.5843		.5915	4.9063	.0003	.1
	60		.5910		.5973	4.9562	.0023	.4
$\xi=.8$	20		-.3201		-.3103	3.6077	.0286	-7.1
	30		-.3242		-.3123	3.8117	.0099	-3.1
	40		-.3174		-.3081	3.9395	.0022	-.7
	50		-.3147		-.3074	4.0074	.0016	-.5
	60		-.3172		-.3110	4.0479	.0031	-1.0

J-S-01 Model								
$\xi=1.0$	20	-.0115	-.1603	-.0188	-.1905	3.7275	.0396	-17.6
	25	-.0144	-.1700	-.0218	-.2062	3.8238	.0251	-10.9
	30	-.0157	-.1760	-.0213	-.2129	3.9111	.0171	-7.4
	35	-.0154	-.1755	-.0176	-.2084	3.9872	.0134	-6.0
	40	-.0143	-.1703	-.0140	-.1986	4.0490	.0113	-5.4
$\xi=1.04$ $\xi=1.14$	20	-.0115	-.0471	-.0188	-.0774	3.8406	.0524	-40.4
	25	-.0144	-.0345	-.0218	-.0706	3.9594	.0454	-39.1
	30	-.0157	-.0148	-.0213	-.0517	4.0723	.0398	-43.5
	35	-.0154	.0107	-.0176	-.0223	4.1733	.0277	-46.2
	40	-.0143	.0363	-.0140	.0080	4.2556	.0349	-130

Fig. 2. Relation between phase velocity of plane and spherical Love waves for the Gutenberg, CANSD and McEvilly models. 300.5, 141.3 and 20.33 denote the corresponding periods in sec.

られる。

$$c_{\text{sph.}} = 1.1112 c_{\text{plane}} - 0.4364 \quad (2.1)$$

c_{plane} を与え、 $c_{\text{sph.}}$ を (2.1) から求めた値 $c_{\text{cal.}}$ を Table 5 に示した。 $\Delta c = c_{\text{cal.}} - c_{\text{sph.}}$ が小さいことが示されている。 Fig. 3 に分散曲線を示し、○印で $c_{\text{cal.}}$ の値を示してある。両者がよい一致をみせている。

CANSND モデルについて同様に図示したのが Fig. 2 の●印である。やや、直線 (2.1) 式からはずれるが、この直線にのついていると考えてもよいであろう。Table 5 に $c_{\text{cal.}}$, Δc を示してある。 $|\Delta c|$ が 0.03 km/sec 以内であることは、(2.1) 式がここでも成り立つと考えてよいことを示している。Gutenberg モデルから偏微分表を用いて CANSND モデルの平面 Love 波

Fig. 3. Difference between calculated spherical Love wave phase velocity values by eq. (2.1) and exact ones.

Table 5. Difference between spherical Love wave phase velocity values calculated by eq. (2.1) and exact ones for the Gutenberg and CANSND models.

c_{plane} : phase velocity of plane Love waves

$c_{\text{sph.}}$: phase velocity of spherical Love waves

$c_{\text{cal.}}$: phase velocity of spherical Love waves calculated by eq. (2.1)

$\Delta c = c_{\text{cal.}} - c_{\text{sph.}}$

Gutenberg Model

T	c_{plane}	$c_{\text{sph.}}$	$c_{\text{cal.}}$	Δc
20.33	3.9262	3.933	3.926	-.007
37.63	4.2250	4.247	4.258	.011
46.15	4.2929	4.327	4.334	.007
60.34	4.3602	4.408	4.409	.001
74.40	4.4082	4.465	4.462	-.003
88.25	4.4504	4.514	4.509	-.005
108.60	4.5105	4.580	5.576	-.004
141.30	4.6094	4.684	4.686	.002

CANSND Model

T	c_{plane}	$c_{\text{sph.}}$	$c_{\text{cal.}}$	Δc
19.94	4.0055	4.011	4.015	.004
36.49	4.3598	4.379	4.408	.029
44.60	4.4437	4.477	4.501	.024
58.20	4.5156	4.570	4.581	.011
71.79	4.5590	4.627	4.630	.003
85.27	4.5942	4.671	4.669	-.002

Fig. 4. Departures of spherical Love wave phase velocity $c_{cal.}$, calculated by eq. (2.1), in which c_{plane} is calculated by the variational method, from exact ones for the CANSD model. $c_{sph.}$ is calculated by eq. (2.1) in which c_{plane} is the exact plane Love wave phase velocity.

の位相速度を推定し、この値を c_{plane} として (2.1) 式から球面波の位相速度を求めた値を $c_{sph.}$ 、積分法から求めた平面波の速度を c_{plane} として、(2.1) 式から求めた球面波の速度を $c_{cal.}$ として Fig. 4 に球面 Love 波の分散曲線を示してある。推定値がよい結果を与えていることがわかる。

McEvelly のモデル [McEVILLY (1964)] (Table 1, 前報 Fig. 1 参照) について同様に計算した結果を、Table 6, Fig. 5 に示してある。Table 6 で、 c_P は平面 Love 波の推定値、 c_S は c_P と (2.1) 式から求めた球面 Love 波の推定値、 c_E は球面 Love 波の計算値である。 $|\delta_S|$ が 0.03 km/sec 以内であるから、球面の補正がよく行なわれるといえよう。

(2.1) 式が普遍的な意味をもつかどうかは、わからないが、相当構造の異なつ

Table 6. Difference between predicted phase velocity values corrected for sphericity using eq. (2.1), and exact ones for the McEvelly model.

