地震のエネルギー・マグニチュード関係式 と地震効率係数について

名古屋大学理学部地球科学教室 飯田 汲 事

(昭和 46 年 7 月 21 日受理)

A Magnitude-Energy Relation for Large and Small Earthquakes and Seismic Efficiency Factor

KUMIZI IIDA

Department of Earth Sciences, Faculty of Science, Nagoya University

(Received July 21, 1971)

There have been developed a number of relations between seismic wave energy E and the magnitude M of an earthquake. The general form of the relation is written as

$$\log E = \alpha + \beta M.$$

in which α , β are constants and M is the surface-wave magnitude. A number of relations were presented as given in Table 1 where α and β are listed. The relationship between α and β seems to keep linearity as shown in Fig. 1. This relation can therefore be expressed as

$$\alpha = (26.10 \pm 0.91) - (9.60 \pm 0.72) \beta \quad \text{for } 5.3 \leq M \leq 8.5 \quad (1)$$

$$\alpha = (19.11 \pm 0.70) - (4.59 \pm 0.40) \beta \quad \text{for } -2.1 \leq M \leq 5.3 \quad (2)$$

An energy-magnitude relation for large earthquakes having magnitude larger than 5 seems to be different from that for small earthquakes having magnitude smaller than 5.

The lines expressing (1) and (2) intersect at the point

$$\alpha = 12.66, \quad \beta = 1.40.$$

Thus, a new magnitude-energy relation which is appropriate for both large and small earthquakes is obtained as

$$\log E = 12.66 + 1.40 M.$$

By using the relations between α and β in (1) and (2), seismic efficiency factor f was obtained as 0.04-0.90 from some examples.

1. はじめに

地震のエネルギーを知ることは地震発生その他地震の性質を究めるうえに重要である。地震のエネルギーというと、ある体積中に貯えられた地震直前のひずみエネルギーをさす場合もあり、また地震発生により放出された波動エネルギーを意味する場合もある。前者のひずみエネルギーが地震発生により一挙に波動エネルギーになると考えれば、ひずみエネルギーが波動エネルギーと等しい値であるから、地震のエネルギーとしていずれを用いても同じである。しかし、ひずみエネルギーが一挙に波動エネルギーにならない場合、すなわち熱その他への転換エネルギーないしはひずみエネルギーのままで残るエネルギーのある場合は、地震波動エネルギー

Fig. 1. Relationship between $\log E$ and earthquake magnitude M . The full line represents the relation of $\log E = 5.37 + 2.25 M$. The data used here have been taken from the table 19 in the Gutenberg and Richter's paper (1956).

ーはひずみエネルギーの分数値となろう。この場合前述のひずみエネルギーのどのくらいが波動エネルギーになつたかを示す割合を地震効率係数 (seismic efficiency factor) という。この値が大きいほど波動として放出されるエネルギーが大きいことになる。

ひずみエネルギーは弾性論における応力ーひずみの関係からまたは転位論による断層生成などの関係からも求められている。一方地震波として放出されたエネルギーはマグニチュードの関数として求められている。その関係は始め Gutenberg, Richter らによつて求められたが、その後多くの研究者によつてい

ろいろな関係式が提出されている。今回それらについて総合的に考察した結果、それぞれの関係式が示す係数間に一定の関係のあることが見出された。これにより大小の地震に対する従来の関係式を統一的に示すことができたので、それについて述べようと思う。さらにこの結果を利用することにより地震効率係数も求められるので、それについても示すことにする。

2. 従来のエネルギー・マグニチュード関係式

地震波動エネルギーの表現はいろいろ示されているが、点震源から出る球対称波動の場合、震源の深さを h 、地球の半径を r_0 、震央距離を Δ 、震波線の長さを R とすれば、一般に地震波動の全エネルギー E (Båth (1966))は、実体波に対して

$$E = 8\pi^3\rho \left[h^2 + 4r_0(r_0 - h) \sin^2 \frac{\Delta}{2} \right] e^{kR} (1+q) \int_0^{\tau} C_p \left(\frac{A}{T} \right)^2 dt \quad (1)$$

