近地地震のマグニチュード

京都大学理学部阿武山地震観測所 渡辺 晃

(昭和46年6月23日受理)

Determination of Earthquake Magnitude at Regional Distance in and near Japan

Hikaru WATANABE

Abuyama Seismological Observatory,
Faculty of Science, Kyoto University

(Received June 23, 1971)

Several formulas to determine the magnitudes of earthquakes with shallow foci from amplitude and focal distance in the regional range up to about 1,000 km, were newly derived by using the data observed at the Abuyama Seismological Observatory and its array stations, and compared in the cases from displacement and velocity seismograms.

The patterns of maximum amplitudes versus focal distances show that the manner of decay of the displacement amplitude is practically similar to that of velocity amplitude in the distance range up to 200 km, but markedly different in the range over 200 km, because the phase of the seismic wave corresponding to the maximum amplitude varies from the body wave to the surface wave at the focal distance around 200 km and the long period surface wave is sharply cut off with the steep slope of the frequency response curve of the velocity seismograph.

The amplitude-distance curves at the close distance range up to about 40 km, however, are folded in the case of displacement amplitude. This phenomenon may arise from the effect of excitation of refracted or reflected, or both phases having longer periods, resulting in an increase of about 0.3 in the magnitude value. Taking no account of these slight folds, the decay of the maximum amplitude is supposed to be nearly uniform throughout the distance range concerned. Thus, the decay factor, including the geometrical spreading, is estimated as $r^{-1.73}$, which is just the same as in the Tsuboi's (1954) formula.

The periods corresponding to the maximum amplitude were found to increase according to the earthquake sizes alone, when the same type of phase was traced. On the basis of this finding, an attempt was made to infer the relation between the source factor of displacement spectral density and the magnitude.

§ 1 はじめに

地震波の振幅からマグニチュード M を決める場合、その波動が実体波であるか表面波であるかによって計算方法が異なってくる。従つて地震計の型を決め、読みとるべき周期を指定し

ておけば波動の種類が自然に決まるので、 M の決定精度が向上する。例えば、短周期実体波を使つて計算した m_B 、長周期表面波による M_s などはこのような考え方を基にしたものである。しかしこの際、地震の規模および震源距離の違いによつて起る波動スペクトルの変化に留意しなければならない。

これに対して、従来、一般的に行なわれているのは、変位型地震計の記録で波の種類を選ばず、最大振幅を用いる方法である。この方法では、あらかじめ波動スペクトルの最大値が地震計の cut off 周波数から大きくはずれていないことを確かめておかなければならない。なぜならば、使用する地震計によつて、対象とする地震の規模や震源距離の範囲が制限され、この範囲を越えるものについては誤差が大きくなるからである。この範囲を拓げるには、感度および周波数帯域の異なつたいくつかの地震計を組み合わせ使用すればよい。阿武山地震観測所では、Fig. 1 に示す地震計を組み合わせ、広い周波数帯域と dynamic range を得ることができる。以下、この方法で震源距離 1,000 km 以内の浅発地震を対象とした M の定義式をつくり、従来のものとの比較を行なつた。さらに、周波数特性の異なつた地震記象を比べることによつて、地震波のスペクトルとの M 関係について一つの推論を行なつた。

Fig. 1. Frequency response curve being used at the Abuyama Seismological Observatory and its array stations.

§ 2 変位振幅から求めたマグニチュード

記録上の最大振幅に着目して地震の Instrumental Magnitude Scale (M) を決めるのは、もともと RICHTER (1935) の定義によるものである。最大振幅を与える地震波形は、地震の深さ、発震機構、地震計の周期特性などによりさまざまに変化するので、この方法を用いると観測点によつては M の値に大きな誤差を生ずることがある。しかし実際の手続が簡便に行なえるので、この方法は RICHTER が定義したものから形を変えながら広く用いられている。 M の誤差を小さくするには、まず、地震の深さを限定し震源をとり囲んだ多数の観測値から適当な方法で平均値を求めればよい。また地震計の変位に対して平坦な帯域を広くする必要がある。気象庁で決定されるマグニチュード (M_J) は、このような点を考慮し計算されているので、現在我国での最も信頼度の高い M の値を与えている。

ところで M_J の計算の基礎になつているのは坪井 (1954) の式であり、次式で表わされる。

$$M = \log A + \alpha \log r + \beta, \quad \alpha = 1.73, \beta = -0.83 \quad (1)$$

A は変位計の最大振幅を地動に換算し μ で表わしたものであり、 r は震源距離を km で示したものである。この式を用い阿武山の資料から決めたマグニチュード (M_0) と M_J を比較したのが Fig. 2 および Fig. 3 である。 A は水平動 2 成分の合成で求めた最大値 (片振幅) を μ

Fig. 2. The relations between the magnitudes determined by J. M. A. (M_J) and by the present writer using the data of displacement seismographs (M_0). There is a good correlation between M_J and M_0 within the wide range of magnitude.

