地震の起り方のシミュレーション

第三部 地震の規模別頻度分布の折れ曲り

熊本大学理学部物理学教室 大塚 道 男

(昭和 47 年 4 月 28 日受理)

A Simulation of Earthquake Occurrence Part 3. Characteristic Bent in the Magnitude Frequency Relation of Earthquakes

Michio OTSUKA

Department of Physics, Faculty of Science, Kumamoto University

(Received April 28, 1972)

Magnitude frequency relation of earthquakes expected from the Go game model which was proposed in the second part of this paper is compared with actual data with special emphasis on the characteristic bent of magnitude frequency relations. Of particular interest is that the multiplicity of magnitude frequency curves as well as the characteristic bent can be expressed by assigning proper values of p to the Go game model.

It is also demonstrated that a formula recently presented by Utsu to express general downward bent of the magnitude frequency relations yields almost identical solution with Go game solution when parameters are properly chosen.

§ 1. はじめに

この論文の第二部 [大塚 (1971, b), 以下これを論文 2 と略称する] で筆者は、地震の規模別頻度分布が震源における破壊に基石モデルと仮称したある種の連鎖反応モデルを適用することによって都合よく理解できることを示した。このモデルから期待される地震の規模別頻度分布は、よくいわれるような $\log N$ と M のあいだの直線関係ではなくて、モデルのパラメーター p (破壊の大きさに便宜上素量を考えて、一つの破壊がその隣接地域に新たな破壊を誘発する確率) の小さいときには常に下向きに凹な傾向を有する曲線であり、大きな p に対しては M の小さい範囲で若干上に凹、 M の増加と共に途中で変曲点を経過した後は急速に下降する曲線であつた。(論文 2, Fig. 4) 後の場合、特に地震の場合のように、とびとびのデータから得られたグラフでは、曲線全体の傾向を二本の折線と見誤りやすいことを指摘しておいた (論文 2, Fig. 5)。宇津 (1971) は地震の規模別頻度分布の型式として、少なくとも浅発地震に関し

では、いわゆる Gutenberg-Richter の式よりも

$$\log N = a - bM + \log(c - M) \quad (1)$$

の方が適当であることを発表している。式 (1) のグラフは明らかな折れ曲り点をもたないがある所を境として、それより大きいマグニチュードに対して急速な下降を示す。

地震の規模別頻度分布が、このように途中で折れ曲る実測例は多いが、その原因については定説を見ていない状態である。

茂木 (1962) は融けた松脂が冷却中にピチピチと破壊する音の大きさとその頻度のあいだにもこれと同様の折れ曲りが見られるという興味深い事実を見出した。さらに、茂木は、媒質の不均一性が大きい程曲線の折れ曲りがマグニチュードの小さい方で起ること、また、同一媒質内で起る破壊では、時間の経過と共に、あるいは破碎の程度が進む程、折れ曲り点がマグニチュードの小さい方へ移動してゆくことを示した。

もし、論文 2 で提案したモデルが震源での破壊を表現するものとして適当なものならば、このモデルを用いて茂木の実験結果に適切な説明が与えられるかも知れない。

この論文の目的は論文 2 で得た地震の規模別頻度分布を茂木の結果と詳細にわたって比較し、あわせて地震の規模別頻度分布における折れ曲りの持つ物理的意味を考察することにある。また宇津によつて提唱されている式 (1) の分布形式は、パラメーターの如何によつては論文 2 に求めた分布と事実上同一のものになることを、基石モデルの有用性を示す証拠の一つとして示しておきたい。

§ 2. 茂木による解析法

茂木 (1967) は地震の規模別頻度分布における折れ曲りの現象に、媒質の不均一性に関連した意味を見出し、現実の地震観測から得られるデータについて、この折れ曲りを強調するのに適したプロットの方法を提案している。