で与えられる。また表面波に対して

$$E = 4\pi^3\rho r_0 \sin \Delta \Delta^n e^{k\Delta} (1+q) \int_0^{\tau} \left[\frac{C_L}{T^2} \int_{-\infty}^0 A^2 dz \right] dt \quad (2)$$

で与えられる。ここに k は波の吸収係数、 q は横波とたて波とのエネルギー比である。 C_p , C_L は p 波速度および表面波群速度、 A は波の振幅、 T は周期、 Δ^n は分散項である。

実体波および表面波によるマグニチュードをそれぞれ m , M とすれば、(1), (2) の右辺はそれぞれ m , M の関数で与えられるから、両辺の対数をとれば (1), (2) はそれぞれ

$$\log E = a + bm \quad (3)$$

Table 1. Values of α and β in the formula of $\log E = \alpha + \beta M$ by various authors.

α	β	Range of magnitude M	Author
6	2		Richter (1935)
8	2		Gutenberg and Richter (1936)
11.3	1.8		" (1942)
12	1.8		" (1949)
{ 9.154 8.65**	2.147 2.26**	2.4-6.6 2.4-5.3**	Di Filippo and Marcelli (1950)
11	1.6		Gutenberg and Richter (1954)
7.2	2.0	5.3-7.8	Båth (1955)
9	1.8		Benioff (1955)
11.8	1.5	4.7-7.9	Gutenberg and Richter (1956)
10	1.7	4.5-8.0	Soloviev (1957)
12.24	1.44	5.3-7.8	Båth (1958)
7.76	1.87	6.3-8.3	De Noyer (1959)
{ 10.78 12.5*	1.70 1.40*	1.6-2.7 (M_L) 0.7-2.1*	Frantli (1963)
{ 10.06 11.72*	2.17 1.68*	-0.7-4.9 (M_L) -2.1-4.6*	Duda (1965)
11.9-12.2	1.455	4.6-8.3	Muramatu (1966)
6.95	1.98	5.4-8.1	Nagamune and Seki (1957)
{ 10.1 12.1*	1.91 1.54*	0.1-1.6 (M_L) -1.1-0.7*	Smith, Witham and Piché (1968)
{ 10.78 11.9*	1.70 1.60*	4.6-5.6 (M_L) 4.2-5.3*	White (1968)
9.96	1.69	6.4-8.4	Iida (1968)
5.37	2.25	5.8-8.6	Iida (Fig. 1.)
10	1.7	5.5-8.5	King and Knopoff (1969)
4.9	2.14	6.3-8.5	"

* The values given here have been recalculated into the M -scale by the present author.

** The values given here have been recalculated for the indicated M range by the present author.

$$\log E = \alpha + \beta M \quad (4)$$

と書ける。 a , b , α , β は定数であるが、現在示されている α , β の値は Table 1 のようになる。なおこの表に示した $\log E = 5.37 + 2.25 M$ の関係は Fig. 1. に示した。

また実体波によるマグニチュード M と表面波によるマグニチュードとの間の関係式も幾多求められているので m が知られれば M がわかり、逆に M から m を知ることができる。その関係式は

$$m = c + dM \quad (5)$$

で与えられている。 c , d は定数であり、それらの値は著者名とともに Table 2 に示してあ

Table 2. Numerical relations between body wave magnitude m and surface wave magnitude M . ($m=c+dM$)