Fig. 3. $M_o - M_J$ versus focal distance. No systematic deviation with respect to focal distance is seen except in the close distance range up to about 40 km.

Fig. 4. The pattern of maximum displacement amplitude (A) versus focal distance (r) obtained from the array observations in the vicinity of Matsushiro. The dashed lines indicate the magnitude scale of J. M. A..

単位で表わしたので、気象庁と同じ手続をとっている。Fig. 2 は M の広い範囲で系統的な偏りが殆んどないことを示している。誤差の平均値および分散は $\overline{M_o - M_J} = -0.06$, $\sigma^2 = \sum (M_o - M_J)^2 / n = 0.12$ である。すなわち、Fig. 1 に示すような変位計群を使えば、1 観測点の資料から

比較的精度よく M が求まることを示している。さらに阿武山に当てはまる (1) 式の係数は坪井の式のそれに近いものであり、station correction などの補正を行なう必要のないことが分る。次に、Fig. 3 は同じ資料を震源距離 r について示したものである。全体としてのばらつきには、 r に対しても系統的な偏りはみられない。しかしこまかく調べると、 $r < 40$ km の範囲で $M_0 - M_J$ が負から正へ移り変つていくことが分る。同じ傾向は $r = 70 \sim 120$ km においてもみられる。この現象を説明するためには、さらに詳しい資料が必要である。Fig. 4 は松代地震の群列観測で得られた $A \sim r$ 曲線である。図の鎖線は (1) 式の関係を表わしている。 M_J の決まった地震について (1) 式と比較すれば、いずれも傾斜が大きく M_J に対応する鎖線、屈折より下にくる。しかし、これは $r = 40$ km 前後で急に折れ曲り、鎖線を跳び越すものもでてくる。この jump の大きさは地震の深さおよび距離によつて変化する。このような事実は、すでにいくつか報告されているが〔例えば、梅田 (1968), EVERNDEN (1967)〕、地震波の反射、屈折などによる変成波の生成過程に関係する現象であると考えられる。このことは、S 波の初動が単調に減少しているにも拘らず、最大振幅を与える波形が jump を起す観測点附近で急に変化している事実からも説明されるであろう。しかしさらに立入った議論は他の論文にゆずりたい。

前に述べた $r = 70 \sim 120$ km での jump もこれと同様に考えることができるので、 $A \sim r$ 曲線はこのような凹凸をくり返しながら全体として (1) 式で表現されるのであろう。ちなみに Fig. 4 から最小自乗法で係数を決めると次式が得られる。

$$M = \log A + 2.31 \log r - 1.38, \quad \text{for } r < 40 \text{ km} \quad (2)$$

この式と (1) 式を比べると、 M の値で最大 0.3 程度のくい違いが生ずることが分る。しかし前述のように、jump の大きさは一定しないので $r = 30 \sim 40$ km において (2) 式から求める M の精度は必ずしもよくならない。なお係数 α, β は一般に一次の関係にあることが知られているが〔早津 (1955)〕、(2) 式の係数はこの関係から可成りはずれている。

§ 3 速度振幅から求めたマグニチュード

微小地震の観測では、前節でとり扱った変位計よりも Fig. 1. VS で示す速度型地震計が多く使用されている。従つて、この速度計（主として上下動成分）での最大動 (A_0) から M を求める式を導き、変位の場合と比較した。

Figs. 5 (a) ~ (c) は、微小地震観測網で得られた資料を地震の大きさにより 3 つのグループに区別して示した $A_0 \sim r$ 曲線である。図中の α はそれぞれのグループについて傾斜を平均したものであり、 $r < 200$ km の範囲では地震の大きさによらずほぼ一定である。Fig. 5 の全資

料から傾斜の平均値を求めると

Fig. 5. The patterns of maximum velocity amplitude (A_v) versus focal distance (r) obtained at the array stations near Abuyama. The value of α in each plot shows the mean value of the decay coefficient for the respective magnitude range. The average value for all of the data is calculated as 1.73 ± 0.27 .

$$\bar{\alpha} = 1.73 \pm 0.27 \quad (3)$$

となり、(1)式の係数と一致する。また、これらの $A_v \sim r$ 曲線には変位についてみられた折れ曲りや jump は現れず、近距離においても比較的 smooth な直線関係が成り立っている。