それは、普通に行なわれる $\log N - M$ (ここに N は統計期間内の地震の規模別頻度、 M はマグニチュードを示す.) のプロットの代りに $(\log N - \log N_0)$ を M に対してプロットするものである。ただし N_0 は仮想的な地震の頻度分布であり、現実のそれと同一の地震総数を有し $\log N_0$ を M に対してプロットしたときに勾配が -1 の直線に並ぶようなものとする。もし、観測された地震の頻度分布が M に対して -1 の勾配を有するものとすれば、結果は、原点から M 軸上に並ぶ直線になる筈であり、勾配が -1 からの差は直線が正または負の勾配を持つことに反映する。いずれにしても、規模別頻度分布が直線である限り、結果も直線である。勾配に変化があつたとき、それが元のグラフにおけるよりも敏感に判別できることがこ

の方法の利点である。

Fig. 1 に、茂木がこの方法に従って処理した松脂の実験結果を示す。Fig. 1 および Fig. 2 を茂木氏の論文から借用させていただくことを記し、同氏に厚く御礼申し上げる。Fig. 1 の

Fig. 1. Frequency distribution of the size of elastic shocks accompanying the micro-fracture of material, after K. Mogi (1967).

Fig. 2. Modified magnitude frequency relation of earthquakes for three characteristic regions in Japan:

- a) Fuji volcanic belt,
- b) inner belt of SW Honshu island
- and
- c) inner belt of NE Honshu island.

after K. Mogi (1967).

プロットに見られるように分布は明らかに直線からのずれを示している。茂木が日本各地に起る自然地震のデータに同じ方法を適用して得たグラフの例を Fig. 2 に示す。図の中の白丸はデータの不足を補なうために用いられた歴史的大地震を示している。この図においても、地震の規模別頻度分布はやはり直線的ではない。その上、どのグラフにも折れ曲り点と思われるものが、明らかに認められる。

茂木は、この折れ曲り点に対応する地震のマグニチュード M_0 が地震の起る地域の破碎の度合に関係していることを見出した。たとえば、富士火山帯の地殻は、日本内帯の地殻よりも激しく破碎

Fig. 3. Theoretical earthquake magnitude frequency relation expected from Go game model modified with the technique proposed by Mogi. Note the parallel trends with plots in Fig. 2.

されているという。

§ 3. 基石モデルから期待される地震の規模別頻度分布の rearrangement

この節の目的は、論文2で得た地震の規模別頻度分布を茂木の提案した処理方法で処理し、その結果を茂木の結果と比較検討することである。もし、それらの間に並行関係が得られるならば、われわれのモデルに含まれるパラメーターと、媒質の不均一性、破碎度との関係が明瞭に浮かび上がって来ることが期待できる。

幾つかの p について計算した理論的頻度曲線から上述の手法で処理したものを Fig. 3 に示す。筆者は基石モデルの解をモンテカルロ法で求めたため、プロットに多少の凹凸がある。このモデルの解析的取り扱いには斎藤等 (1972) によつてなされている。Fig. 3 はパラメーター s が 3 の場合の解であるが筆者が論文2で指摘した通りグラフの概形は $p \times s$ によつて決まることが斎藤等によつても導かれているので、ここの曲線群は一般に $\mu (=p \times s)$ が 0.75 ~ 0.99 なる場合の解と見てよいであろう。

Fig. 2 の各プロットを Fig. 3 の曲線群と比較すると、それぞれが p_i の採り方を選ぶことによつて、よく表現されているのを見ることができよう。一つのパラメーターを変化させるだけでいろいろな地域の特性を統一的に表現できるのは興味深いことではないだろうか。

§ 4. 宇津の式と基石モデルの解

宇津 (1971) によつて提案された式 (1) は、グラフの形を左右するパラメーター b と c をもっている。従つて b と c の組み合わせによつていろいろな曲線が得られるが、この節では、その組み合わせ方によつては基石モデルとほとんど同一形式のグラフが得られることがあることを示す。(斎藤等 (1972) によつて得られている基石モデルの一般解は式 (1) のような形式のものではない。)

Fig. 4 にこのうち2つの例を三角で示す。採用したパラメーターの組み合わせは図に記入されている。実線群は基石モデルの解である。宇津の式 (1) といろいろな p の値に対する基石モデルの解は、よく対応しているのが認められる。ただ式 (1) は $M \rightarrow c$ に対して頻度が 0 になる、すなわち、マグニチュードの大きい方にカットオフがあることを暗示しているのに対して、基石モデルの解にはカットオフは存在しない。頻度が著しく低くなるだけである。従つて M が c に近づく附近では両方のグラフには歴然たる差がある筈であるが、それが統計的なバラツキを超えてモデルの判定に規準を与えるためには、データの数が $10^3 \sim 10^4$ 個は要求される。

Fig. 4. Comparison of proposed earthquake magnitude frequency expression by T. Utsu (1971) with solutions of Go game model.