c	d	Range of magnitude M	Author (remarks)
2.5	0.63	4.7~7.9	Gutenberg and Richter (1956)
2.6	0.58	5 ~ 8	Báth (1956)
2.7	0.61	5 ~ 8	Kárník, Vaněk and Zátpeck (1959)
3.59	0.47	4 ~ 7	Di Filippo and Marcelli (1959)
3.3	0.52	4 ~ 7	Stelzner (1961)
-2.07	1.31	4.5~7.5	Ichikawa and Basham (1963)
2.5	0.56	4~6.8	Romeny (1964) (From USCGS Net)
-0.44	1.0	4~6.5	" (From LRSM mobile stations)
-2.64	1.35	4.8~7.4	Fisher (1964) (Resolute, 40 records)
-0.51	1.16	5.2~6.7	" (Brisbane, 20 records)
-1.31	1.27	5~6.5	" (Rome, 10 records)
-3.44	1.61	5.2~6.6	" (Baguio, 15 records)
1.77	0.63	5 ~ 7	Fisher (1967) (Global data)
1.7	0.71	0.5~4.0	White (1968) (M_L scale)

る. この表から c, d 係数はいろいろな値をとっていることがわかる. (1), (2) からわかるように一定周期の地震波ではエネルギーはその振幅の 2 乗に比例するので, 始め Richter (1935) が用いた β の値は 2 であつた. Gutenberg, Richter (1936) は同様 $\beta=2$ としたが, Richter (1935) の $\alpha=6$ を訂正して $\alpha=8$ とした. しかし小さな地震のエネルギーが小さ過ぎたようでそれを改訂した. そこで彼等は 1949 年 β を小さくして 1.8 とし, α を 12 としたが, この場合には大きな地震のエネルギーは過大となり不適当と思われたので, 1956 年 USCGS の観測による浅発地震記録をもとにして研究し, その定数をさらに改訂して現在多く用いられているような次式を提出した.

$$\log E = 11.8 + 1.5 M \quad (6)$$

この式は大きな地震にはだいたい適当なエネルギーを与えるが, 小さな地震に対しては満足な結果を与えているとは言えないようである. すなわち小地震に対しては少し小さく求められていると思われる. $\log E$ が M に対して一次式で与えられているためか, 大きな地震に対してはそのエネルギーの値が適当であつても, 小さな地震には適当でなく, また小地震に対して適当なエネルギーを与えるものでも大きな地震には適当でなかつたりしていることがわかる. したがって微小地震や極微小地震に (6) 式を拡大してそのエネルギーを求めて議論することは適当ではないと思われる.

Gutenberg, Richter らに続いて, それらに類似の式が多く提出されたが, それらは Table 1 に示した通りである.

3. エネルギー・マグニチュード関係式の定数間の関係と新関係式

Table 1 に示したエネルギー・マグニチュード関係式の定数 α , β は種々の値を示すが, α をたて軸, β を横軸にとつてそれらの値をプロットすると Fig. 2 のようになる. 図の各点に記した記号は Table 1 に示した著者の頭字を示している. Fig. 2 において $M > 5.3$ に対しては白丸, $M < 5.3$ に対しては黒丸をもつて示した. 黒丸の点は多くはないが一つの直線にだいたいいる. また白丸で示した点も一つの直線にのり, 黒丸が示す直線とその傾斜がちがうことがわかる. すなわち大きな地震に対する α - β 関係の示す直線の傾きは小さな地震に対するものとちがうことがわかる. Gutenberg, Richter が 1942 年に与えた $\alpha = 11.3$, $\beta = 1.8$ の値が黒丸の示す直線に近いことは興味深い. また Richter (1935) の値および Gutenberg, Richter (1936) の値は白丸が示す直線とやや離れたところにあつて適當ではないことを示していよう. 以上示した 2 組の点群に対し最小自乗法によつて α - β の関係を求めると

$$\alpha = (19.11 \pm 0.70) - (4.59 \pm 0.40) \beta \quad (M = -2.1 \sim 5.3 \text{ に対して}) \quad (7)$$

$$\alpha = (26.10 \pm 0.91) - (9.60 \pm 0.72) \beta \quad (M = 5.3 \sim 8.5 \text{ に対して}) \quad (8)$$