次に、 M_J の値と比べるために $r = 100$ km での A_v をこの図から読みとり、 M_J に対して plot したのが Fig. 6 である。この関係を直線で表わし A_v を μ kine の単位にとれば、最小自乗法で次の式が得られる。

$$\log A_v(100) = 0.85 M - 5.96 \quad (4)$$

さらに (3) 式と組み合わせると、

$$0.85 M - 2.50 = \log A_v + 1.73 \log r, \quad \text{for } r < 200 \text{ km} \quad (5)$$

これは、村松 (1964)、TERASHIMA (1968) などが定義した速度振幅に関する公式に比べて、

1.0~1.5 程度大きい M を与える.

Fig. 7 は $r > 200$ km での $A_v \sim r$ 曲線である. 曲線の傾きは r と共に急激に増加し, もはや (1) 式で A_v の減衰を表現できない. 従つて, $\alpha = 1.73$ を固定し, この直線からのはずれを $\gamma = \log [\exp \{-k(r-r_0)\}]$ で表わすとすれば, Fig. 8 から

$$r = 0.0015(r-200) \quad (6)$$

が求められる. 従つて, (5) および (6) 式から $r > 200$ km での M の定義式が得られる.

$$0.85M - 2.50 = \log A_v + 1.73 \log r + 0.0015(r-200), \quad \text{for } r > 200 \text{ km} \quad (7)$$

後で述べるように, $r > 200$ km では A_v を与える波の周期がのび, 地震計の cut off 周波数を越えるので, (7) 式から M を求める場合.

振幅の補正を正確に行なう必要がある.

Fig. 9 は Figs. 5 (a)~(c) および Fig. 7 の折れ線を滑らかにして重ね合わせたものである. また, 鎖線は (5) および (7) 式を表わしている. 図にみられるように, M および r の可成り広い範囲に実測値が分布している. この範囲については, Fig. 2 および Fig. 3 にみられる程度の精度が期待されるが, (5) および (7) 式で外挿した部分, 特に $M > 6$ の大きい地震についての M の決定精度は今のところ明らかでない.

§ 4 最大振幅の周期とマグニチュード

記録上, 最大振幅を与える波が smooth な表面波ではない場合, その周期の読み取りは困難なことが多い. しかし最大値の前後を含め wave train として平均をとれば誤差を軽減することができる. このようにして変位計で読んだ最大振幅に相当する周期 (T_d) を, M について plot したのが Fig. 10 (a) である. 黒丸および白丸は $r \approx 200$ km を境にして分けたものであるが, 2つのグループ内で

Fig. 6. Maximum velocity amplitudes measured at $r=100$ km, plotted against the magnitudes determined by J. M. A..

Fig. 7. The same pattern as in Fig. 5 for $r > 200$ km.

Fig. 8. Deviations from the straight line with gradient 1.73, plotted against focal distance. The best-fitted correction factor r shows that A_v decreases according to a formula, $\exp \{-0.0035(r-200)\} \cdot r^{-1.73}$, within this distance range.

は T_A と M はよい直線関係を保ち、それぞれ次の式で表わされる.

$$\log T_A = 0.35 M - 1.65, \quad \text{for } r < 200 \text{ km} \quad (8.1)$$

$$\log T_A = 0.32 M - 0.88, \quad \text{for } r > 200 \text{ km} \quad (8.2)$$

このような関係についてはすでに多くの報告があるが [例えば KASAHARA (1957), MATUMOTO (1960), TERASHIMA (1968)], (8) 式は、波動スペクトルの 2 つの peaks について調べた MATUMOTO の結果とよく一致する.

すなわち, $r < 200 \text{ km}$ では最大振幅は実体波またはその変成波に相当し (黒丸), $r > 200$

km になると地殻を伝わる表面波が最大振幅を与える (白丸) ことが分る. 図に示してはいな

Fig. 9. $A_v \sim r$ relations for all of the data shown in Figs. 5 and 7 together. Within the distance range up to 200 km, data were fitted to the respective straight lines. The magnitude-distance relations derived from these data are represented by the dashed lines.

Fig. 10. (a) Dependence of periods corresponding to the maximum displacement amplitude on earthquake magnitude. Solid and open circles indicate the data of the distance ranges less than and more than 200 km respectively.
(b) The same plot as in Fig. 10(a) for the maximum velocity amplitude.