c_P : predicted phase velocity of plane Love waves

c_S : calculated phase velocity of spherical Love waves, using eq. (2.1) and c_P as c_{plane}

c_E : exact phase velocity of spherical Love waves

$\Delta c_E = c_E - c_G$, $\delta = c_P - c_E$, $\delta_S = c_S - c_E$, $\epsilon = \delta / \Delta c_E (\%)$, $\epsilon_S = \delta_S / \Delta c_E (\%)$

T	c_G	c_P	c_S	c_E	Δc_E	δ	δ_S	ϵ	ϵ_S
10	3.694	3.623	3.590	3.587	-.107	.036	.003	-33.6	-2.8
20	3.918	3.831	3.820	3.805	-.113	.026	.015	-23.0	-13.3
30	4.124	4.047	4.060	4.035	-.089	.012	.025	-13.5	-28.1
40	4.128	4.199	4.229	4.202	-.046	-.003	.027	6.5	-58.7
50	4.315	4.285	4.325	4.309	-.006	-.024	.016		-267.
60	4.359	4.340	4.386	4.380	.021	-.040	.006		28.6
70	4.394	4.380	4.431	4.433	.039	-.053	-.002		-5.1
80	4.426	4.414	4.469	4.471	.045	-.057	-.002		-4.4
90	4.456	4.445	4.502	4.504	.048	-.059	-.002		-4.2

たモデルについて実用になることが示された。従つて、§1. で示したように偏微分法がよい精度を与えることから考えて、(2.1) 式は transversely isotropic な場合にも適用できるといえよう。

§ 3. おわりに

Gutenberg モデルについて Love 波の偏微分表をつくり、比較的速い速度を与える CANSD モデルと、遅い速度を与える J-S-01 モデルについて位相速度の推定をした結果、非常によい精度が得られた。従つて、実在すると考えられるいろいろなモデルについても、この偏微分表が十分の精度で用いられるであろう。また、球面の影響は、ここで取り扱った周期範囲では大きくないが、(2.1) 式による補正が可能であろう。

Fig. 5. Departures of predicted phase velocity values, corrected for sphericity using eq. (2.1), and exact ones for the McEvelly model.

c_p : predicted phase velocity for plane Love waves

c_s : phase velocity corrected for sphericity using eq. (2.1) in which c_p is used as c_{plane}

(注) 第 I 報の訂正

第 I 報 [小口・竹内 (1967)] において、(6.1) 式を次のように訂正する (一の部分を訂正)。

$$\left. \begin{aligned} 2C(kH)^2 I_1 \partial c / \partial \rho &= -(ckH)^2 \int_{z-e}^{z+e} f_1 dz \\ 2C(kH)^2 I_1 \partial c / \partial \mu &= (kH)^2 \int_{z-e}^{z+e} f_2 dz \\ 2C(kH)^2 I_1 \partial c / \partial C_{44} &= \int_{z-e}^{z+e} f_3 dz \end{aligned} \right\} \quad (6.1)$$

この結果、第 I 報の Table 4, 5 を次のように訂正する。

Table 5 に示されたように、位相速度の推定誤差は 0.3% 以内となり、非常によい精度を与える。

Table 4. $\partial c/\partial V_{SH \cdot H}$

period (s) layer	60	50	40	30	20
1	.3814-1*	.5517-1	.9186-1	.1595	.2487
2	.6971-1	.9917-1	.1608	.2664	.3812
3	.1147	.1531	.2237	.3094	.3257
4	.4195	.4492	.4444	.3098	.1060
5	.2562	.2005	.1010	.1535-1	.1847-3
6	.9752-2	.5820-1	.1600-1	.5015-3	.1246-6
7	.1893-1	.8161-2	.1233-2	.9455-5	
∞	.4560-2	.1220-2	.8839-4		

* .3814-1 means 0.3814×10^{-1}

Table 5. Accuracy of predicted phase velocity to exact phase velocity

period (s) ε		60	50	40	30	20
1.2	Δc_V	.4318	.4276	.4189	.4055	.3817
	Δc_E	.4317	.4274	.4201	.4057	.3824
	$\Delta c_V - \Delta c_E$	.0001	.0002	-.0012	-.0002	-.0007
	ε	.02	.05	-.29	-.05	-.18
.8	Δc_V	-.4779	-.4731	-.4645	-.4485	-.4229
	Δc_E	-.4774	-.4728	-.4648	-.4488	-.4230
	$\Delta c_V - \Delta c_E$	-.0005	-.0003	.0003	.0003	.0001
	ε	.10	.06	-.06	-.07	-.02

$$\Delta c_V = \Sigma \partial c / \partial V_{SH \cdot H} \cdot \Delta V_{SH \cdot H}, \Delta c_E = c_{EX} - c_{ST}, \varepsilon = (\Delta c_V - \Delta c_E) / \Delta c_E \times 100(\%)$$

文 献

- BRUNE, J. and J. DORMAN, 1962, Seismic Waves and Earth Structure in the Canadian Shield, Bull. Seism. Soc. Am., **53**, 167~210.
- KAMINUMA, K., 1966, The Crust and Upper Mantle Structure in Japan. Part 3., Bull. Earthq. Res. Inst., **44**, 511~518.
- MCEVILLY, T. V., 1964, Central U. S. Crust-Upper Mantle Structure from Love and Rayleigh Wave Phase Velocity Inversion, Bull. Seism. Soc. Am., **54**, 1997~2015.
- 小口雄康・竹内 均, 1967, 不等方性が表面波の分散に及ぼす影響 (I), 地震, **21**, 21~31.
- 小口雄康・竹内 均, 1970, 不等方性が表面波の分散に及ぼす影響 (III-a), 地震, **22**, 288~303.
- TAKEUCHI, H., J. DORMAN and M. SAITO, 1964, Partial Derivatives of Surface Wave Phase Velocity with Respect to Physical Parameter Changes within the Earth, J. Geophys. Res., **69**, 3429~3441.