となる. 前者の直線は後者の直線に比してやや緩傾斜である. M が 5 以上の地震とが以下の地震とではその定数 α , β 間の関係がちがうと考えた方がよさそうである. なおこの関係は全く確率的なものと考えられるかどうかを安芸 (1961) および牧 (1963) が検討した方法で調べたが, 確率論的のみの関係で説明できなかつた. エネルギーの算定に用いた地震資料やマグニチュードの採用方法などもちがうことにもよるのであろう. 結局マグニチュードの決定が観測点の最大振幅に依存し, 地盤の振動特性の影響を受けていることとも関係があることによるのであろうと思われる.

このようにして (7), (8) 両式を同時に満足する α , β の値は

$$\begin{cases} \alpha = 12.66 \\ \beta = 1.40 \end{cases} \quad (9)$$

となる. この α , β の値を採用すれば, 大きな地震も小さな地震も同時に満足されることになる. したがつて大小いづれの地震にも適用できるエネルギー・マグニチュードの新関係式として

Fig. 2. Two coefficients, α and β in the energy-magnitude relation.

- Earthquake magnitude $M = -2.1 \sim 5.3$
- Earthquake magnitude $M = 5.3 \sim 8.5$

$$\log E = 12.66 + 1.40 M \quad (10)$$

が求められる。この式は Båth (1958) が求めた $\alpha = 12.24$, $\beta = 1.44$ の関係式に近似のものである。ただ Båth の場合の M の範囲は 5 以上の値に対してである。今回のものは M の範囲が $-2 \sim 8.5$ となつていたので、現在考えられているすべての規模の地震にも適用できると考えられる。Table 3 に今回の $\log E$ と Gutenberg・Richter, Båth のものとを比較した。

Table 3. Comparison of $\log E$ in (10) with those from Gutenberg・Richter and Båth.

M	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	8.5
(10) $\rightarrow \log E$	9.86	11.26	12.26	14.06	15.46	16.86	18.26	19.66	21.06	22.46	23.86	24.56
(6) $\rightarrow \log E$	(8.8)	(10.3)	(13.8)	(11.3)	(14.8)	(16.3)	(17.8)	19.3	20.8	22.3	23.8	(24.55)
Båth $\rightarrow \log E$ (1958)	(9.36)	(10.80)	(12.24)	(13.68)	(15.12)	(16.56)	(18.00)	19.44	20.88	22.32	23.76	(24.48)

Table 3 をみると最大級の地震のエネルギーはいずれの場合でもだいたい同じ値であるが小さな地震の場合がややちがった値を示している。ただし Gutenberg, Richter および Båth の値は小さな規模の地震に対しては外挿した値であるので、かつこの中に示したが、その値と比較した場合である。すべてかつこ内の数値は外挿値である。

4. 地震効率係数について

地震のひずみエネルギーを E_0 、波動エネルギーを E とすれば、

$$E = fE_0. \quad (11)$$

で与えられる。 f は地震効率係数である。また k を定数とすれば E_0 は地震断層パラメーター L (断層の長さ), D (最大変位) で表わされるから

$$E_0 = k\mu LD^2 \quad (12)$$

とかける (King and Knopoff (1968)). μ は剛性率である。地震断層の研究から断層のパラメーターが、その地震のマグニチュードと関係づけられ

$$M = a_1 + b_1 \log LD^2 \quad (13)$$

で表わされる。(4), (11), (12), (13) より

$$\left. \begin{aligned} b_1 \beta &= 1 \\ \alpha + a_1 \beta &= \log f + \log (k\mu) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

となる。 a_1 , b_1 は地震断層の研究から知られており、 k は King, Knopoff (1968) によれば $\pi/16$, $\mu = 3 \times 10^{11}$ cgs であるから、 β は b_1 の逆数で求められるので (8) の関係から α が求

められる. よつて $\log f$ の値が求められる. これについて二, 三の例を以下に示す.