いが、50 km より深い地震はで $r > 200$ km でも黒丸のグループに入り (例えば日向灘の地震), 非常に浅い地震 (例えば松代地震) で $r < 200$ km でも白丸グループに属するものもみられた。これらは地震の深さが最大振幅の出現に大きな影響を及ぼすことを示す一例である。

ところで、この図で注目すべき点は、 $r = 200$ km で分けられるそれぞれのグループ内では任意の r について (8) 式が成り立つことである。すなわち、どちらのグループに属するかは波の相で自然に決まり、 T_A は r に無関係で M のみに依存することが明らかになった。前述の MATUMOTO の研究では r をほぼ一定にとつた場合の議論であり、この点が相違している。また、§2 で述べたように変位計の特性で平坦な部分から得られた資料についてのみこの結果が成り立つことに注意しなければならない。狭い帯域の地震計では、 T_A は M に殆んど無関係で、最大感度を与える周期に近い値になることが確められている [SUYEHIRO (1962)]。

Fig. 10 (b) は速度計に関して最大振幅を与える周期 (T_v) と M の関係を示したものである。(a) 図に比べてばらつきは大きくなっているが、直線で best fit させると次の関係が得られる。

$$\log T_v = 0.20 M - 1.50, \quad \text{for } r < 200 \text{ km} \quad (9)$$

一方、 $r > 200$ km については (白丸)、 T_v が 2 sec たらずで一定になつてしまい全体として

Fig. 11. Pairs of the traces obtained from the velocity seismograph (above) and the traces of displacement component reproduced from the velocity seismograms by means of an electrical integrator (below), showing the fact that the difference in periods corresponding to the maximum amplitudes between the velocity and the displacement seismograms, increases according to the earthquake size.

の直線関係は得られない。これは地震計の速度に対して平坦な部分が、 $T_p > 1 \text{ sec}$ で cut off されることによるものであろう。この事実は、 $A_v \sim r$ 曲線 (Fig. 9) が $r > 200 \text{ km}$ で直線からはずれ急に折れ曲ることによく符号する。

Fig. 11 は、地震計の特性によつて最大振幅の波形がどのように変化するかをみたものである。速度計で記録した原記録 (V) とそれを適当な積分回路で変位に変換したもの (D) を並べてある。 T_A と T_v の比は M と共に変化し、(8.1) および (9) 式の関係を確認することができる。また最大振幅出現の位置が移り変わる場合もあり、一般に A と A_v との関係を $A_v = (2\pi/T_A) \cdot A$ で表わすのは正しくないことを示している。事実、この関係で A から A_v を計算し、(1), (8) 式を用いて A_v と M の関係を出すと、(5) から求めたものに比べて 1.0 以上小さい M を与える。

§ 5 震源スペクトルに関する一考察

前節では、変位計および速度計で最大振幅を与える周期は等しくなく、浅田 (1953) が定義した形で卓越周期は決まらないことを述べた。それでは、 A と A_v は T_A , T_v を介して統計的にどのような関係をもっているであろうか。先ず、(1), (5) 式から r の項を消去し、(8.1), (9) 式を用いると、

$$A_v = C \cdot (T_v/T_A) \cdot A, \quad C = 3.31 \text{ sec}^{-1} \quad (10)$$

の関係が得られる。次に速度計で最大振幅 A_v を与えた波は変位計では A' であるとすれば、 $A_v = (2\pi/T_v) \cdot A'$ となるので、(10) 式から

$$A' = (C/2\pi) \cdot (T_0^2/T_A) \cdot A \quad (11)$$

すなわち、 A'/A は震源距離に無関係で M のみの関数で表わされることが分る。これは (8), (9) 式が r に無関係であることから導かれた結果に他ならない。この推論を押し進めると、震源での変位スペクトルの最大値が A に相当し、 A_0 を与える変位 A' でスペクトルの他の 1 点を押さえることができる。この A と A' でスペクトル曲線の一方の傾斜が決まると仮定して、その slope が M または周期でどのように変化するかを示したのが Fig. 12 である。 A, A' に相当する 2 点をもつともらしくつなぎ、 T_A よりも長周期部分を平坦にすれば、図中、鎖線で示すスペクトルが得られる。スペクトルの高さは M と共に 1 桁ずつ変化するが、それと同時に slope の傾きも大きく変つてゐる。従つて、この結果は震源スペクトルに関する AKI (1967) models とは、全体として一致しない。