Fig. 5. Comparison of expected magnitude frequency relations from Go game model and from mechanical simulator to see what is reflected in a parameter p .

§ 5. 媒質の不均一性の尺度としてのパラメーター p

Fig. 3 の各曲線を p の順に見るとグラフの折れ曲りがしだいにマグニチュードの大きい方へ移行してゆくのが認められる。

媒質が均一な程、 M_0 が大きくなるという茂木の指摘と併せ考えると、媒質が均一な程 p が大きいことになる。論文 2 で筆者はグラフの折れ曲り点が p の函数になることを示し媒質の性状との関連についても触れた。Fig. 2 と Fig. 3 の比較により、このことが一層明瞭になるであろう。すなわち、発生した破壊が隣接地域に伝播しようとしたときに、既存のきずや媒質の不連続に当つてその成長をさまたげられる確率 $q(=1-p)$ は、媒質が不均一な程、また破壊が進んでいる程大きい。従つて p が小さい、というのがその解釈であつた。今、媒質の不均一性と p が対応することの具体例として筆者が地震の種々の属性を調べるための計算機として、この論文の第一部 [大塚 (1971, a)] で提出した simulator における地震の規模別頻度分布と基石モデルのそれを比べてみることにしよう。

simulator を構成する数多いバネの強さ、床板との摩擦係数などには、それぞれ平均値 m のまわりに統計的 fluctuation が与えてあり、その標準偏差が $m\sigma$ となるようにしてある。第一部の simulator の解には、この σ として 0.1 および 0.5 の 2 つの値をとつた場合が示してある [大塚 (1971, a) Fig. 6]。前者が後者に比してより均質な媒質を表わしている。

一方、基石モデルの解は、 $p=0.20, 0.25, 0.30$ の三つの場合について論文 2 に示されている。ここには直接媒質の均一性を意味するパラメーターはないことを注意してほしい。

さて、これら二つのグラフを重畳すると、Fig. 5 が得られる。ただし、基石モデルの解のうち $p=0.25$ にあたるものは除外した。黒丸は基石モデルの解、三角が simulator の解を示している。simulator の解に、ばらつきの多いのはデータの個数が少ないことによる。

さて、この図を見て解る通り、二つの解の一致は非常に良好であるといつてよい。simulator における $\sigma=0.1$ および 0.5 に対応する解は基石モデルにおける $p=0.3$ および 0.2 に対応する解とほぼ一致している。

このことは、地震の規模別頻度分布を計算するのに simulator を使う代りに効率のよい基石モデルを導入した論文 2 の立場が正しかつたことを示すと共とパラメーター p の大小が媒質の不均一性と結びついていることを明瞭に示している。

文 献

- MOGI, K., 1962, Magnitude-Frequency Relation for Elastic Shocks Accompanying Fractures of Various Materials and Some Related Problems in Earthquakes (2nd paper), Bull. Earthq. Res. Inst., 40, 831-853.
- MOGI, K., 1967, Regional Variations in Magnitude-Frequency Relation of Earthquakes, Bull. Earthq. Res. Inst., 45, 313-325.
- 大塚道男, 1971, a, 地震の起り方のシミュレーション, 第一部 一つの機械的モデル, 地震 2, 24, 13-25.
- 大塚道男, 1971, b, 地震の起り方のシミュレーション, 第二部 地震の規模別頻度分布, 地震 2, 24, 215-227.
- 斎藤正徳・菊池正幸・工藤和男, 1972, 地震の基石モデルの一般解, 昭和 47 年度地震学会春季大会予稿集, 26.
- UTSU, T., 1971, Aftershocks and Earthquake Statistics (III)—Analyses of the Distribution of Earthquakes in Magnitude, Time, and Space with Special Consideration to Clustering Characteristics of Earthquake Occurrence (1), J. Fac. Sci., Hokkaido Univ., VII, 3, 379-441.