(a) King and Knopoff (1968) の値を (13) の a_1, b_1 に用いれば, $a_1=2.22, b_1=0.44$ であるから, この場合の $\beta=2.27$ であり, したがつて (8) から $\alpha=4.28$ が得られる. $\log(k\mu)=10.77$ であるから (14) から $\log f=-1.44$ となる. したがつて $f \doteq 1/27$.

(b) Chinnery (1969) の値 $a_1=0.84, b_1=0.57$ を用いれば, この場合は $\beta=1/b_1=1.75$ であるから, (8) から $\alpha=9.25$ となる. したがつて (14) から $\log f=-0.05$ となるので $f \doteq 1/1.1$.

(c) Iida (1963) の値 $a_1=1.51, b_1=0.50$ を用いれば, この場合は $\beta=1/b_1=2.00$ であるから (8) から $\alpha=6.90$ となる. したがつて (14) から $\log f=-0.85$ となり, $f \doteq 1/7$ となる.

以上のものは二, 三の例に過ぎないが, f の値として $0.90 \sim 0.04$ くらいが求められた. これらの値はそれぞれ用いた地震資料の平均的なものと考えられるが, 地震の規模によつてもちがうであろうし, 地震資料その他定数のとり方のちがひによつてもちがうことが考えられる.

以上のような例が示すように, マグニチュード 6 以上の地震では Strain energy または Stress energy から地震波エネルギーへの転換の割合は数%から数10%くらいと考えられる.

5. む す び

地震のエネルギー・マグニチュード関係式を総括し, マグニチュードの広い範囲にわたつて成立する新しい関係式

$$\log E = 12.66 + 1.40 M \quad (-2 \leq M \leq 8.5)$$

を求めた. また一般に上式を $\log E = \alpha + \beta M$ とするとき, α と β との間の関係式を M が 5 以上の地震と 5 以下の地震について別々に示した. この関係式を用いることによつて大小の地震波エネルギーがそれぞれ求められるし, また地震効率係数を求めることができた. 地震断層における断層パラメータとマグニチュードおよびひずみエネルギー関係式の二, 三の例と今回求めた関係式から地震効率係数を求めると 0.04 ないし 0.99 となつたが, ひずみエネルギーから地震波動エネルギーへの転換の割合は数%から数 10 % くらいと考えられる.

文 献

- 安芸敬一, 1961, 最小自乗法によつてきめた係数相互の関係について, 地震, **14**, 199-201.
 BÅTH, M., 1955, The Relation between Magnitude and Energy of Earthquakes. Tran. Z. Geophys., **63**, 73-208.
 BÅTH, M., 1956, The Problem of Earthquake Magnitude Determination. Bur. Centr. Seism. Int., A, **19**, 5-93.
 BÅTH, M., 1958, Energies of Seismic Body Waves and Surface Waves, in Contributions in Geophysics in Honor of Beno Gutenberg. Pergamon Press 1-16.