以上はあくまでも統計的な結論であつて、1 つ 1 つの地震波動を解析したのではないことに注意すべきである。また、前述のように (8), (9) 式が r に無関係であること、および最大振幅の減少の仕方が M および T_A, T_0 によらないと言う重要な事実を含んでいる。一方、この結果に対して、「震源スペクトルと減衰係数とがお互いにうまく補足し合つて、たまたま $\alpha = \text{constant}$ という結果をもたらしたに過ぎず、震源スペクトルと波の減衰とは分離して考えるべきである。」と言う反論も成り立つ。これを確かめるためには、従来の研究に加え、地層構造とそこでの地震波の挙動をさらに精しく調べなければならない。

§ 6 ま と め

阿武山地震観測所の変位計群が求められた M_0 は、 $r = 1,000$ km までの広い範囲で気象庁の M_L によく一致する。また、 $r = 200$ km を境にして、最大振幅に相当する相が実体波

Fig. 12. Schematic spectral density curves deduced from a comparison between the period-magnitude relations shown in Figs. 10 (a) and (b). The two points derived from the period-magnitude relations fix a straight line which may form a portion of the spectral density curve. The gradient of the straight line varies according to the earthquake size, showing a departure from the Aki's (1967) models of spectral density deduced on the basis of the assumption of similarity.

から表面波に変化するにも拘らず、(1) 式で定義される M_0 には大きな誤差は含まれないことが分つた。しかし $r < 40$ km においては振幅の減り方が大きいので、(2) 式を使えば、 M の決定精度は多少向上する。ただし、 $r = 30 \sim 40$ km で $A \sim r$ 曲線に jump が起こり、その大きさおよび距離は震源の深さに大きく左右されるので、震源の位置がよく決まらない地震については (1) 式を使う方が無難であろう。

次に、微小地震の観測に使われている速度計の資料から (5) および (7) の定義式が得られた。Fig. 9 の $A_0 \sim r$ 曲線にみられるように、 r の小さい範囲で折れ曲りや jump は現われず、よい直線関係が成り立っている。従つて、近い地震の M は速度計から (5) 式を使つて求めれば、最も誤差が小さくなることが分る。これとは反対に、 $r > 200$ km では速度計の cut off 周波数が M の値に大きな影響を及ぼすので、長周期の変位計を用いるべきである。ここで注目すべきことは、変位、速度を問わず最大振幅の減り方を表わす係数が坪井の値と全く一致したことである。この事実から、 α の値、1.73 は、拡がりつつ減衰する波動を表現する非常に有意な統計的な常数であることが確められた。

最後に、最大振幅を与える波の周期から、震源における変位スペクトルの推定を行なつた。変位計および速度計で最大振幅を与えるスペクトル成分が相違することを利用して、統計的な意味で、震源スペクトル上の 2 点を決めることができた。ここに加速度計の資料を加えることができれば、さらに議論を押し進めることが可能である。

おわりに当つて、多くの有益を助言をいただいた三木晴男教授をはじめ、阿武山地震観測所の諸氏に心からお礼を申し上げる。

文 献

- AKI, K., 1967, Scaling Law of Seismic Spectrum, *J. Geophys. Res.*, **72**, 1217-1231.
 浅田 敏, 1953, 地震動の卓越周期と振幅との関係—石本・飯田の式における係数 m について—, 地震 II, **6**, 69-73.
 EVERNDEN, J. F., 1967, Magnitude Determination at Regional and Near-Regional Distances in the United States, *Bull. Seism. Soc. Amer.*, **57**, 591-639.
 早津昭男, 1955, 地震の最大振幅が距離に対して減衰する割合, それと地下構造との関係, 地震 II, **8**, 75-79.
 KASAHARA, K., 1957, The Nature of Seismic Origins as Inferred from Seismological and Geodetic Observation (I), *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **35**, 473-532.
 MATUMOTO, T., 1960, On the Spectral Structure of Earthquake Waves—the Relation between Magnitude and Predominant Period—, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **38**, 13-27.
 村松郁栄, 1964, Magnitude の定義式について, 地震 II, **17**, 210-221.
 RICHTER, C. F., 1935, An Instrumental Earthquake Magnitude Scale, *Bull. Seism. Soc. Amer.*, **25**, 1-32.
 SUYEHIO, S., 1962, Deep Earthquakes in the Fiji Region on the Nature of Deep Earthquakes—, *Papers in Meteorology and Geophysics*, **13**, 216.
 TERASHIMA, T., 1968, Magnitude of Microearthquake and the Spectra of Microearthquake Waves, *Bull. International Institute of Seismology and Earthquake Engineering*, **5**, 31-108.
 坪井忠二, 1954, 地震動の最大振幅から地震の規模 M を定めることについて, 地震 II, **7**, 185-193.
 梅田康弘, 1968, 松代地域における地震波の減衰 (1), 地震 II, **21**, 169-177.