- BATH, M., 1966, Earthquake Energy and Magnitude, Physics and Chemistry of the Earth. 7, 117-165.
- BENIOFF, H., 1955, Seismic Evidence of Crustal Structure and Tectonic Activity. Geol. Soc. Am., Special Papers. 62, 61-73.
- DE NOYER, J., 1959, Determination of Energy in Body and Surface Waves (Part II). Bull. Seism. Soc. Am., 49, 1-10.
- DI FILIPPO, D. and L. MARCELL, 1950, Magnitudo ed Energia dei Terremoti in Italia. Ann. di Geofis., 3, 337-348.
- DI FILIPPO, D. and L. MARCELL, 1959, La "Magnitudo Unificata" per i Terremoti a Profondita. Normale, e la Magnitudo dei Terremoti Profondi per la Stazione Sismica di Roma. Publ. Bur. Centr. Seism. Int., A 20, 17-30.
- DUDA, S. J., 1965, Regional Seismicity and Seismic Wave Propagation from Records at the Tonto Forest Seismological Observatory, Payson, Arizona. Annali di Geofisica, 18, 365-397.
- FISHER, R. L., 1964, A study of Magnitude Determinations from World-wide Data. Proc. VESIAC conference of seismic event magnitude determination. 63-73.
- FISHER, R. L., 1967, Worldwide Collection and Evaluation of Earthquake Data. ARPA No. 6207 USCGS.
- FRANTLI, G. E., 1963, Energy Spectra for Underground Explosions and Earthquakes. Bull. Seism. Soc. Am., 53, 997-1005.
- GUTENBERG, B. and C. RICHTER, 1936, On Seismic Waves (third paper). Ger. Beitr. z. Geophys., 47, 73-131.
- GUTENBERG, B. and C. RICHTER, 1942, Earthquake Magnitude, Intensity, Energy and Acceleration. Bull. Seism. Soc. Am., 32, 163-191.
- GUTENBERG, B. and C. RICHTER, 1954, Seismicity of the Earth. Princeton Univ. Press, Second Edition, p. 10.
- GUTENBERG, B. and C. RICHTER, 1956, Earthquake Magnitude, Intensity, Energy and Acceleration. Bull. Seism. Soc. Am., 46, 105-145.
- GUTENBERG, B. and C. RICHTER, 1956, Magnitude and Energy of Earthquakes. Ann. Geofis., 9, 1-15.
- ICHIKAWA, M. and P. W. BASHAM, 1963, Effects of Location of Seismograph Stations on the Records obtained. Minutes of meeting of seismic project (AFORS) advisory committee.
- 飯田汲事, 1968, 歪力変化, 歪変化, 地震エネルギーおよび地震断層のパラメータ, 11月15日地震学会発表
- KÁRNIK, V., VANĚK, J. and A. ZÁTOPECK, 1959, Contribution au Probleme des Magnitudes Unifiees. Publ. Sur. Centr. Seism. Int., A 20, 67-80.
- KING, CHI-YU and LEON KNOPOFF, 1968, Stress Drop in Earthquakes. Bull. Seism. Soc. Am., 58, 249-257.
- KING, CHI-YU and LEON KNOPOFF, 1969, A Magnitud-Energy Relation for Large Earthquakes. Bull. Seis. Soc. Am., 59, 269-273.
- 牧 正, 1963, 最小二乗法により求められた係数相互の関係について, 北海道大学地球物理学研究報告, 11, 59-66.
- 村松郁栄, 1966, Magnitude の式の訂正および注釈, 地震, 19, 282-285.
- NAGAMUNE, T. and A. SEKI, 1958, Determination of Earthquake Magnitude from Surface Waves for Matsushiro Seismological Observatory and the Relation between Magnitude and Energy. Geophys. Mag. (Tokyo), 28, 303-308.
- RICHTER, C. 1958, Elementary Seismology. W. H. Freeman and Company, San Francisco.
- ROMENY, C. F., 1964, An Investigation of the Relationship between Magnitude for Small Shocks. Proc. VESIAC conference of seismic event magnitude determination, 83-92.
- SMITH, W. E. T., K. WHITHAM and W. T. PICHÉ, 1968, A Microearthquake Swarm in 1965 near Mould Bay N. W. T. Canada. Bull. Seism. Soc. Am., 58, 1991-2011.
- SOLOVIEV, S. L., 1957, On the Relation between the Energy of Body Waves and the Magn-

- itude of an Earthquake. Sov. Bull. on Seism., **6**, 109-112.
- SOLOVIEV, S. L., 1959, Magnitude and energy of Earthquakes. Publ. Bur. Centr. Scism. Inst., A **20**, 39-53.
- STELZNER, J., 1961, Bestimmung der Magnitudengleichungen für die Seismische Station Potsdam. Ger. Beitr. z. Geophys., **70**, 152-161.